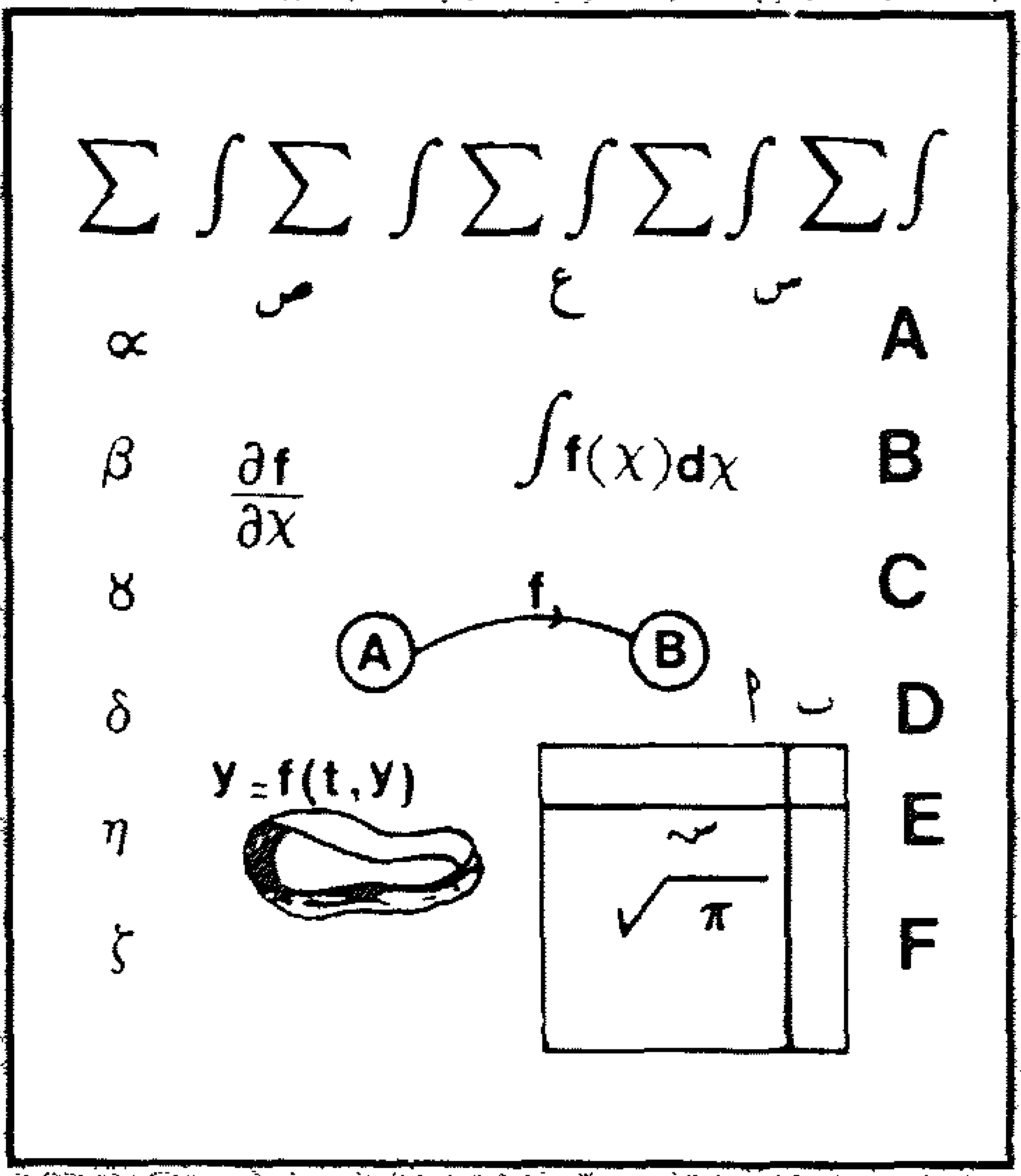
مؤسسة الكويت للتقدم العلمي
إدارة التأليف والترجمة

موسوعة الكويت العلمية

الرياضيات



الجزء الرابع

من (م) إلى (ي)

رئيس لجنة التأليف:
د. فوزي مصطفى دنان
الأعضاء:
د. سعد طه باقر
د. صابر نصر العايدي
د. هاني رضا فران
مستشار الموسوعة:
د. عدنان السيد هاشم العقيل

كاتب وكتاب
الطبعة الأولى
١٩٨٤

اهداءات ٢٠٠٢

المجلس الوطني للثقافة والفنون و الآداب

الكويت

مؤسسة الكويت للتقدم العلمي
إدارة التأليف والترجمة
موسوعة الكويت العلمية

موسوعة الرياضيات

الجزء الرابع

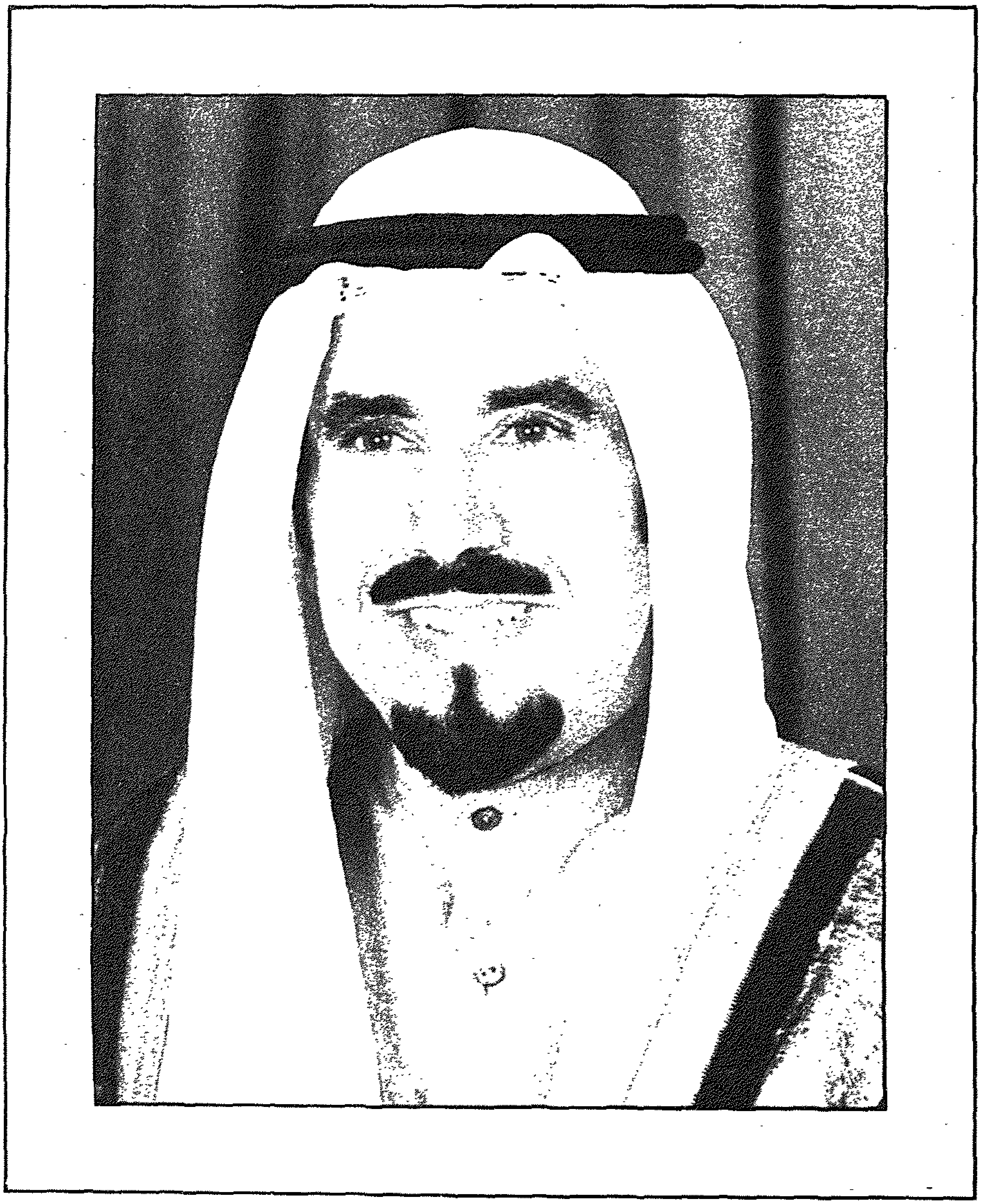
من (م) إلى (ي)

رئيس لجنة التأليف :
د. فوزي مصطفى دنان
الأعضاء :
د. سعد طه باقر
د. صابر نصر العايدي
د. هاني رضا فران
مستشار الموسوعة :
د. عدنان السيد هاشم العقيل

كاتب وكتاب
الطبعة الأولى
١٩٨٤
الكويت

جميع الحقوق محفوظة

الطبعة الأولى
١٤٠٤هـ
١٩٨٤ م



صاحب السمو الشيخ جابر الأحمد الجابر الصباح

أمير دولة الكويت

سمو الشيخ سعد العبد الله السالم الصباح
ولي العهد ورئيس مجلس الوزراء

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿لِتَبْتَغُوا فَضْلًا مِّن رَّبِّكُمْ وَلِتَعْلَمُوا عَدَدَ السِّنِينَ وَالْحِسَابَ﴾.

(صدق الله العظيم)

سورة الإسراء: آية ١٢.

الفهرست العام لموسوعة الرياضيات

الجزء الأول : من (أ) إلى (ت)

تقديم موسوعة الرياضيات 11

مقدمة موسوعة الرياضيات 13

الحرف (أ) 15

الحرف (ب) 155

الحرف (ت) 211

الجزء الثاني : من (ث) إلى (ص)

الحرف (ث) 361

الحرف (ج) 387

الحرف (ح) 435

الحرف (خ) 469

الحرف (د) 495

الحرف (ذ) 547

الحرف (ر) 555

الحرف (ز) 591

الحرف (س) 613

الحرف (ش) 657

الحرف (ص) 683

الجزء الثالث : من (ض) إلى (ل)

الحرف (ض) 697
الحرف (ط) 707
الحرف (ظ) 731
الحرف (ع) 733
الحرف (غ) 791
الحرف (ف) 813
الحرف (ق) 859
الحرف (ك) 925
الحرف (ل) 987

الجزء الرابع : من (م) إلى (ي)

الحرف (م) 1021
الحرف (ن) 1423
الحرف (هـ) 1469
الحرف (و) 1489
الحرف (ي) 1517

تقـديم موسوعة الرياضيات

إن في تـراثنا العـربي الإسلامي كنـوزاً من الكلمات والمصـطلحات والتراكيب وأدوات التطوير، وأساليب للإثراء والنمو، تشكل معينًا لا ينضب من الألفاظ التي تجعل لغتنا العربية وعاء لا يضيق بمعنى، وتعبيرًا لا يقصر عن دلالة، ورحابة لا تعجز عن احتواء الجديد.

«وإذا كان العرب اليوم قد قصّروا لأسباب متنوعة ومتعددة، عن خدمة لغتهم وقعدوا عن إدامتها وإثرائها، فإن هذا لا يعني أنها أصبحت كذلك لأنها في الأصل كذلك. وقديماً قيل: عدم العلم بالشيء لا يلزم عدم الشيء. فعدم معرفة العرب المعاصرين بحدود لغتهم وأعماقها، لا يلزم عنه بوجه من الوجوه أن يبقى حكم الناس أسيرًا لهذا الواقع الذي فرضوه عليها، ولم تفرضه هي عليهم»[1].

وما أحوجنا اليوم ــ في عصر نسعى فيه إلى مواكبة التكنولوجيا ــ إلى تضافر الجهود، وشحذ الهمم في سبيل العناية بلغتنا العربية، عناية أسلافنا، وأن نحتفي بها مثل حفاوة السابقين الأولين من العرب والمسلمين، حين كانت لغتهم تعيش أيام مشاعرهم وضمائرهم، خاصة وأن ما نقدمه من الموسوعة الرياضية يشير إلى مدى ما يمكن أن تصل إليه الجهود التي نأمل لها الاستمرار والتكاتف والتنسيق.

---

(١) التعريب ضرورة في الجامعات العربية، عبد الوهاب محمد عامر. مجلة اتحاد الجامعات العربية، العدد التاسع، آذار ١٩٧٦م.

كما وأن عملية التعريب الفني ونقل المعلومات والثقافات لم تكن وليدة يومها، وإنما هي أمر قام به العرب ونهضوا به منذ القدم، فقد تمكَّن القدماء في عصور الحضارة الإسلامية من صياغة علوم وثقافات لم تكن تخطر على بال أي عربي من قبل، فطوَّعوا هذه العلوم والثقافات، كما طوَّعوا اللغة العربية لتعبر عن أدق المعاني، فأخذوا ونقلوا ثقافات وفلسفات عن اليونانية والفارسية منذ ظهور الإسلام.

فاستطاع العرب بلغتهم الأصيلة أن يتذوقوا فلسفة أرسطو، كما تمتعوا بما في حوزة بطليموس من بحث وعلم[1]. وكانت اللغة العربية أداة علمائنا العظام في الكتابة والتعبير في الفيزياء والفلك والرياضة.

وتراثنا العلمي القديم ـ ما نقل منه إلى العربية وما نقل منها إلى غيرها من اللغات ـ يفتح لنا آفاقاً لا يحدّها بصر، ومساحات لا يصل إلى نهايتها عقل، وإن في تجارب أسلافنا خير منارات تهدينا إلى سواء السبيل.. والله الموفق.

مستشار موسوعة الكويت العلمية

د. عدنان السيد هاشم العقيل

(١) دور التراث العربي في تعريب التعليم الجامعي، حميد عبيد الكبيسي. دراسات عربية وإسلامية، القاهرة ١٩٨٢م.

مقدمة موسوعة الرياضيات

لا شك في أن النهضة العلمية هي إحدى مقومات حضارة أية أمة من الأمم، ويكتمل بناء هذه النهضة ببناء لغة علمية تكون أداة طيّعة يتم من خلالها نشر هذه النهضة على أوسع نطاق والارتقاء بها إلى أعلى مستوى. ولقد كان علم الرياضيات، وما زال، أحد الأسس المتينة التي تُبنى عليها كافة الفروع العلمية التطبيقية منها والنظرية. ولا بد أن نذكر هنا بكل الفخر والاعتزاز التراث العربي والإسلامي واللغة العلمية العربية التي واكبته، واللذين كان لهما كبير الأثر في الحضارة الإنسانية حتى يومنا هذا.

وإيماناً منا في المساهمة لإعادة بناء تلك الحضارة العربية، فقد طرحنا مشروع الموسوعة الرياضية الذي لاقى تجاوباً كبيرًا من مؤسسة الكويت للتقدم العلمي التي أخذت على عاتقها تمويل هذا المشروع مع عدد من المشاريع الهامة سعيًا منها إلى إرساء قواعد نهضة علمية عربية حقيقية.

ولا يسعنا إلا أن نتقدم بالشكر والامتنان إلى «مؤسسة الكويت للتقدم العلمي» ممثّلة بمديرها العام السيد الدكتور عدنان العقيل الذي لم يبخل أبداً بتقديم المشورة والخبرة من أجل صدور هذا العمل في أفضل صورة، كما نشكر له تعاونه الدائم معنا إلى أقصى الحدود.

كما نشكر هنا السيد الدكتور مصطفى محمود حلمي، مشرف إدارة التأليف والترجمة، لجهوده المبذولة من أجل تخطي العقبات في ظهور هذا العمل إلى النور.

كذلك نتوجه بالشكر إلى جميع المختصين اللغويين الذين تمت استشارتهم من أجل وضع أو نحت المصطلحات العلمية، ونخص بالذكر الدكتور عبد الله الدنان، الذي ساهم في إدخال عدد من المصطلحات العربية وفي تطويع اللغة العربية لتساير الاشتقاقات اللغوية العلمية.

كذلك فإننا نشكر كل من ساهم في إبداء الملاحظات القيمة حول هذه الموسوعة، ونخص بالذكر الدكتور أحمد سليم سعيدان، الحاصل على جائزة مؤسسة الكويت للتقدم العلمي في تاريخ الرياضيات عند العرب والمسلمين.

كما نتوجه بالشكر إلى الأستاذ منير البعلبكي، الحاصل على جائزة مؤسسة الكويت للتقدم العلمي عن موسوعة المورد، والذي أبدى عدداً من الملاحظات القيمة، كما أننا نعتز بمباركته للأسلوب والمنهجية التي اتبعناها في إنجاز هذه الموسوعة.

كما نشكر الآنسة انشراح عوض والآنسة إيمان القدسي، من أجل تعاونهما الكامل معنا في أعمال السكرتارية المتعلقة بالموسوعة والتي تتطلب دأباً ومثابرة.

ولا يسعنا أيضًا إلّا أن نتقدم بالشكر إلى جميع الجنود المجهولين الذين قاموا بطباعة هذه الموسوعة بكل دقة وأمانة. والتي نتناول في نصوصها شرحًا مفصلاً ومختصرًا في ترتيب هجائي، لأهم المصطلحات الرياضية.

وأخيراً، إذ ندفع هذا العمل إلى القراء فإننا لا ندَّعي الكمال، ولكننا سعينا إلى ذلك في محاولة جادة مضنية. ولذا، فإننا نفتح صدورنا رحبة لجميع الملاحظات والتوجيهات والانتقادات التي تساعدنا في وضع هذه الموسوعة بالصورة الأفضل، آملين أن نساهم بدورنا في إغناء المكتبة العربية العلمية.

والله الموفق.

م

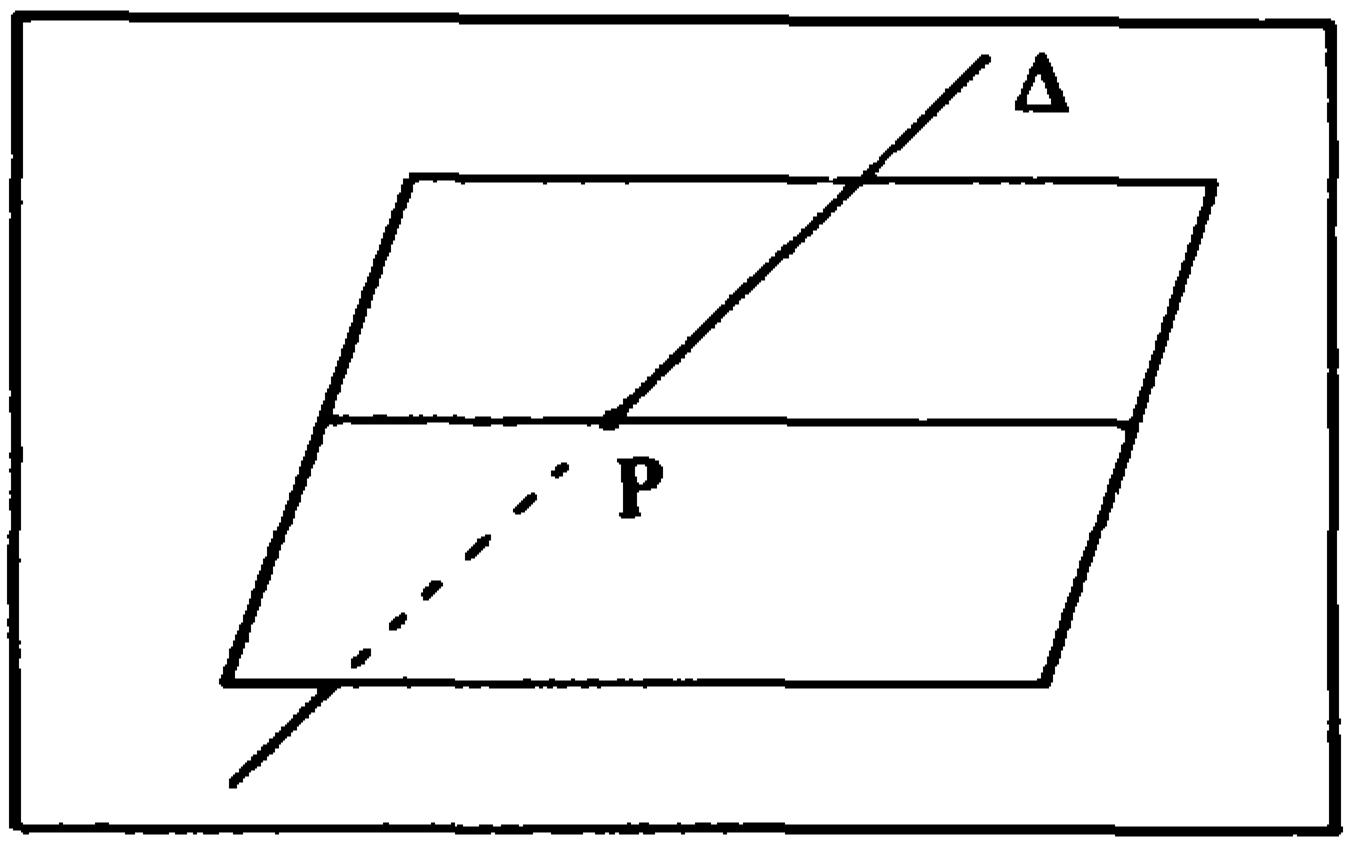
مَئين (إحصاء) PERCENTILE

إذا كان X متغيراً عشوائياً ذا توزيع تراكمي $F_x(X)$ فإن المئين من رتبة p للمتغير X هو أصغر قيمة من قيم ζ_p تحقق العلاقة $F_x(\zeta_p) \geq p$، لأجل $0<p<1$. واعتيادياً تذكر الرتبة بالمئات أي بالشكل 100p. فمثلاً أوسط التوزيع هو $\zeta_{0.5}$ والربيع الأول هو $\zeta_{0.25}$ وهكذا. (انظر أوسط وربيع). وإذا كانت $X_1, X_2, \ldots, X_n$ عينة عشوائية مختارة من توزيع X فنقوم أولاً بترتيب العينة تصاعدياً حسب قيم المشاهدات ويكون مئين العينة من رتبة j (لأجل $j = 1,2,\ldots,99$) هو المشاهدة رقم $j(n+1)/100$ وقد يكون من الضروري إجراء عملية الاستكمال بين قيم متتالية.

مائل OBLIQUE

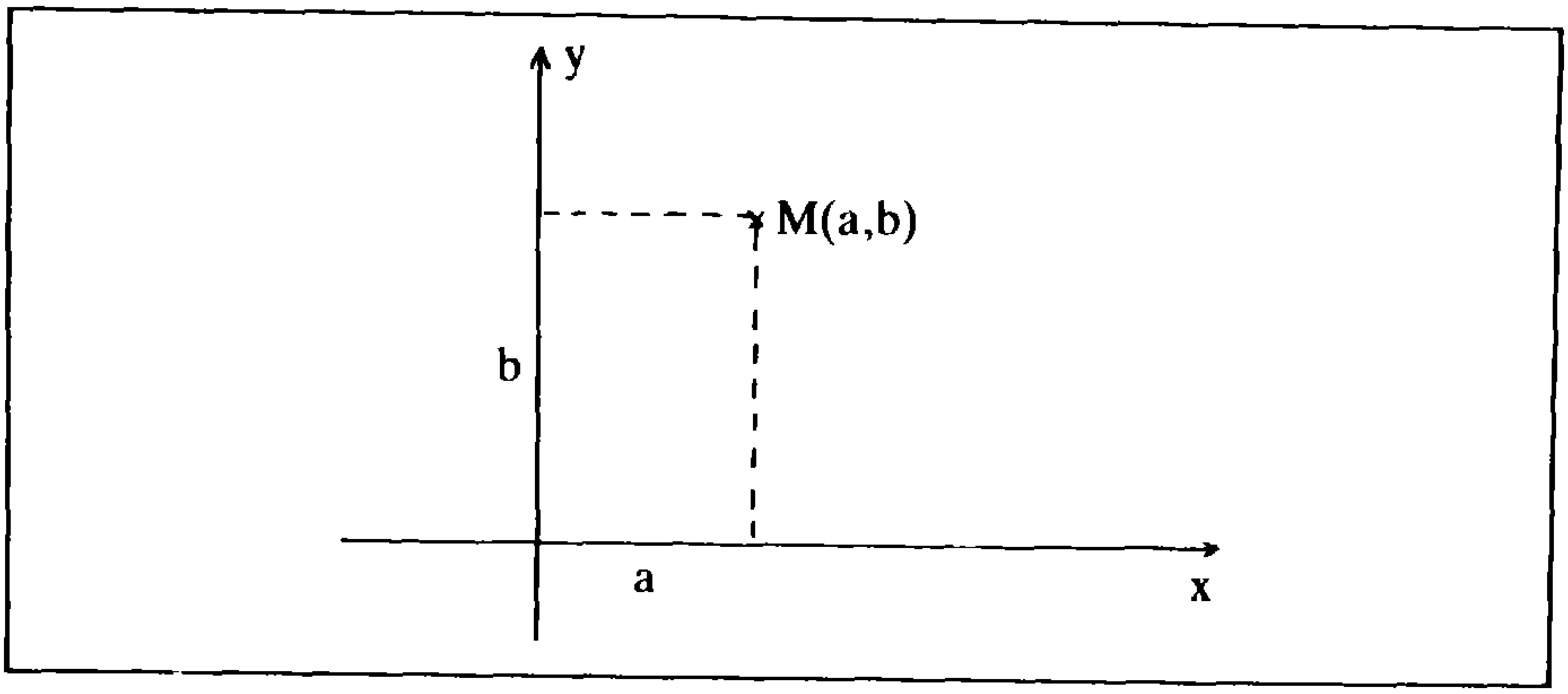
● مستقيم مائل (على مستو):

هو مستقيم ليس عمودياً ولا موازياً لذلك المستوى. يبين الشكل أن Δ هو مستقيم مائل على المستوى P.



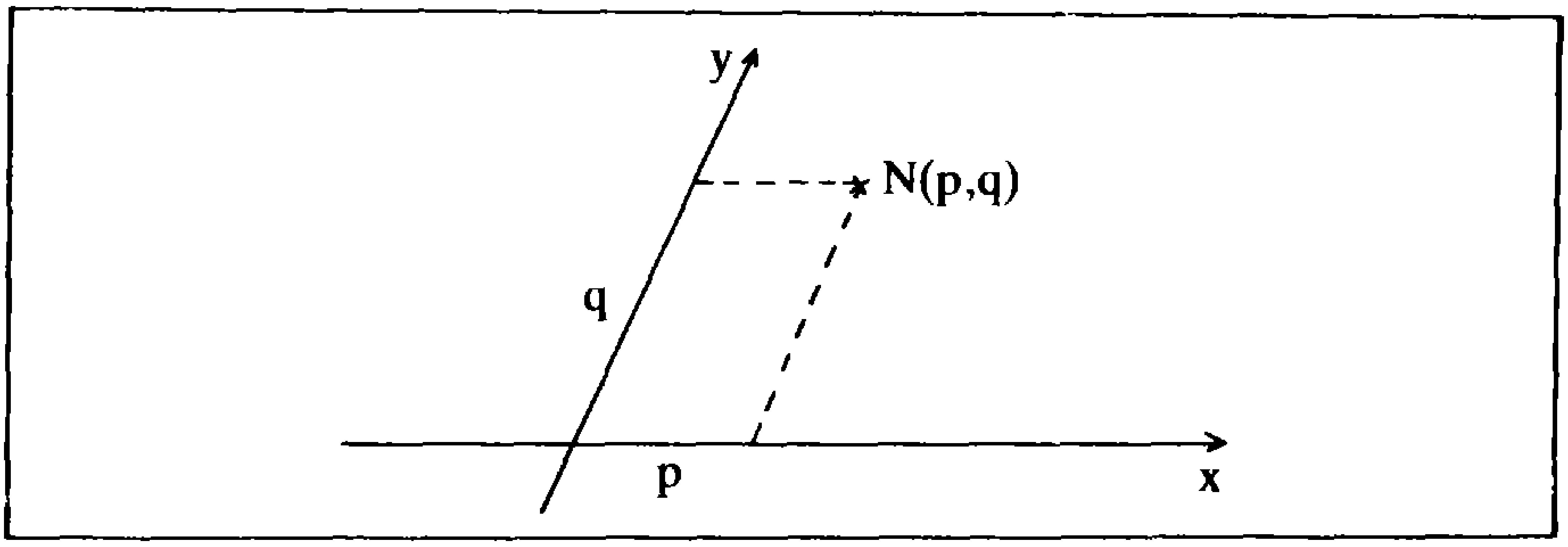
● احداثيات مائلة:

عندما يتم تمثيل نقطة في مستوى أو فضاء ثلاثي، فإن المحاور الاحداثية التي نتعامل معها هي محاور متعامدة (انظر ديكارتي) نسميها المحاور الديكارتية.



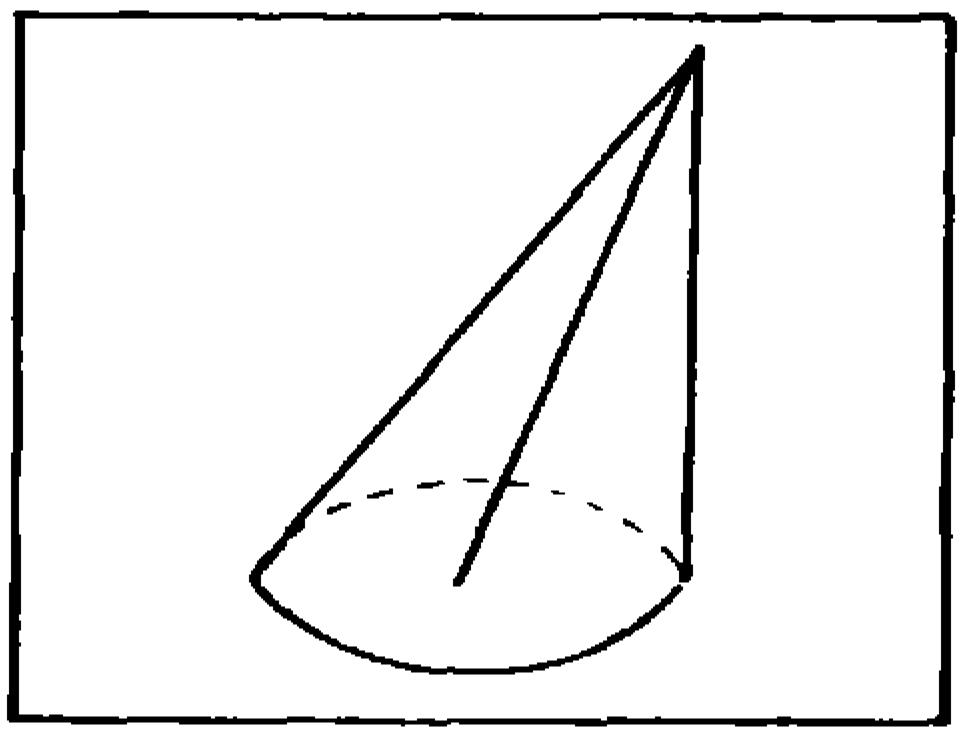
احداثيات متعامدة

ونحصل على احداثيات النقطة برسم موازيين للمحورين الاحداثيين (في حالة المستوى). أما إذا كان المحوران غير متعامدين فإن العددين (p,q) الممثلين للنقطة N هما الاحداثيان المائلان لهذه النقطة.



● **مثلث مائل:**

هو مثلث لا يحتوي على زاوية قائمة أي هو مثلث غير قائم الزاوية.



● **زاوية مائلة:**

هي زاوية غير قائمة. أي لا تساوي 90^{o}.

● **موشور مائل:**

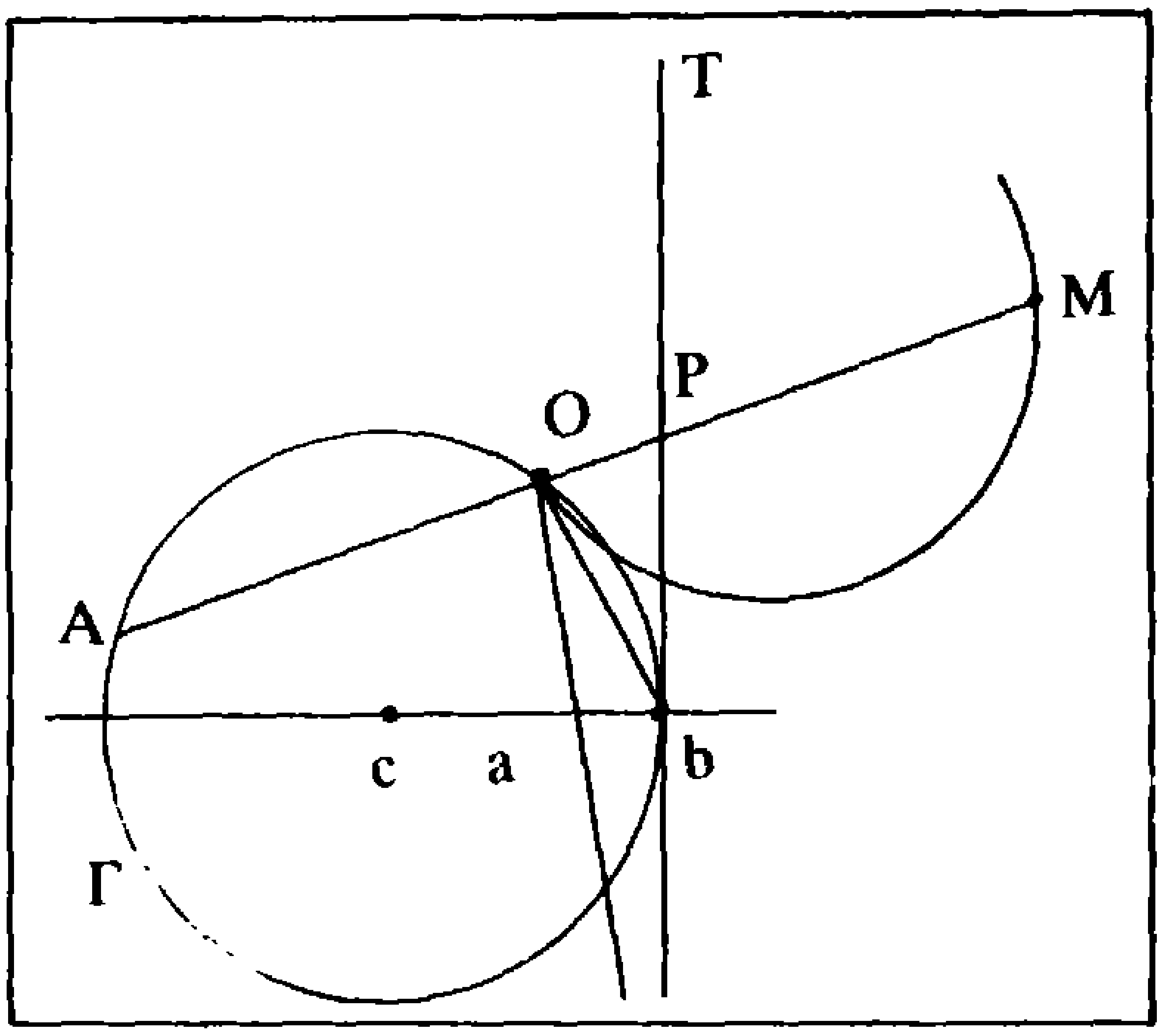
هو موشور لا تتعامد قواعده مع أحرفه.

● مخروط مائل:

هو مخروط دائري لا يتعامد محوره مع قاعدته.

● لبلابي مائل:

هو المحل الهندسي للنقطة M المعرفة على النحو التالي:



لتكن لدينا Γ دائرة ثابتة نصف قطرها a كما أن O نقطة على الدائرة، T مماس للدائرة في نقطة ثابتة B. عندئذٍ M هي النقطة التي تحقق AP = OM. حيث P هي نقطة تقاطع OA مع المماس. أما معادلة هذا المنحنى فتعطى بالشكل:

$(x^2 + y^2)(x \cos \alpha + y \sin \alpha) = 2ay^2$ حيث α هي الزاوية CBO.

مادي — CONCRETE

● عدد مادي:

هو عددي يشير إلى كائنات أو وحدات معينة. مثلاً 7 أشخاص، 5 مدارس. ونقصد بعدد مادي العدد والوحدات التي يشير إليها.

ماركوف، أندريه أندرييفيتش

MARKOV (or MARKOFF), ANDRET ANDREEVICH (1856-1922)

رياضي روسي اختص بالاحتمال واشتغل بالجبر والطوبولوجيا.

● عملية ماركوف:

لتكن $\{X(t), t \epsilon T\}$ عملية تصادفية حيث T مجموعة قابلة أو غير قابلة للعد تمثل مجموعة الدليل و X(t) متغيرات عشوائية تأخذ قيمًا في فضاء الحالات S

الذي قد يكون قابلاً أو غير قابلٍ للعد. نسمي $\{X(t), t\epsilon T\}$ عملية ماركوف إذا كان الاحتمال الشرطي:

$$P(X(t_n) \leq X|X(t_{n-1}), X(t_{n-2}), \ldots, X(t_0))$$
$$= P(X(t_n) \leq X|X(t_{n-1})$$

من أي مجموعة قيم $t_0<t_1<\ldots<t_{n-1}<t_n$ في T وأي قيمة X في T. إن دالة الاحتمال الشرطي:

$$P(t_0, x_0, E) = P(X(t) \in E \mid X(t_0) = x_0)$$

حيث E مجموعة بوريل (فترة) تسمى **دالة الانتقال الاحتمالية** أو فقط دالة الانتقال). وتسمى عملية ماركوف عملية **متجانسة** (أو توقفية) إذا كانت $P(t_0,x_0,E)$ تعتمد على t_0 و t فقط من خلال الفرق $t - t_0$. إذا كان فضاء الحالات في عملية ماركو قابلاً للعد فنسمي العملية سلسلة ماركوف. وإذا كانت T أيضاً قابلة للعد فنسمي العملية **سلسلة ماركوف المتقطعة**. وإذا كانت سلسلة ماركوف المتقطعة متجانسة فيكفي أن نذكر احتمالات الانتقال:

$$p_{ij} = P(X_n = j|X_{n-1} = i)$$

مازور، ستانيسلاف — MAZUR, STANISTLAW

رياضي بولندي اشتهر بإسهاماته المهمة في التحليل الحقيقي والتحليل الدالي والطوبولوجيا.

- **مباراة مازو وبناخ:**

لتكن I فترة مغلقة ولتكن B,A مجموعتين منفصلتين بحيث $AUB = I$. ولنفرض أنه يوجد لاعبان P_2, P_1 يختاران بالتناوب فترات مغلقة متداخلة $I_i, I_2, I_3, \ldots$ (أي $I_i \subset I_{i-1}$) بحيث يختار P_1 الفترات الفردية ويختار P_2 الفترات الزوجية. وتنتهي المباراة بفوز P_1 إذا وجدت نقطة تنتمي إلى A وإلى كل الفترات المختارة. ويفوز P_2 إذا وجدت نقطة تنتمي إلى B وإلى كل الفترات المختارة في مثل هذه المباراة يمكن استنتاج ما يلي:

(1) تـوجد استـراتيجية لفـوز اللاعب P_2 لأي استـراتيجية يختـارهـا اللاعب P_1 إذا وفقط إذا كانت A من الطائفة الأولى في I.

(2) توجد استراتيجية لفوز P_1 لأي استراتيجية يختارها P_2 إذا وفقط إذا كانت B من الطائفة الأولى عند نقطة في I.

وتبقى (1) صحيحة إذا عممنا I لتكن أي فضاء طوبولوجي. كما تبقى (2) صحيحة إذا عممنا I لتكن أي فضاء تام مقاسي، ويشترط في هذين التعميمين أن يختار اللاعبان مجموعات من جمهرة مجموعات معينة G تتصف بما يلي: إذا كان $g \epsilon G$ فإن داخل g غيرِ خالٍ وتحتوي كل مجموعة مفتوحة غير خالية على عنصر في G.

انظر متداخل.

ماشيروني، لورينزو — **MASCHERONI, LORENZO (1750-1800)**

عالم إيطالي في التحليل والهندسة.

- **ثابت ماشيروني:**

انظر ثابت أويلر.

ماص

ليكن E فضاء متجهات على حقل F. نقول عن مجموعة جزئية A في E أنها ماصة (أو شعاعية عند E) إذا كان لكل $x \epsilon E$ يوجد $\alpha > 0$ بحيث يكون $x \epsilon \lambda A$ وذلك لكل $\lambda \epsilon F$ تحقق $|\lambda| \geq \alpha$.

ملاحظة: الحقل F هو إما حقل الأعداد الحقيقية R أو حقـل الأعداد العقدية C.

ماعون — **REAM**

قياس لعدد الأوراق في رزمة نموذجية ويساوي 500 ورقة.

MATHIEU, EMILE LEONARD (1835-1890) ماتيو، إميل ليونارد

عالم فرنسي في الفيزياء الرياضية.

● دالة ماتيو:

هي أي حل لمعادلة ماتيو التفاضلية بحيث يكون هذا الحل دورياً (زوجياً أو فردياً). $ce_n(x)$ هو رمز لحل معادلة ماتيو والذي يتحول إلى cos nx عندما $b \to 0$ و $a = n^2$ وبحيث إذا نشرنا هذا الحل وفق متسلسلة فورييه فإن معاملات الحد cos nx في النشر تساوي 1.

$se_n(x)$ هو الحل الذي يتحول إلى sin nx عندما $b \to 0$ و $a = n^2$ بحيث تكون معاملات الحد sin nx في منشور فورييه لهذا الحل مساوية الواحد.

● معادلة ماتيو التفاضلية:

هي معادلة من الشكل $y'' + (a + b \cos 2x)y = 0$ والتي يُعْطى حلها العام بالشكل:

$$y = Ae^{rx} \phi(x) + Be^{-rx} \phi(-x)$$

حيث r,a,b,A,B هي ثوابت أما $\phi(x)$ فهي دالة دورية دورها 2π.

ولا يوجد لمعادلة ماتيو حلان دوريان مستقلان خطياً إذا كانت $b \neq 0$. بينما توجد حلول لهذه المعادلة من أجل قيم خاصة للثابت a. وهذه المعادلة هي حالة خاصة من المعادلة $y'' + p(x)y = 0$ و $p(x + \omega) = p(x)$ والمسماة معادلة هيل (Hill). وهي إحدى المعادلات التي كتب حولها مئات المقالات العلمية وعشرات الكتب بسبب أهميتها في التطبيقات العملية.

MACH, ERNST (1848-1916) ماخ، إرْنست

فيلسوف وفيزيائي نمساوي.

● عدد ماخ:

هو النسبة v/a حيث v هي سرعة انطلاق جسم ما، a هي السرعة المحلية للصوت في الهواء.

MATERIAL مادي

● نقطة (خط، سطح) مادي:

هي نقطة (خط، سطح) يفترض أن لها كتلة. ولكي نتصور ذلك نأخذ صفيحة معدنية كتلتها ثابتة فإذا جعلنا سماكة هذه الصفيحة تسعى إلى الصفر مع إبقاء نفس الكتلة، حصلنا على سطح مادي.

MAGNUS HEINRICH GUSTAN (1802-1870) ماغنوس، هنريخ غوستاف

عالم ألماني في الفيزياء والكيمياء.

● مفعولات (تأثيرات) ماغنوس:

هي القوى والعزوم التي يتم حسابها في نظرية الديناميك الهوائي عند دوران القشريات.

MACLANE, SAUDERS (1909-) ماكلان، ساوْندِرز

عالم أميركي في الجبر والطوبولوجيا الجبرية والهندسة ونظرية المجموعات. وهو أحد مؤسسي نظرية الطوائف.

MACLAURIN, COLIN (1698-1746) ماك لورين، كولِنْ

هو رياضي وفيزيائي اسكتلندي.

● مبرهنة ماك لورين:

انظر تايلور ـ مبرهنة تايلور.

● متسلسلة ماك لورين:

انظر تايلور.

مجموعة قواعد تحكم تصرف عدة أطراف متنافسة لأجل مصالح متناقضة.

● **مباراة n من اللاعبين:**

هي مباراة تحتوي على n من المصالح المتناقضة (n من اللاعبين).

● **مباراة لاعبين:**

تحوي على اثنين فقط من اللاعبين. وقد أوجد فون نويمان (جون) (ضمن آخرين) نظرية المباراة.

● **نظرية المباراة:**

وهي نظرية رياضية تتعلق بالسلوك الأمثل للأطراف المتنافسة حول مصالح متناقضة.

انظر **استراتيجية، إصبعية، أصغري الأعظم، بوكس، جزاء، مبارزة، سحبة، لاعب، مازور، هير**، وانظر المواضيع أدناه.

تساوي (1) قيمة المباراة. و (2) القيمة المتوقعة لجزاء كل استراتيجية بحتة يستخدمها اللاعب المعظم ضد استراتيجية اللاعب المُصْغِر المثلى المختلطة. Y تساوي بالضبط قيمة المباراة. وقد يكون للمباراة حل بدون أن يكون لها حل بسيط. ومباراة تواؤم العملة هي مثال لمباراة ذات حل بسيط. (انظر **مباراة ـ** مباراة تواؤم العملة). نقول أن S **مجموعة حلول أساسية** للمباراة إذا كانت S مجموعة منتهية من الحلول تحقق الشرطين:

(1) يمكن كتابة كل حل من حلول المباراة بشكل ترابط خطي محدب من عناصر S.

(2) عدم وجود مجموعة جزئية فعلية في S تحقق الشرط الأول. أي لا يمكن كتابة كل حلول المباراة بشكل ترابط خطي محدب من عناصر مجموعة جزئية فعلية في S.

انظر **لاعب ـ لاعب مُصْغِر ولاعب مُعْظِم**؛ وانظر **مباراة ـ قيمة المباراة**.

● **شكل المباراة الطبيعي**:

وصف المباراة بدلالة استراتيجياتها ودالة أو مصفوفة الجزاء.

انظر **مباراة ـ شكل المباراة المديد**.

● **شكل المباراة المديد**:

وصف المباراة بدلالة كل الحركات وأنماط المعلومات وغير ذلك.

● **قيمة المباراة**:

هو عدد v يقترن بكل مباراة صفرية المجموع بلاعبين تحقق مبرهنة أصغري الأعظم.

انظر **أصغري الأعظم**؛ وانظر **سرجي ـ نقطة سرجية لمباراة**.

● **مباراة البقاء**:

مباراة صفرية المجموع بلاعبين تستمر إلى أن يخسر أحد اللاعبين كل ما يملك.

● **مباراة تامة الإعلام**:

مباراة عند كل نقلة فيها يعرف كل لاعب نواتج كل النقلات السابقة في المباراة. ويكون لمثل هذه المباراة بالضرورة نقطة سرجية ويترتب على ذلك أن يكون لكل لاعب استراتيجية بحتة. وخلاف ذلك تكون المباراة ناقصة المعلومات.

● **مباراة تعاونية**:

مباراة يمكن ويسمح فيها تشكيل ائتلاف بين بعض اللاعبين.

● **المباراة اللاتعاونية**:

هي التي لا يسمح أو لا يمكن تشكيل ائتلاف فيها.

انظر **ائتلاف**.

● **مباراة تواؤم العملة**:

مباراة صفرية المجموع بلاعبين تتضمن أن يرمي كل لاعب قطعة نقود. إذا كان الناتج وجهين متشابهين يفوز اللاعب الأول، وإذا كان الناتج وجهين مختلفين يفوز اللاعب الثاني.

● **مباراة دائرية متناظرة:**

مباراة منتهية صفرية المجموع بلاعبين تكون المصفوفة فيها دَوَّارة (أي أن عناصر كل صفر هي نفس عناصر الصف السابق مزحَّفة مكاناً واحداً إلى اليمين مع تحويل العنصر الأخير إلى المركز الأول).

● **مباراة صفرية المجموع:**

مباراة يكون فيها مجموع الأرباح لمجموعة اللاعبين صفراً في كل لعبة. وإذا كانت هناك لعبة واحدة على الأقل في المباراة لا يساوي فيها مجموع الأرباح صفراً فنسمي المباراة **غير صفرية المجموع**.

● **مباراة قابلة للفصل:**

مباراة مستمرة ذات دالة جزاء $M(x,y) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} f_i(x) g_i(y)$ حيث a_{ij} ثوابت، و f_i و g_j دوال مستمرة وتمثل x و y استراتيجيات معرفة على الفترة المغلقة [0,1]. وكمثال على ذلك فإن **مباراة كثير الحدود** هي مباراة قابلة للفصل.

انظر أدناه، مباراة كثير الحدود.

● **مباراة كثير الحدود:**

مباراة مستمرة يمكن كتابة دالة جزائها بشكل كثير حدود في x و y:

$$M(x,y) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x^i y^i$$

حيث a_{ij} ثوابت، و x و y استراتيجيات معرفة على الفترة المغلقة [0,1].

● **مباراة كولونيل بلوتو:**

مسألة تقسيم القوى والمدافعة على قلاع مختلفة تحت الافتراض بأنه عند كل قلعة يخسر كل طرف عدداً يساوي عدد القوة الأصغر في القلعة. ثم تستولي على القلعة القوة التي يتبقى فيها عدد من الأحياء. ويقاس الجزاء بعدد الأحياء الباقين في القلعة.

● **مباراة متناظرة:**

مباراة صفرية المجموع بلاعبين تحقق دالة جزائها M(x,y) الشرط

$M(x,y) = -M(y,x)$ لجميع الاستراتيجيات x و y. وتساوي قيمة مثل هذه المباراة صفراً ويكون للاعبين نفس الاستراتيجية المثلى. وبصورة خاصة تكون المباراة المنتهية (صفرية المجموع بلاعبين) متناظرة إذا كانت مصفوفة جزائها متناظرة تخالفياً أي $a_{ij} = -a_{ji}$ لكل i و j.

● **مباراة مختلطة تماماً:**

مباراة ذات حل مفرد واحد يكون حلاً بسيطاً أيضاً. وبصورة مكافئة فهي مباراة يكون احتمال كل استراتيجية فيها موجباً.

انظر **مباراة ــ** حل مباراة صفرية المجموع بلاعبين.

● **مباراة محدبة ومباراة مقعرة:**

المباراة المحدبة هي مباراة صفرية المجموع بلاعبين تكون دالة جزائها $M(x,y)$ دالة محدبة في y استراتيجية اللاعب المُصْغِر (المباراة المحدبة هي ثنوية المباراة المقعرة ذات دالة الجزاء $-M(y,x)$). **المباراة المقعرة** هي مباراة صفرية المجموع بلاعبين تكون دالة جزائها $M(x,y)$ دالة مقعرة في x استراتيجية اللاعب المُعْظِمْ (المباراة المقعرة هي ثنوية المباراة المحدبة ذات دالة الجزاء $-M(y,x)$).

● **المباراة المحدبة ــ المقعرة:**

هي مباراة صفرية المجموع بلاعبين تكون دالة جزائها $M(x,y)$ دالة محدبة في y استراتيجية اللاعب المصغر وتكون دالة مقعرة في x استراتيجية اللاعب المعظم.

● **مباراة مستمرة:**

مباراة لا منتهية يكون لكل لاعب فيها فترة محددة مغلقة من الأعداد الحقيقية لاستراتيجياته البحتة. واعتيادياً تؤخذ الفترة $[0,1]$ كفترة قياسية للمباراة.

انظر أدناه مباراة منتهية ولا منتهية.

● **مباراة منتهية ولا منتهية:**

المباراة المنتهية: هي مباراة يكون لكل لاعب فيها عدد منته من

الاستراتيجيات البحتة. وتسمى المباراة **لا متنهية** إذا كان لأحد اللاعبين عدد لا منته من الاستراتيجيات البحتة.

انظر استراتيجية.

● **مباراة موضعية:**

مباراة يسمح بتحرك اللاعبين فيها في آن واحد. وبحيث يعلم كل لاعب في كل الأوقات نواتج كل التحركات السابقة.

انظر مباراة ـ مباراة تامة الإعلام.

● **نقطة سرجية للمباراة:**

انظر سرجي.

مباراة كولونيل بلوتو — COLONEL BLOTTO GAME

انظر مباراة.

مبرهنة — THEOREM

---

(1) نتيجة عامة تطرح لبرهنتها اعتماداً على فروض معينة.

(2) نتيجة عامة تمت برهنتها.

انظر ثنائي الحد ـ مبرهنة ثنائي الحد، وانظر أساسي ـ مبرهنة الجبر الأساسية ومبرهنة الحسبان الأساسية، وانظر ضمني ـ مبرهنة الدالة الضمنية، وانظر وسط ـ مبرهنات الوسط.

مبرمل

نقول عن فضاء محدب محلياً E أنه مبرمل إذا كان كل برميل في E جـواراً للنقطة O.

المبسط ذو البعدية n أو المبسط من n هو مجموعة مؤلفة من n + 1 نقطة مستقلة خطياً $P_0, P_1, \ldots, P_n$ في فضاء اقليدي بعديته أكبر من n، يضاف إليها كل النقاط التي من الشكل $x = \lambda_0 P_0 + \lambda_1 P_1 + \ldots + \lambda_n P_n$ حيث $\lambda_i \geq 0$، $\lambda_0 + \lambda_1 + \ldots + \lambda_n = 1$.

انظر مركتلي ــ احداثيات مركتلية.

وتسمى هذه المجموعة أحياناً **بالمبسط المغلق**. أما إذا اشترطنا بأن تكون كل λ_i موجبة فتسمى المجموعة عندها **بالمبسط المفتوح**.

أما إذا كانت النقاط $P_0, P_1, \ldots, P_n$ غير مستقلة خطياً (أو إذا انطبقت نقطتان أو أكثر فوق بعضهما) فإن المجموعة تسمى **بالمبسط المضمحل**. تسمى كل واحدة من النقاط $P_0, P_1, \ldots, P_n$ رأساً من رؤوس المبسط، وكل مبسط له r + 1 رأساً من هذه النقاط يسمى **وجها بعديته r أو وجهاً من r** من وجوه المبسط. هناك وجه واحد بعديته n وهو المبسط نفسه، أما الوجوه الأخرى التي بعديتها أقل من n فتسمى **بالوجوه الفعلية**.

المبسط ذو البعدية 0 هو نقطة واحدة. المبسط ذو البعدية 1 يتألف من نقطتين والقطعة المستقيمة التي تصل بينهما. وتعتبر هاتان القطعتان أو الرأسان هما الوجهين الفعليين الوحيدين ــ المبسط ذو البعدية 2 له ثلاثة رؤوس ويتألف من المثلث الذي تعطيه الرؤوس بالإضافة إلى داخل هذا المثلث، الوجوه من 0 هي الرؤوس والوجوه من 1 هي أضلاع المثلث. المبسط ذو البعدية 3 له 4 رؤوس وهو رباعي الوجوه زائد داخل هذا الرباعي الوجوه من 2 هي المثلثات. تسمى مجموعة الرؤوس في أي مبسط **بالهيكل**.

- **المبسط المجرد ذو البعدية n:**

هو أي مجموعة من n + 1 كائناً.

- **المبسط الطوبولوجي:**

هو فضاء طوبولوجي بينه وبين أحد المبسطات تماثل مستمر (مثلاً الكرة

المجسمة). نقول عن مبسط أنه موجه إذا أعطينا رؤوسه ترتيباً معيناً. إذا كان $(P_0\ P_1 \ldots P_n)$ توجيهاً معيناً لمبسط رؤوسه $P_0, P_1, \ldots, P_n$، فإن هذا التوجيه هو نفس التوجيه الذي نحصل عليه بواسطة أي تبديل زوجي للرؤوس، وهو مخالف بالإشارة لأي توجيه نحصل عليه بواسطة أي تبديل فردي للرؤوس. مثلاً: إذا أخذنا المبسط من 2 والذي يتولد من الرأسين P_0, P_1 فإن له توجيهين وهما (P_0P_1) و (P_1P_0). أما المبسط من 3 أي المثلث فيمكن الحصول على توجيهه حسب الاتجاهين اللذين نسرد معهما رؤوس المثلث وأحد هذين الاتجاهين مع عقارب الساعة، أما الآخر فعكس عقارب الساعة. إذا كان $(P_0P_1 \ldots P_n)$ توجيهاً لمبسط من n فإن هذا المبسط والمبسط من n − 1 والذي رؤوسه $P_0, P_1, \ldots, P_{i-1}, P_{i+1}, \ldots, P_n$ يكونان **موجهين بتساوق** أو باتفاق إذا كان توجيه المبسط من n − 1 يساوي $(P_0P_1 \ldots P_{i-1} \ldots P_n)\ (-1^i)$

مثلاً إذا كان ABC توجيه المثلث ذي الرؤوس A,B,C فإن هذا المثلث موجه بتساوق مع كل من أضلاعه إذا كان لهذه الأضلاع التوجيهات التالية:

$$(AB),\ (BC),\ -\ (AC) = (CA)$$

● **طريقة المبسط:**

هي خوارزمية تكريرية منتهية تستعمل لحل مسائل البرمجة الخطية بواسطة تعيين حلول أساسية متتالية ومعقولة (وذلك في حال وجود تلك الحلول) ثم اختبار تلك الحلول لإيجاد الحل الأمثل.

انظر برمجة ـ برمجة خطية.

SIMPLIFIED مبسط

الشكل المبسط لعبارة ما أو معادلة ما أو كمية ما قد يعني أحد الأشياء التالية:

(1) أكثر الأشكال اختصاراً وأقلها تعقيداً.

(2) أكثر الأشكال ملاءمة للخطوة التالية في العمليات الرياضية. ويقال للجذر الذي لا يضم كسراً أو عاملاً يمكن استخراج جذره أنه في شكل مبسط.

مثلاً $\sqrt{2}$ و $2\sqrt{3}$ هما جذران بأبسط صورهما، ولكن $\sqrt{\frac{1}{2}}$ و $\sqrt{12}$ ليسا كذلك. ويقال للكسر الذي كل من صورته ومخرجه عدد نسبي أنه في صورة مبسطة إذا كان بسطه ومقامه عددين صحيحين ليس بينهما عامل مشترك عدا 1 أو -1.

مبسطي SIMPLICAL

- **تطبيق مبسطي:**

هو تطبيق من معقد مبسطي k_1 إلى معقد مبسطي k_2 بحيث تكون صورة كل مبسط في k_1 مبسطة في k_2. (انظر معقد). إذا كان التطبيق واحداً لواحد وكانت صورة k_1 كل k_2 فإننا نقول إن k_1 و k_2 متماثلان أو أنهما متكافئتان توفيقياً.

- **معقد مبسطي:**

انظر معقد.

مباشر DIRECT

- **الجداء المباشر أو المجموع المباشر:**

انظر جداء.

- **البرهان المباشر:**

انظر برهان ــ البرهان المباشر وغير المباشر.

- **التناسب الطردي أو التغير المباشر:**

انظر تغير ــ التغير المباشر.

- **الدوال المثلثية المباشرة:**

هي دوال الجيب وجيب التمام والظل ومقلوباتها القاطع تمام والقاطع وظل التمام. وتسمى هذه الدوال مباشرة لتمييزها عن الدوال المثلثية المعاكسة.

انظر مثلثية ــ الدوال المثلثية.

PRINCIPLE مبدأ

هو حقيقة عامة أو قانون عام يبرهن أو يفرض بدون برهان.

انظر موضوعة ـ موضوعة الاستمرار، ثنوية ـ مبدأ الثنوية، متناسب ـ أجزاء التناسب.

● مبدأ القيمة العظمى:

وينص على أنه إذا كانت f دالة تحليلية نظامية في المتغير العقدي z في المجال D ولم تكن f مطابقة لمقدار ثابت، عندئذ فإن الدالة |f| لا تبلغ قيمة عظمى في أية نقطة داخلية من المجال D.

● مبدأ القيمة الصغرى:

وينص على أنه إذا كانت f دالة تحليلية نظامية في المتغير العقدي z في المجال D وكانت f مغايرة للصفر في أي نقطة من D، وإذا كانت f لا تطابق مقداراً ثابتاً، فإن | f(z)| لا تبلغ قيمة صغرى في أية نقطة داخل المجال D.

لاحظ أنه إذا كانت f(z) = z فإن | f(z) | تأخذ قيمتها الصغرى في نقطة الأصل.

COMMUTATOR مبدول

● مبدول العناصر في زمرة:

مبدول العنصرين a,b في زمرة هو العنصر $a^{-1}b^{-1}ab$ أو أنه العنصر c بحيث يكون bac = ab. إذا أخذنا مجموعة المبدولات وذلك لكل أزواج عناصر الزمرة لحصلنا على زمرة جزئية نطلق عليها اسم **الزمرة الجزئية للمبدولات**.

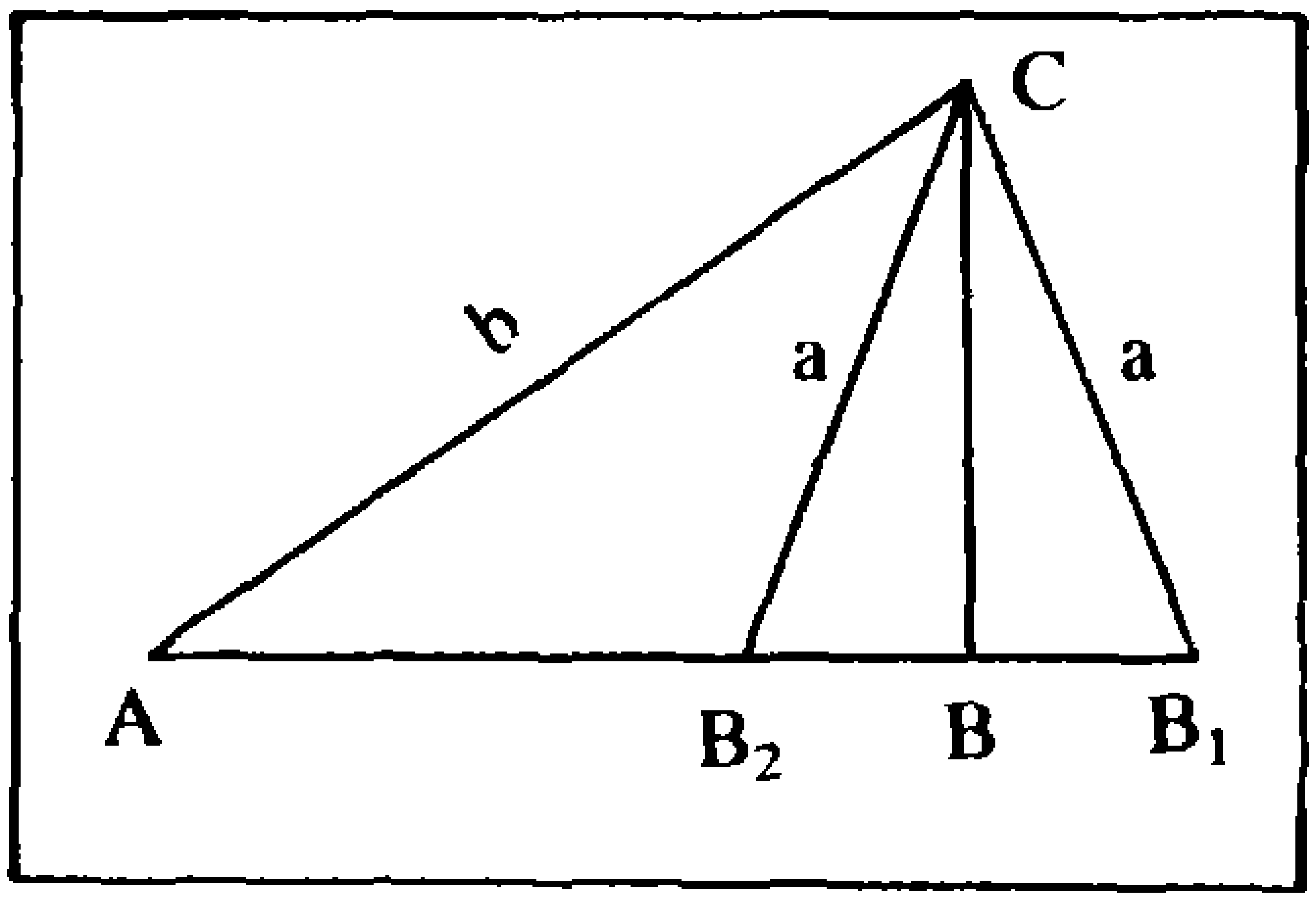
إذا كانت الزمرة آبلية فإن الزمرة الجزئية للمبدولات تكون مؤلفة من العنصر المحايد فقط.

نقول عن الزمرة أنها **كاملة** إذا كانت متطابقة مع الزمرة الجزئية لمبدولاتها الزمرة الجزئية للمبدولات تكون زمرة جزئية لا متغيرة وتكون زمرة العامل التي تشكلها آبلية.

ويقصد به غير معين بشكل واحد.

● **معادلة مبهمة في حل المثلثات:**

لو أخذنا مثلثاً في مستو وكان اثنان من أضلاعه معروفين وكذلك الزاوية المقابلة لأحد هذين الضلعين لتمكنا بواسطة قانون الجيوب من حساب جيب الزاوية المقابلة للضلع الثاني. وبما أنه يقابل هذا الجيب بشكل عام زاويتان كل منهما أقل من 180° (إلا إذا كان الجيب واحداً وتكون الزاوية في هذه الحالة قائمة) فإن الزاوية المراد إيجادها غير معينة بشكل وحيد. فإذا أعطي الجيب زاويتين مختلفتين ينتج عن ذلك مثلثان إذا كان الضلع المقابل للزاوية المعطاة أصغر من الضلع المجاور. لو نظرنا إلى الشكل وأخذنا الضلعين المعروفين b,a والزاوية المعروفة A وكان $a < b$ لحصلنا على المثلثين AB_1C, AB_2C أما إذا كان $a = b \sin A$ فيكون المثلث القائم ABC هو الحل الوحيد.



أما بالنسبة للمثلث الكروي فالحالة المبهمة هي الحالة التي نعرف فيها ضلعاً والزاوية المقابلة له. (وتكون الأجزاء المعروفة في هذه الحالة إما ضلعين والزاوية المقابلة لأحدهما وإما زاويتين والضلع المقابل لأحدهما).

● **مبين ثنائي الناظم لمنحن فضائي:**

هو المحل الهندسي لمتطرفات أنصاف الأقطار (في كسره الوحدة) الموازية للاتجاهات الموجبة لثنائيات الناظم لمنحن فضائي معطى.

● **مبين الناظم الرئيسي لمنحن فضائي:**

هو المحل الهندسي لمتطرفات أنصاف الأقطار في كرة الوحدة الموازية للاتجاهات الموجبة للنواظم الرئيسية لمنحن فضائي معطى.

• المبين الكروي للناظم الرئيسي لمنحن فضائي:
هو نفس مبين الناظم الرئيسي لمنحن فضائي.

• المبين الكروي لسطح مسطّر:
هو تقاطع مخروط الاستدلال للسطح المسطر مع كرة الوحدة عندما يكون رأس المخروط عند نقطة الأصل.
انظر استدلال ـ مخروط الاستدلال لسطح مسطر.

• المبين الكروي لمنحن فضائي:
هو المنحنى المرسوم على كرة الوحدة بنهاية نصف قطر الكرة الموازي لماس يتحرك على المنحنى الفضائي المعطى، وإذا كان المنحنى المعطى منحنياً مستوياً فإن المبين الكروي لهذا المنحنى يقع على دائرة عظمى للكرة. وبالتالي فإن مقدار انحراف المبين الكروي عن الدائرة العظمى يعطينا فكرة عن مدى انحراف المنحنى عند المنحنى المستوي.

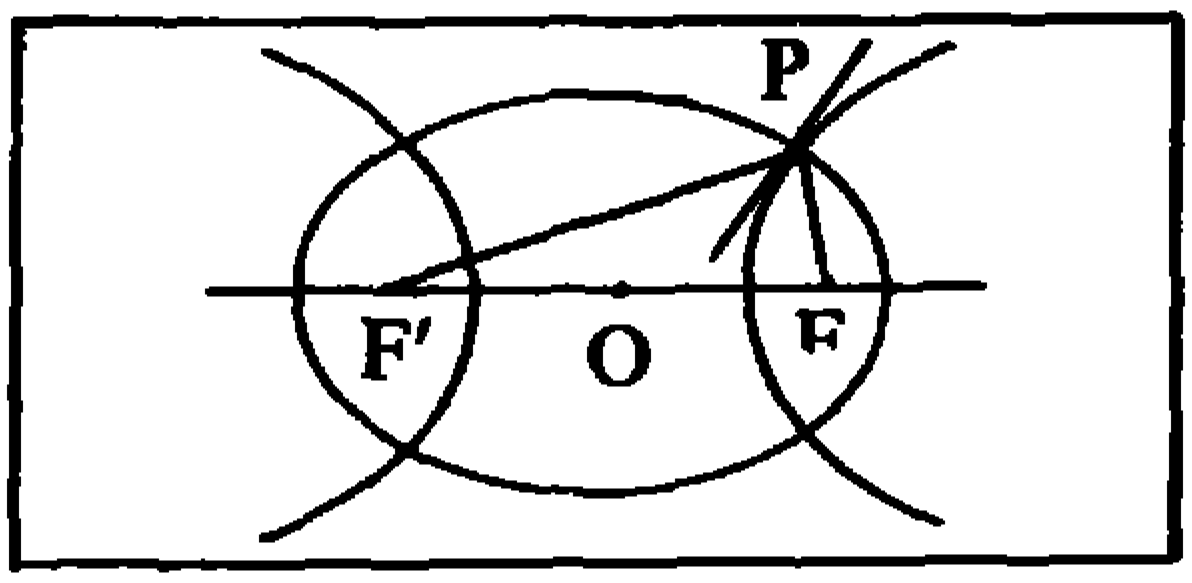
• مبين المماس لمنحن فضائي:
هو نفس المبين الكروي.

متبائر — CONFOCAL

• قطوع مخروطية متبائرة:
هي قطوع مخروطية لها نفس البؤرة، مثلاً القطوع الناقصة والقطوع الزائدة الممثلة بواسطة المعادلة:

$$\frac{x^2}{(a^2 - k^2)} + \frac{y^2}{(b^2 - k^2)} = 1$$

حيث أن $b^2 < a^2$, $k^2 \neq b^2$ ويأخذ k كل القيم الحقيقية الأخرى التي تحقق $k^2 < a^2$. تتقاطع هذه القطوع المخروطية المتبائرة على زوايا قائمة وتشكل بذلك نظاماً متعامداً.



● ثنائيات درجة متبائرة:

هي سطوح ثنائية درجة بحيث يكون لها نفس المستويات الرئيسية وتكون المقاطع مع أي واحد من هذه المستويات قطوعاً مخروطية متبائرة. مثلاً: إذا كانت a,b,c ثابتة وكان k وسيطاً فإن المعادلة:

$$\frac{x^2}{a^2 - k} + \frac{y^2}{b^2 - k} + \frac{z^2}{c^2 - k} = 1$$

$a^2 > b^2 > c^2$، تمثل نظاماً ثلاثياً من ثنائيات الدرجة المتبائرة. إذا كان $c^2 > k > -\infty$ فإن المعادلة تمثل مجسمات قطوع ناقصة متبائرة. وإذا كان $b^2 > k > c^2$ فإنها تمثل مجسمات قطوع زائدة متبائرة من شطر واحد. أما إذا كان $a^2 > k > b^2$ فإنها تمثل مجسمات قطوع زائدة من شطرين، كل عنصر في أي واحدة من هذه العائلات يكون متبائراً مع (ومتعامد على) كل عضو في العائلة الأخرى (انظر متعامد ــ نظام سطوح ثلاثي متعامد)، إذا كان $k = c^2$ فإننا نحصل على الجزء الناقصي من مستوى (x,y) (معدود مرتين) والمحدود بواسطة المعادلة (1): $\frac{x^2}{a^2 - c^2} + \frac{y^2}{b^2 - c^2} = 1$

وبشكل مشابه إذا كان $k = b^2$ نحصل على الجزء الزائدي من المستوى (x,z) (معدود مرتين) والمحدود بواسطة المعادلة (2): $\frac{x^2}{a^2 - c^2} - \frac{y^2}{b^2 - c^2} = 1$

المعادلتان (1) و (2) تعرفان **القطع الناقص البؤري** و **القطع الزائد البؤري** للنظام. ويمر خلال كل نقطة (x,y,z) في الفضاء ثلاثة سطوح ثنائية الدرجة من هذا النظام، وتسمى قيم الوسيط k_1, k_2, k_3، المقابلة لهذه السطوح بـ **الاحداثيات الناقصية** للنقطة x,y,z. انظر احداثي ــ احداثيات ناقصة.

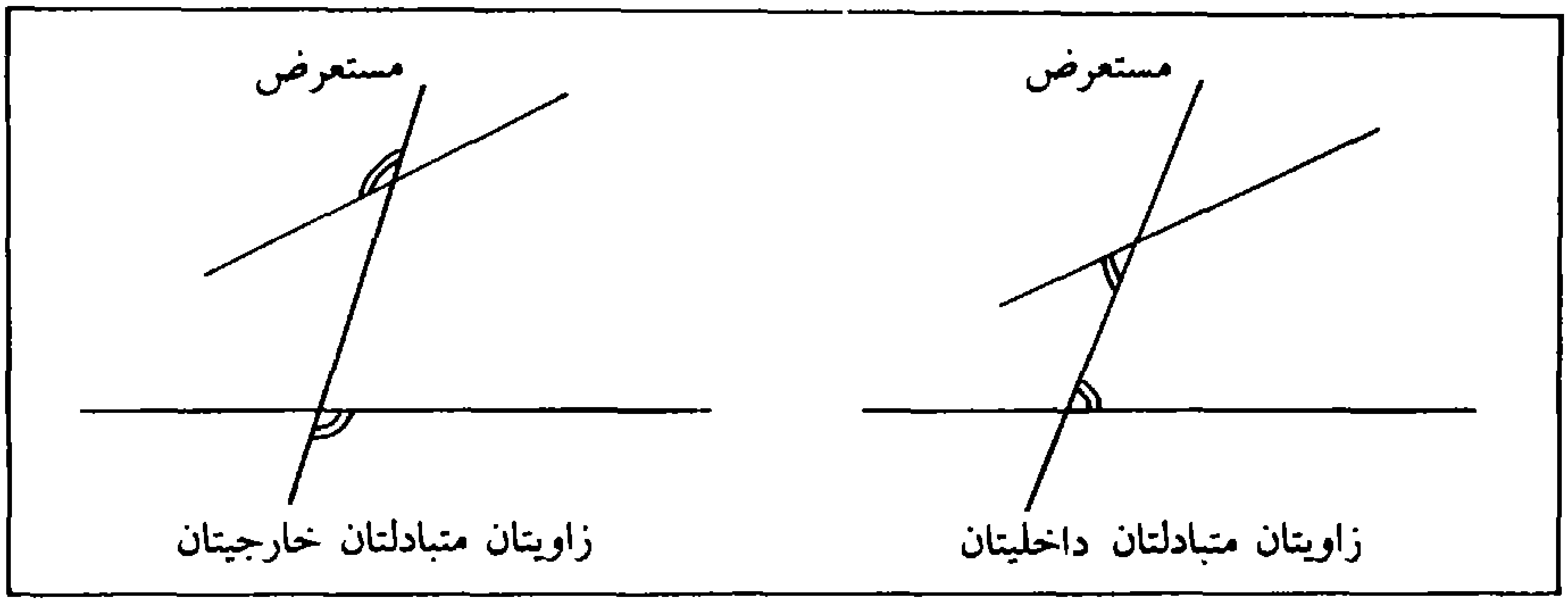
متبادل — ALTERNATE

● زاويتان متبادلتان:

هما زاويتان على جانبي قاطع مستعرض يقطع خطين آخرين بحيث تأخذ كل زاوية واحداً من هذين الخطين كأحد ضلعيها ويكون المستعرض هو ضلعها

الثاني. إذا لم تكن أي من الزاويتين في المنطقة بين الخطين فإننا نسميهما زاويتين متبادلتين خارجيتين. أما إذا كانت كل منهما بين الخطين فإننا نسميهما زاويتين متبادلتين داخليتين.

انظر زاوية ــ زاوية تكونت بواسطة مستعرض.



متباعد DIVERGENT

● المتتالية المتباعدة:

هي متتالية غير متقاربة، ويمكن تقسيم تباعد المتتاليات إلى نوعين:

(1) **التباعد الفعلي**: تتباعد المتتالية $\{a_n\}$ فعلياً:

(أ) إذا كان يوجد لكل عدد M عدد صحيح موجب n_0 بحيث $\alpha_n > M$ لكل $n \geq n_0$ أي أن حدود المتتالية تكبر بقدر ما نريد بتكبير قيم n أو

(ب) إذا كان لكل عدد M يوجد عدد صحيح موجب n_0 بحيث $a_n < M$ لكل $n \geq n_0$ أي أن حدود المتتالية تصغر بقدر ما نريد (جبرياً) بتكبير قيم n.

في الحالة (أ) نقول ان $\lim\limits_{n \to \infty} a_n = +\infty$.

وفي الحالة (ب) نقول ان $\lim\limits_{n \to \infty} a_n = -\infty$.

مثال: المتتالية $\{2n - 1\} = \{1,3,5,7,...\}$ متباعدة فعلياً و $\lim\limits_{n \to \infty} (2n - 1) = +\infty$ أما المتتالية $\{-n^2\} = \{-1,-4,-9,...\}$ فتتباعد فعلياً كذلك و $\lim\limits_{n \to \infty} (-n^2) = -\infty$.

(2) التذبذب: إذا تباعدت متتالية وكان تباعدها غير فعلي فإننا نقول ان المتتالية تتذبذب. فمثلاً المتتالية ...,1,1,−1,1,−1− متتالية متذبذبة وكذلك المتتالية ...,3−,3,2−,2,1−,1.

● المتسلسلة المتباعدة:

هي متسلسلة غير متقاربة، أي أن متتالية مجاميعها الجزئية $\{S_n\}$ تتباعد، حيث S_n هي مجموع الحدود الأولى التي عددها n. ويكون **التباعد فعلياً** إذا تباعدت $\{S_n\}$ فعلياً وتكون المتسلسلة متذبذبة إذا كانت $\{S_n\}$ متذبذبة.

مثال: لنفرض المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + \ldots$ فإن:

$$S_1 = 1,\ S_2 = 1 + 2 = 3,\ S_3 = 1 + 2 + 3 = 6, \ldots, S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

ومن الواضح أن $\lim S_n = +\infty$ وبالتالي فإن المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} n$ متباعدة تباعداً فعلياً.

مثال: المتسلسلة $1 - 1 + 1 - 1 + \ldots$ تتذبذب لأن متتالية مجاميعها الجزئية تتذبذب بين الصفر والواحد $S_1 = 1,\ S_2 = 0,\ S_3 = 1, \ldots$

● تجميع متسلسلات متباعدة:

انظر تجميع ـ تجميع متسلسلات متباعدة.

متباين INJECTIVE

أنظر تطبيق متباين.

متباينة INEQUALITY

هي عبارة تنص على أن كمية معينة أقل (أو أكبر) من كمية أخرى. وإذا كان a أقل من b فإننا نرمز لهذه العلاقة بالرمز $a < b$ أما العلاقة a أكبر من b فيرمز لها بالرمز $a > b$ وتعرف المتباينة الشرطية بأنها متباينة صحيحة لبعض قيم المتغيرات الموجودة فيها أي ليست صحيحة لجميع قيم هذه المتغيرات. أما

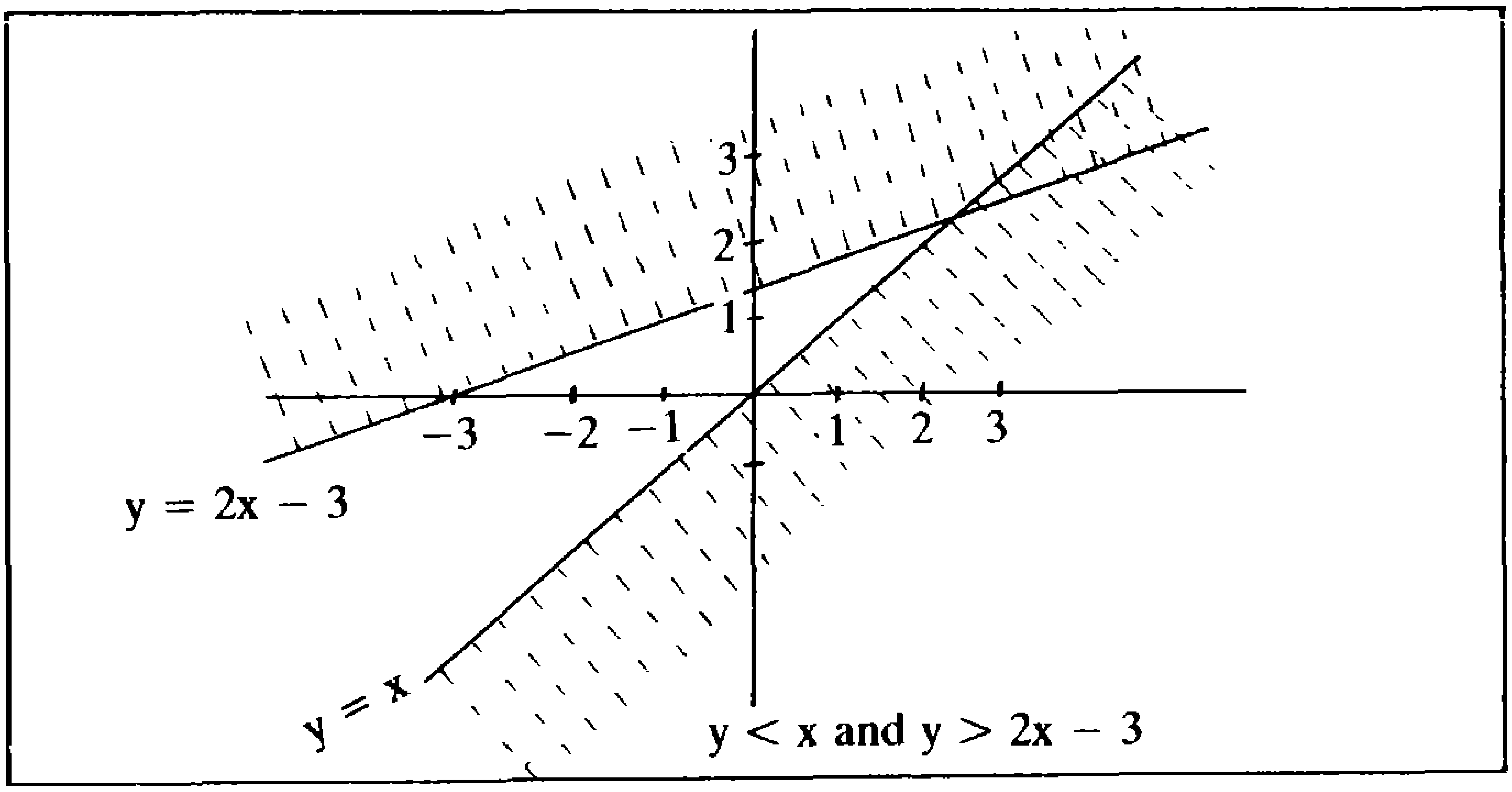
المتباينة المطلقة (غير الشرطية) فهي تلك المتباينة التي تكون صحيحة لجميع قيم المتغيرات الموجودة فيها (أو أنها لا تحتوي على أي متغير مثل $2 < 3$).

مثال: $x + 2 > 3$ متباينة شرطية لأنها صحيحة فقط لجميع قيم x التي هي أكبر من 1. أما $x + 1 > x$ فهي متباينة مطلقة لأنها صحيحة لجميع قيم x. وتعرف المتباينة كثيرة الحدود بأنها متباينة يكون طرفاها كثيري حدود.

انظر تربيعي ـ متباينة تربيعية.

- **بيان المتباينة:**

هو مجموعة النقاط التي تحقق المتباينة. فمثلاً بيان المتباينة $y < x$ هو مجموعة النقاط التي تقع تحت الخط $y = x$. وأما بيان المتباينة $2x - y < 3$ فهو مجموعة النقاط التي تقع فوق الخط $y = 2x - 3$ لأن المتباينة $2x - y < 3$ تكافىء المتباينة $y > 2x - 3$. أما بيان المتباينات الآنية $y < x$ و $2x - y < 3$ فهي مجموعة النقاط الواقعة تحت الخط $y = x$ وفوق الخط $y = 2x - 3$.



- **المتباينات الآنية:** انظر آني.
- **متباينة المثلث:** انظر مثلث.
- **متباينات آبل وبرنولي وبسل وكوشي وتشيبيتشيف وهادامارد وهولدر وجنسن ومينكوفسكي ونيوتن وشفارتز ويونغ:**

انظر تحت هذه الأسماء.

SUCCESSIVE — متتال

نفس متعاقب.

انظر متعاقب.

SEQUENCE — متتالية

● **متتالية لا نهائية (متتالية):**

هي كل دالة $a:N \rightarrow X$ مجالها مجموعة الأعداد الطبيعية وتأخذ قيمها في مجموعة ما X. وتسمى اختصاراً **متتالية**. ونرمز للمتتالية بالشكل:

$$a = \{ (1,a_1), (2,a_2), \ldots, (n,a_n),\ldots \}$$

أو اختصاراً بالرمز $\{a_1,a_2,\ldots,a_n,\ldots\}$ ونشير هنا إلى أن هذا الاختصار المستخدم في جميع كتب الرياضيات تقريباً يوقعنا بالتباس لأن $\{a_1,a_2,\ldots,a_n,\ldots\}$ ليست هي المتتالية، بل هي مدى المتتالية، ومع ذلك فإننا سنستخدم هذا الرمز الأخير على أنه خطأ شائع للاختصار. كما يرمز للمتتالية بأحد الرمزين $\{a_n\}$ أو (a_n) وتسمى عناصر المدى $a_1,a_2,\ldots$ **حدود** أو **عناصر** المتتالية ويسمى الحد a_n **الحد العام** للمتتالية أو **الحد النوني** أو **الحد ذا الدليل** n. فإذا كانت حدود المتتالية أعداداً حقيقية قلنا إن المتتالية حقيقية.

وتجدر الإشارة إلى أنه ليس من الضروري أن يكتب الحد الأول بالشكل a_1، بل يمكن أن نبدأ بـ a_0 أو أحياناً a_{-1}.

مثال (1): $\{1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\ldots\}$ هي متتالية حقيقية حدها العام هو $\frac{1}{n}$.

مثال (2): $\{1,-1,1,-1,\ldots\}$ هي متتالية حقيقية حدها العام $(-1)^{n+1}$.

● **متتالية منتهية:**

هي كل دالة $a:M \rightarrow X$ مجالها M مجموعة منتهية من الأعداد الطبيعية وتأخذ قيمها في مجموعة ما X.

مثال: المتتالية $\{x,2x^2,\ldots,nx^n\}$ هي متتالية منتهية.

● **نقطة تراكم لمتتالية:**

هي نقطة P بحيث يقع عدد غير منته من حدود المتتالية في أي جوار للنقطة P.

مثال: للمتتالية {2,3,2,3,2,3,...} نقطتا تراكم هما 2 و 3. فإذا كان هناك عدد غير منته من حدود المتتالية الحقيقية أكبر (أصغر) من أي عدد M فإن $+\infty$ $(-\infty)$ هي نقطة تراكم للمتتالية. وتسمى نقطة التراكم أحياناً نقطة عنقودية أو نقطة نهاية للمتتالية. أما أكبر نقطة تراكم L لمتتالية حقيقية فتسمى **أعلى نهاية**، كما أن أصغر نقطة تراكم ℓ تسمى **أدنى نهاية**، بحيث يوجد عدد غير منته من حدود المتتالية أكبر من $L - \varepsilon$ في الحالة الأولى من أجل أي موجب ε كما يوجد عدد غير منته من حدود المتتالية أصغر من $\ell + \varepsilon$ في الحالة الثانية.

● **متتالية جزئية:**

لتكن لدينا المتتالية $a:N \to X$ فإن أي دالة $b:M \to X$ مجالها M مجموعة جزئية غير منتهية من مجموعة الأعداد الطبيعية N تسمى متتالية جزئية من المتتالية a.

مثال: المتتالية {1,4,6,8,...} هي متتالية جزئية من المتتالية $\{1, \frac{1}{2}, 4, \frac{1}{3}, 6, \frac{1}{4}, ...\}$.

إن أعلى نهاية (أدنى نهاية) لمتتالية هي في الواقع نهاية الحدود العليا (الدنيا) للمتتاليات الجزئية:

$$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$$

$$a_2, a_3, a_4, \ldots, a_{n+1}, \ldots$$

$$a_3, a_4, a_5, \ldots, a_{n+2}, \ldots$$

ولا بد أن نشير هنا إلى أن أعلى نهاية (أدنى نهاية) ليست دوماً أصغر حد علوي (أكبر حد سفلي) للمتتالية.

مثال: إن أعلى نهاية وأدنى نهاية للمتتالية $\{2, -\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \ldots, (-1)^n(1 + \frac{1}{n}), \ldots\}$ هي 1 ، 1- بينما يكون الحدان الأعلى

والأدنى 2,⅔- . ونشير إلى أعلى نهاية لمتتالية $\{a_n\}$ بالرمز $\lim_{n \to \infty} a_n$ بينما نشير إلى أدنى نهاية بالرمز $\lim_{n \to \infty} a_n$ ونشير إلى كلتا النهايتين بالرمز $\overline{\lim}_{n \to \infty} a_n$ ، ويكون للمتتالية نهاية أي تكون متقاربة إذا كان $\overline{\lim}_{n\to\infty} a_n = \underline{\lim}_{n\to\infty} a_n$.

- **متتالية حسابية:**

انظر حسابية.

- **حد أعلى (أدنى) لمتتالية:**

نسمي العدد r حداً أعلى (أدنى) لمتتالية حقيقية $\{a_n\}$ إذا تحقق الشرط $(a_n \geq r)$ $a_n \leq r$ من أجل جميع عناصر المتتالية.

- **متتالية محدودة:**

إذا كان لمتتالية حد أعلى وحد أدنى فإنها تسمى متتالية محدودة.

- **أصغر حد أعلى لمتتالية:**

هو أكبر حد من حدود المتتالية (إن وجد بين حدودها حد أكبر)، أو هو العدد L بحيث تحتوي الفترة $(L - \varepsilon, L)$ على عدد من حدود المتتالية من أجل أي $\varepsilon > 0$ بينما لا يكون هناك أي حد من حدود المتتالية أكبر من L.

- **أكبر حد أدنى لمتتالية:**

هو أصغر حد من حدود المتتالية (او وجد بين حدودها حد أصغر)، أو هو العدد ℓ بحيث تحتوي الفترة $(\ell, \ell + \varepsilon)$ على عدد من حدود المتتالية من أجل أي $\varepsilon > 0$ بينما لا يكون هناك أي حد من حدود المتتالية أصغر من ℓ.

- **متتالية كوشي:**

هي مجموعة من النقط $\{x_1, x_2, \ldots\}$ بحيث يوجد عدد N مقابل كل $\varepsilon > 0$ يتحقق من أجله $\rho(x_i, x_j) < \varepsilon$ إذا كان $i > N$ و $j > N$ حيث $\rho(x_i, x_j)$ هي المسافة بين x_i و x_j.

إذا كانت مجموعة النقط $y_1, y_2, \ldots$ نقطاً في فضاء اقليدي فإن المتتالية

$\{y_1,y_2,...\}$ تكون متقاربة إذا وفقط إذا كانت هذه المتتالية هي متتالية كوشي. ونشير إلى أن هذا الأمر ليس بالضرورة صحيحاً في فضاءات غير اقليدية.

إذا كانت مجموعة النقط $\{a_1,a_2,...\}$ أعداداً حقيقية (عقدية) فإن دالة المسافة تأخذ الشكل $\rho(a_i,a_j) = |a_i - a_j|$ وتكون المتتالية $\{a_1,a_2,...\}$ متقاربة إذا وفقط إذا كانت هذه المتتالية هي متتالية كوشي.

انظر كوشي ـ شرط كوشي لتقارب متتالية، انظر تام ـ فضاء تام.

- **نقطة عنقودية لمتتالية**: انظر نقطة تراكم.
- **متتالية هندسية**: انظر هندسي.
- **تكامل نهاية متتالية**:

أنظر محدود ـ مبرهنة التقارب المحدود؛ انظر رتيب ـ مبرهنة التقارب الرتيب؛ أنظر ليبيغ ـ مبرهنة التقارب لليبيغ؛ انظر متسلسلة ـ مكاملة متسلسلة.

- **متتالية معممة**: انظر شبكة.
- **متتالية رتيبة**: انظر رتيب.
- **متتالية عشوائية**: انظر عشوائي.
- **متتالية نظامية**: هي نفس متتالية كوشي.
- **متتالية متقاربة**:

نقول بأن المتتالية العددية $\{a_1,a_2,a_3,...,a_n,...\}$ متقاربة إذا كان يوجد لهذه المتتالية نهاية a أي إذا كان أي جوار لـ a يحتوي على جميع حدود المتتالية باستثناء عدد منته منها. وبشكل أدق نقول: إن المتتالية تتقارب إلى a إذا كان يوجد عدد N مقابل أي عدد معطى $\varepsilon > 0$ بحيث يكون $|a - a_n| < \varepsilon$ من أجل جميع $n > N$.

ونقول بأن متتالية النقط $\{p_1,p_2,...,p_n,...\}$ تتقارب إلى p (نهايتها p) إذا كان لأي جوار U للنقطة p يوجد عدد N بحيث تبقى p_n في الجوار U من أجل

جميع $n > N$ كما نقول بأن المتسلسلة العددية $\{a_1,a_2,\ldots,a_n,\ldots\}$ متقاربة إذا وفقط إذا كان للمتسلسلة:

$$a_1 + (a_2 - a_1) + (a_3 - a_2) + \ldots + (a_{n+1} - a_n) + \ldots$$

مجموع محدد.

- **متتالية متباعدة:**

إذا لم تكن المتتالية متقاربة نسميها متتالية متباعدة.

- **متتالية متقاربة لمجموعات:**

هي متتالية مجموعات تتساوى فيها أعلى نهاية مع أدنى نهاية. أما نهاية هذه المتتالية فهي مجموعة تتكون من جميع العناصر التي تنتمي إلى عدد غير منته من المجموعات.

متتالية جزئية — SUBSEQUENCE

هي متتالية ضمن متتالية أخرى. مثلاً $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{2}n, \ldots$ هي متتالية جزئية للمتتالية $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{n}, \ldots$.

متتام — COMPLEMENTARY

- **دوال مثلثية متتامة:**

ويقصد بها دوال مشاركة مثلثية.

انظر مثلثي.

- **زوايا متتامة:**

نقول عن زاويتين أنهما متتامتان إذا كان مجموعهما 90^o. مثلاً الزاويتان الحادتان في المثلث القائم الزاوية تكونان متتامتين دائماً.

انظر مثلثي ــ دوال مشاركة مثلثية.

● دالة متجانسة:

تسمى الدالة $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ متجانسة من الدرجة ℓ إذا كان:

$$f(tx_1, tx_2, \ldots, tx_m) = t^{\ell} f(x_1, x_2, \ldots, x_m)$$

ومثل هذه الدالة u تحقق المعادلة التفاضلية جزئية:

$$x_1\frac{\partial u}{\partial x_1} + x_2\frac{\partial u}{\partial x_2} + \ldots + x_m\frac{\partial u}{\partial x} = \ell f(x_1, x_2, \ldots, x_m)$$

مثال: الدالة المعرفة بالقانون $f(x,y,z) = xyz + x^3 - x^2y$ متجانسة من الدرجة 3 لأن:

$$f(tx, ty, tz) = t^3(xyz) - t^3x^3 - t^3x^2y = t^3f(x,y,z)$$

● كثير حدود متجانس:

هو كثير حدود كل حدوده لها نفس الدرجة إذا أخذت جميع المتغيرات في الحسبان. وإذا نظرنا إلى كثير الحدود كدالة فإنه يكون متجانساً إذا كان متجانساً كدالة (انظر أعلى).

● مجسم متجانس:

(1) هو مجسم كثافته واحدة عند جميع نقاطه.

(2) هو مجسم بحيث إذا أخذت منه قطع متطابقة من أجزاء مختلفة فيه فإن هذه القطع تكون متماثلة في كل شيء.

● معادلة تكاملية متجانسة:

هي معادلة تكاملية متجانسة من الدرجة الأولى في الدالة المجهولة.

انظر فريدهولم ــ معادلة فريدهولم التكاملية، وانظر أيضاً فولتيرا ــ معادلة فولتيرا التكاملية.

● معادلة متجانسة:

هي معادلة بحيث إذا كتبت على شكل معادلة صفرية فإن طرفها الأيسر يكون دالة متجانسة في المتغيرات الموجودة. ولحل المعادلةالخطية المتجانسة انظر اتساق ــ اتساق معادلة خطية.

- احداثيات متجانسة: انظر احداثي ـ احداثيات متجانسة.
- تحويل متجانس: انظر تحويل ـ تحويل متجانس.
- تحويل تآلفي متجانس: انظر تآلفي ـ تحويل تآلفي.
- جهد متجانس: انظر جهد.
- معادلة تفاضلية متجانسة: انظر تفاضلي.

متجانس التباين (إحصاء) **HOMOSCEDASTIC**

له نفس التباين، وتكون مجموعة من المجتمعات الإحصائية متجانسة التباين إذا كانت تبايناتها متساوية. وفي توزيع متعدد المتغير العشوائي $f(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ نقول أن أحد المتغيرات x_i متجانس التباين إذا كان التباين الشرطي $Var(x_i, x_1, x_2, \ldots, x_{i+1}, \ldots, x_p)$ للمتغير X_i بإعطاء بقية المتغيرات ثابتاً لا يعتمد على قيم $x, x, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots x_p$.

متجانسة جبرية **QUANTIC**

هي دالة متجانسة كسرية في متغيرين أو أكثر. أو هي كثير حدود جبري متجانس بمتغيرين أو أكثر، وتصنف المتجانسةالجبرية وفق درجة التجانس حيث تكون ثنائية الدرجة أو تكعيبية أو رباعية الدرجة. كما تصنف بحسب عدد المتغيرات التي يتم التجانس وفقاً لها حيث تكون متجانسة ثنائية وثلاثية ورباعية. . إذا كان عدد المتغيرات 4,3,2 على الترتيب.

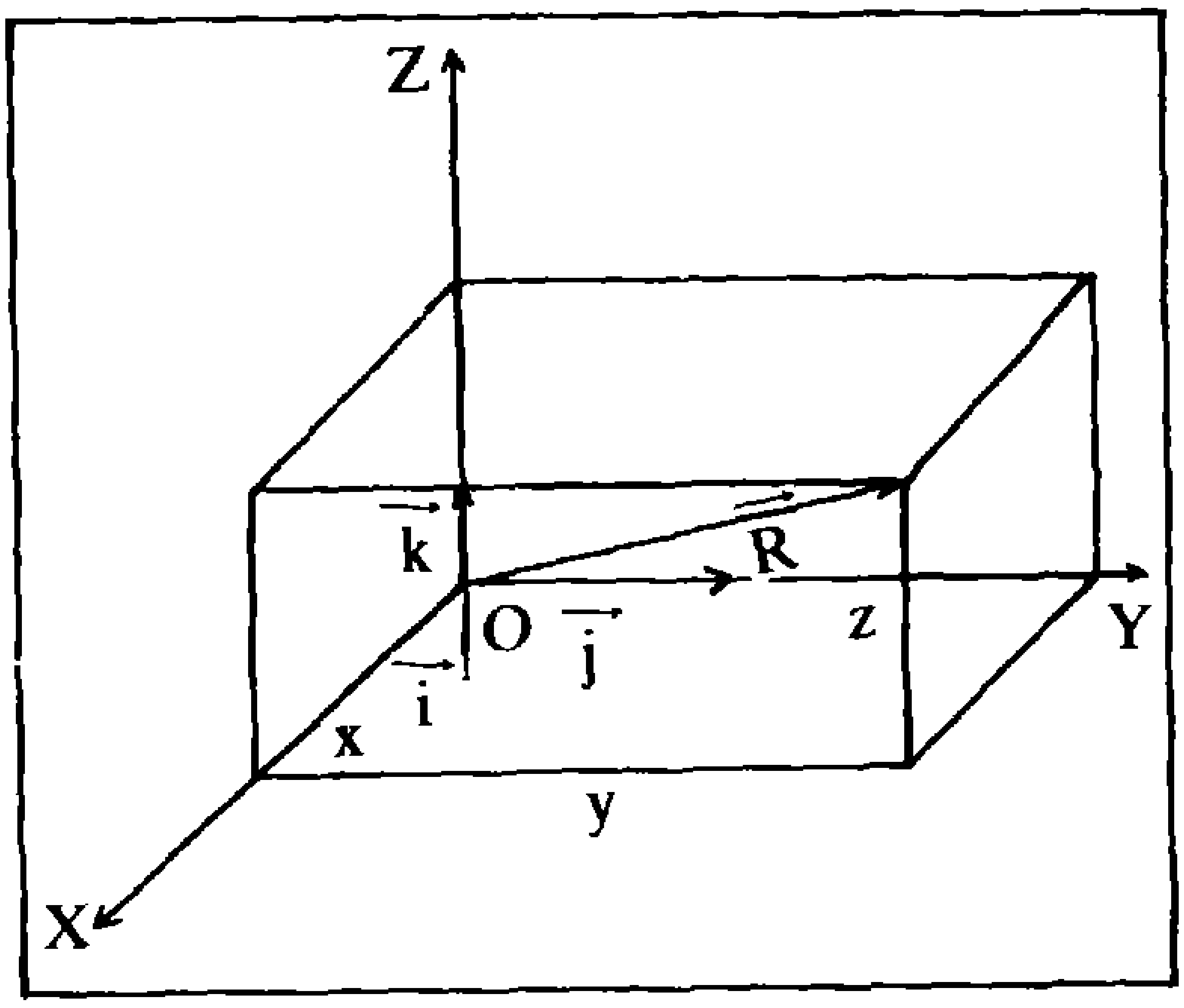
- حل المتجانسة:

انظر فيرارو.

متجه **VECTOR**

والمتجه في الفضاءالإقليدي ثلاثي البعدية يعتبر كائناً يمكن وصفه كقطعة مستقيمة موجهة خاضعة لعمليات جمع وضرب معينة. كما تعرف المتجهات في

هذه الحالة بأنها أزواج ثلاثية مرتبة خاضعة لعمليات معينة من الجمع والضرب. وإذا رمزنا لوحدات المتجهات في اتجاه محاور x و y و z بالرموز $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ على الترتيب فإنه يمكن كتابة المتجه $x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ أو (x,y,z) حيث تسمى z,y,x بمركبات المتجه وفي الشكل المرافق نرسم المتجه:



$$\vec{R} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

● **القيمة المطلقة للمتجه:**

هي الطول العددي للمتجه دون اعتبار اتجاهه وتساوي $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ للمتجه $\vec{R} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. وهذه القيمة تساوي البعد بين نهاية المتجه ونقطة الأصل إذا كان بدءالمتجه عند نقطة الأصل.

● **جمع وضرب المتجهات:**

انظر ضرب ـ ضرب المتجهات وكذلك جمع ـ جمع المتجهات.

● **حقل متجهات مخالف التغير:**

هو حقل موترات مخالف التغير مرتبته تساوي الواحد.

انظر موتر.

● **حقل متجهات موافق التغير:**

هو حقل موترات مخالف التغير ذات مرتبة تساوي الوحدة. ويكون تدرج حقل سلمي حقل متجهات موافق التغير. أما $t_i(x^1, x^2, \ldots, x^n)$ فهو موضعياً يكون تدرج حقل سلمي ما إذا كان $\frac{\partial t_j}{\partial x^i} = \frac{\partial t_i}{\partial x^j}$ لكل i و j في منطقة تكون فيها المشتقات الجزئية لـ t_i موجودة ومستمرة.

انظر موتر ـ موتر موافق التغير.

● **مشتق المتجه:** انظر مشتق ـ مشتق المتجه.

• المتجه المسيطر: انظر مسيطر.

• المتجه اللادوراني: انظر لا دوراني.

• المتجهات المتعامدة: انظر متعامد.

• حقل المتجهات المتوازية (المخالفة للتغير):
أنظر متوازي ـ الإزاحة المتوازية لمتجه على منحنى.

• متجه الموضع:
هو المتجه المبتدىء عند نقطة الأصل والمنتهي عند النقطة موضع الاعتبار. وإذا كانت النقطة المعينة هي (a,b,c) فإن متجه الموضع يكون $\vec{R} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$.

• متجه نصف القطر:
انظر قطبي ـ الاحداثيات القطبية؛ وانظر كروي ـ الاحداثيات الكروية.

• الأنظمة المقلوبة للمتجهات: انظر مقلوب.

• المتجه الملفي: انظر ملفي.

• تحليل المتجهات:
هو الدراسة التي تختص بالمتجهات والعلاقة بينها ومدى تأثيرها.

• متجه الكمون: انظر كمون.

• الجداء المتجهي للمتجهات: انظر ضرب ـ ضرب المتجهات.

• فضاء المتجهات:
(1) هو فضاء من المتجهات كمتجهات اعتيادية في ثلاثة أبعاد. وبصورة عامة فضاء مكون من عناصر لها n مركبة مثل $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ويسمى الفضاء بفضاء متجهات حقيقية إذا كانت المركبات x_i حقيقية. ويعرف جمع المتجهين $\vec{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ و $\vec{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ بأنه المتجه:

$$\vec{x} + \vec{y} = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \ldots, x_n + y_n)$$

أما ضرب $\vec{x}$ بالعدد السلمي a فإنه يعرف:

$$a\vec{x} = (ax_1, ax_2, \ldots, ax_n)$$

أما الجداء الداخلي(السلمي أو النقطي) فيعرف بأنه:

$$<\vec{x}, \vec{y}> = \vec{x} \cdot \vec{y} = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

ومن هذا الجداء الداخلي يمكن تعريف طول أو معيار المتجه $\vec{x}$ على أنه:

$$\|x\| = [< \vec{x}, \vec{x}>]^{\frac{1}{2}} = [\sum_{i=1}^{n} |x_i|^2]^{\frac{1}{2}}$$

ويمكن أن يكون للمتجهات عدد لا منته من المركبات كما هي الحالة في فضاء هيلبرت.

(2) ويعرف فضاء المتجهات في هذه الحالة بأنه زمرة آبلية V بالعملية + معرف عليها ضرب بالسلميات له الخواص التالية:

(أ) لكل $\vec{x} \epsilon V$ وعدد سلمي a فإن $a\vec{x} \epsilon V$.

(ب) لكل $\vec{x}, \vec{y} \epsilon V$ وعدد سلمي a فإن $a(\vec{x} + \vec{y}) = a\vec{x} + a\vec{y}$.

(جـ) $(a + b)\vec{x} = a\vec{x} + b\vec{x}$ لكل $\vec{x} \epsilon V$ وأعداد سلمية.

(د) $(a\ b)\vec{x} = a(b\vec{x})$ لكل $\vec{x} \epsilon V$ وأعداد سلمية a,b.

(هـ) $1.\vec{x} = \vec{x}$.

والسلميات يمكن أن تكون أعداداً حقيقية أو عقدية أو عناصر في حقل ما. ويكون فضاء المتجهات V فضاء طوبولوجياً خطياً (أو فضاء متجهات طوبولوجياً) إذا كانت V زمرة طوبولوجية وكان الضرب السلمي مستمراً. ويكون فضاء المتجهات معيراً إذا أمكن مقابلة كل متجه $\vec{x}$ بعدد حقيقي نرمز له بـ $\|\vec{x}\|$ ويحقق الشروط:

(أ) $\vec{x} \neq 0, \|x\| > 0$.

(ب) $\|a\vec{x}\| = |a|\ \|\vec{x}\|$.

(جـ) $\|\vec{x} + \vec{y}\| \leq \|\vec{x}\| + \|\vec{y}\|$.

ويكون فضاء المتجهات المغير فضاء متجهات طوبولوجيا على الدوام.
انظر بناخ وفريشيه وهيلبرت وداخلي ــ ومتعامد.

متجه ثناوي — DYADIC

انظر ثناء.

● **النظام العددي الثناوي:**

هو تعبير آخر يطلق على النظام العددي الثنائي.

انظر ثنائي.

متجه ذاتي — ELGENVECTOR

انظر قيمة ذاتية.

متجه مقابل

(1) إذا كان V فضاء متجهات حقيقياً وكان V^* الفضاء الثنوي، أي مجموعة الدوال الخطية من V إلى R فإن كل عنصر من عناصر V^* يسمى **متجهاً مقابلاً**.

(2) إذا كان M منطوياً تفاضلياً وكانت p أي نقطة في M وكان T_p^*M فضاء المماس عند p فإن كل عنصر في الفضاء الثنوي T_p^*M يسمى **متجهاً مقابلاً** عند p. أما الدالة التي تخصص لكل نقطة في المنطوى متجهاً مقابلاً عند هذه النقطة فهي الدالة المعروفة **بالشكل التفاضلي من الدرجة 1**.

متجهي — VECTORIAL

● **زاوية متجهية:**

انظر قطبي ــ احداثيات قطبية في المستوى.

متحاب AMICABLE

● **عددان متحابان:**

هما عددان يساوي كل منهما مجموع القواسم التامة للآخر (باستثناء العدد نفسه) مثلاً لو أخذنا العددين 220, 284 لوجدناهما متحابين لأن القواسم التامة للعدد 220 هي:

1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110

ومجموعها 284، أما العدد 284 فإن قواسمه التامة هي:

1, 2, 4, 71, 142

ومجموعها 220.

متحارر ISOTHERMAL

أي له علاقة بتساوي الحرارة.

● **التغير المتحارر (فيزياء):**

هو التغير الحادث في حجم وضغط مادة معينة مع إبقاء درجة حرارتها ثابتة.

● **نظام من المنحنيات المترافقة التحارر على سطح:**

هو نظام يتكون من عائلتين أحاديتي الوسيط على سطح S بحيث إذا أخذت هذه المنحنيات كمنحنيات وسيطية، فإن الشكل التربيعي الأساسي الثاني للسطح S يصبح $\mu(u,v)\,(du^2 \pm dv^2)$ وبالتالي فإن النظام المترافق التحارر يكون نظاماً مترافقاً.

انظر مترافق ــ نظام مترافق من المنحنيات على سطح.

● **الخطوط المتحاررة:**

هي خطوط على الخريطة توصل بين النقاط التي لها نفس متوسط درجة الحرارة السنوي. أما في الفيزياء فالخطوط المتحاررة تعني تلك المنحنيات الناتجة

من رسم دالة الضغط بالنسبة للحجم لغاز معين محفوظ تحت درجة حراراة ثابتة.

● **عائلة متحاررة من المنحنيات على سطح:**

هي عائلة أحادية الوسيط من المنحنيات على السطح بحيث تشكل مع مساراتها المتعامدة **نظاماً متحارراً** من المنحنيات على السطح.

● **نظام متحارر من المنحنيات على سطح:**

هو نظام مكون من عائلتين من المنحنيات على السطح S بحيث يوجد وسيطان u,v يمكن من خلالها أن تصبح المنحنيات في النظام منحنيات وسيطية للسطح وبحيث يصبح الشكل الأساسي الأول للسطح على الصورة $\lambda(u,v)\ (du^2 + dv^2)$.

● **التطبيق المتحارر:**

هو تطبيق من مجال (u,v) على السطح S بحيث تكون الكميات الأساسية من المرتبة الأولى تحقق الشرطين $E = G = \lambda(u,v)$ و $F = 0$. ويكون التطبيق المتحارر متزاوياً فيما عدا عند النقطة المنفردة، حيث $\lambda = 0$. ويسمى الاحداثيان v,u **بالوسائط المتحاررة**.

انظر متزاو ــ تطبيق متزاوي.

● **السطح المتحارر:**

هو سطح تشكل خطوط تقوسه نظاماً متحارراً.

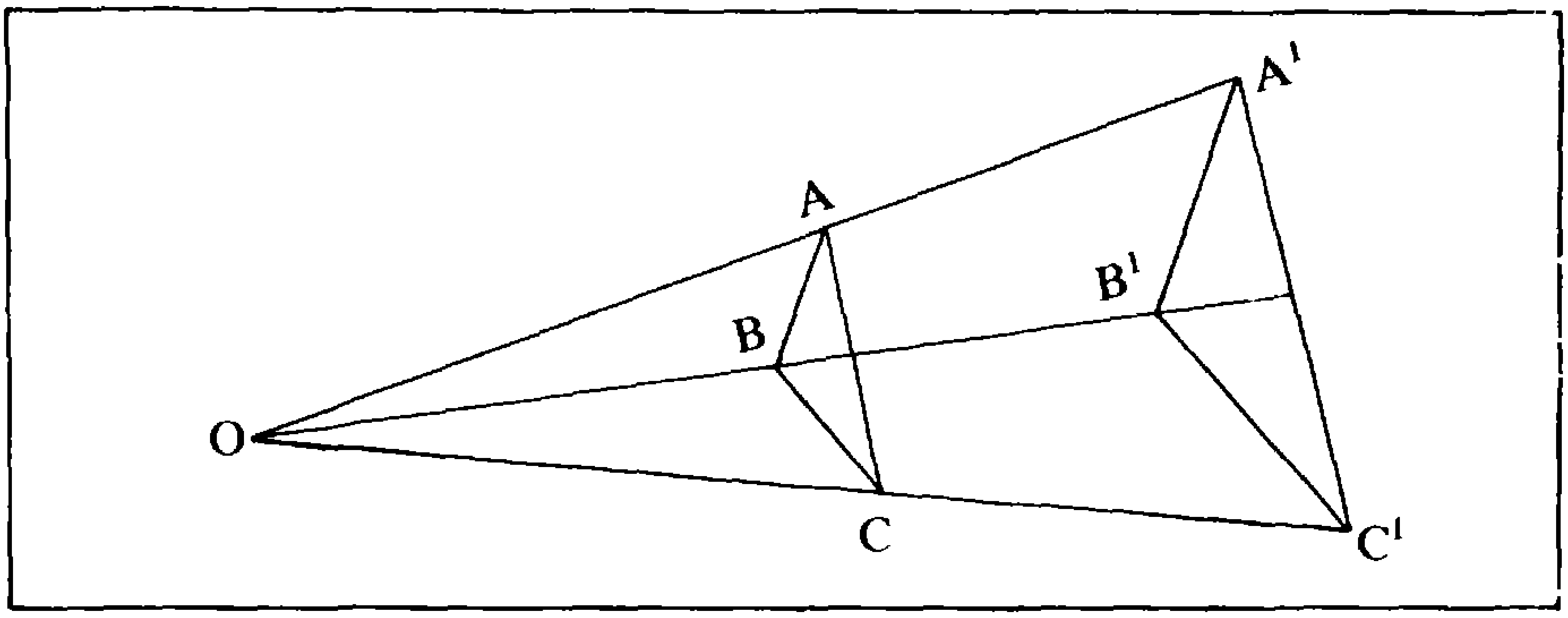
متحاك — HOMOTHETIC

● **أشكال متحاكية:**

هي أشكال مرتبطة بحيث تمر جميع الخطوط الواصلة بين النقاط المتقابلة بنقطة معينة O وتنقسم بالنقطة O بنسبة ثابتة.

● **تحويل متحاك:**

انظر شبه ــ تحويل الشبه.



BIASED, Or BIASSED **متحيز**

● **مقدر متحيز:**

انظر غير متحيز ـ مقدر غير متحيز.

● **اختبار متحيز:**

انظر فرض ـ اختبار الفرض.

ISOTROPIC **متخاصص**

● **المنحنى المتخاصص:**

هو تعبير مرادف **للمنحنى الأصغري**.

● **قابل للانبساط متخاصص:**

هو سطح تخيلي يحقق الشرط $EG - F^2 \equiv 0$. ويكون هذا السطح سطحاً مماساً لمنحنى أصغري.

انظر **سطح** ـ المعاملات الأساسية للسطح.

● **المواد المرنة المتخاصصة:**

هي تلك المواد والتي تكون فيها خواص المرونة مستقلة عن الاتجاه في المواد. وهذا يعني أن خواص المرونة تبقى نفسها في جميع الاتجاهات.

● **المستوى المتخاصص:**

هو مستوى تخيلي معادلته: $ax + by + cz + d = 0$

حيث $a^2 + b^2 + c^2 = 0$

مثال: المستويات الملاصقة للمنحنيات الأصغرية تعطينا أمثلة على المستويات المتخاصصة.

متخالف SKEW

● **حقل متخالف:**

انظر حلقة.

● **رباعي الأضلاع المتخالف:**

هو الشكل الناتج من توصيل أربع نقاط ليست على استقامة واحدة بأربع قطع مستقيمة بحيث تتصل كل نقطة بنقطتين أخريين فقط.

● **مصفوفة متناظرة تخالفياً:**

مصفوفة مربعة A تساوي منقولها بإشارة سالبة أي أن

$$A^T = -A$$

أو بعبارة أخرى إذا كانت المصفوفة $A = (a_{ij})$ فإن A متناظرة تخالفياً إذا كان $a_{ij} = -a_{ji}$.

مرادف: مصفوفة متخالفة.

● **معين متناظر تخالفياً:**

هو معين تكون فيه $a_{ij} = -a_{ji}$ حيث a_{ij} هو العنصر الواقع في الصف i والعمود j. وتكون العناصر القطرية في المعين المتناظر تخالفياً أصفاراً لأن $a_{ii} = -a_{ii}$ يؤدي إلى $a_{ii} = 0$.

إذا كانت رتبة المعين المتناظر تخالفياً عدداً فردياً فإن قيمة المعين تساوي صفراً.

● **موتّر متناظر تخالفياً:**

انظر موتّر.

متخامد DAMPED

● **تذبذب متخامد:**

انظر تذبذب.

● **حركة توافقية متخامدة:**

هي حركة توافقية تتناقص سعتها باستمرار.

انظر توافقي ـ حركة توافقية.

متخلف DEFAULTED

● **الدفعات المتخلفة:**

(1) وهي الدفعات التي تدفع بعد الميعاد المقرر للدفع. وهي غالباً ما تحدث في نظام الدفع بالتقسيط؛ أو

(2) الدفعات التي لم تدفع أبداً.

متدائر CONCYCLIC

● **نقاط متدائرة:**

النقاط المتدائرة هي نقاط تقع على نفس الدائرة.

متداخل NESTED

● **الفترات المتداخلة:**

هي متتالية فترات تكون كل فترة منها محتواة في الفترة السابقة. ويطلب أحياناً أن تنتهي أطوال هذه الفترات إلى الصفر عندما نتقدم أكثر فأكثر في المتتالية.

● **مبرهنة الفترة المتداخلة:**

تنص على أنه من أجل أية متتالية من الفترات المتداخلة والتي تكون كل

فترة منها محدودة ومغلقة، فإنه يوجد نقطة واحدة على الأقل تنتمي إلى كل فترة من الفترات. (بالطبع يوجد نقطة واحدة فقط إذا كانت أطوال الفترات تنتهي إلى الصفر).

ونشير هنا إلى أن هذه المبرهنة صحيحة من أجل الفترات في الفضاء الاقليدي ذي n بعداً.

● **مجموعات متداخلة:**

هي عائلة S من المجموعات تحقق الشرط التالي: إذا كانت $A \in S$، $B \in S$ فإما أن يكون $A \subset B$ أو $B \subset A$.

متداني | **PROXIMAL**

لتكن (X,T,π) زمرة تحويلية و $x,y \in X$. نقول أن x و y نقطتان متدانيتان إذا كان لكل $\alpha \in u$ يوجد $t \in T$ بحيث $(\pi(x,t),\pi(y,t)) \in \alpha$ حيث u هي البنية المنتظمة المعرفة على X لتجعل X فضاء منتظمًا. وإذا رمزنا لمجموعة أزواج النقاط المتدانية بالرمز P فإن $P = \cap \{\pi \times \pi(\alpha,T) \mid \alpha \in u\}$

ويمكن الاستنتاج بأن $(x,y) \in P$ إذا وفقط إذا كان:

$$\overline{C(x,y)} \cap \Delta \neq \phi$$

حيث $\overline{C(x,y)}$ هي غلاقة مدار (x,y) في الزمرة التحويلية على الجداء $X \times X$ و Δ هي القطر في $X \times X$.

ويمكن البرهنة على أن الزمرة التحويلية (X,T,π) تكون **متقاصية** إذا، وفقط إذا كانت $P = \Delta$.

انظر متقاص.

متذبذب | **OSCILIATING**

● **متسلسلة متذبذبة:**

انظر متباعد ـ متسلسلة متباعدة.

متر METER (METRE)

● المتر:

هو وحدة أساسية للقياس الخطي في النظام المتري. وهو المسافة بين علامتين على قضيب من البلاتين محفوظ في باريس.

والمتر يساوي 39.37 إنشاً تقريباً.

متراص COMPACT

نقول أن الفضاء الطوبولوجي X متراصاً إذا كان لكل غطاء مفتوح لـ X يوجد غطاء جزئي منتهٍ لـ X.

وبصورة أخرى إذا كان $\zeta = \{W_\alpha | \alpha \in \Lambda\}$ غطاء مفتوحاً لـ X فإنه يوجد غطاء جزئي منته $\zeta_1 = \{W_{i1}, W_{i2}, \ldots, W_{in}\}$ حيث $\zeta_1 \subset \zeta$ و $X = \bigcup_{k=1}^{n} W_{ik}$.

ويكون الفضاء X متراصاً إذا وفقط إذا كان تقاطع أية عائلة من المجموعات المغلقة فيه غير خال على شرط أن تتمتع هذه العائلة بخاصية التقاطع المنتهي (انظر منته ـ تقاطع منته). وتكون كل مجموعة جزئية مغلقة من مجموعة متراصة متراصة أيضاً. كما أن كل مجموعة جزئية متراصة من فضاء هاوسدورف تكون مغلقة.

ويعرف الفضاء المتراص محلياً بأنه فضاء X بحيث تكون كل نقطة فيه لها جوار (مفتوح) U محتوى في مجموعة متراصة F في X. (أي أن $x \in U \subset F$).
وإذا كان X فضاء هاوسدورف فإن هذا التعريف يكافىء التالي: لكل $x \in X$ يوجد جوار مفتوح U علاقته $\bar{U}$ متراصة.

ونقول إن الفضاء X متراص عدياً إذا كان لكل غطاء مفتوح قابل للعد لـ X يوجد غطاء جزئي منتهٍ. ويكون الفضاء X متراصاً عدياً إذا وفقط إذا كان لكل متتالية في X يوجد نقطة تراكم في X. أما الفضاء المتراص بالتتالي فيعرف بأنه فضاء يكون لكل متتالية فيه متتالية جزئية تتقارب لنقطة في X.

ونقول إن الفضاء يتمتع بخاصية **بولزانو ـ فايرشتراوس** إذا كان لكل مجموعة جزئية لامنتهية في الفضاء نقطة تراكم واحدة على الأقل.

انظر **بولزانو ـ مبرهنة بولزانو ـ فايرشتراوس**.

وفي فضاء لندلوف تتكافأ الخواص التالية:

(1) التراص.

(2) التراص عدياً.

(3) التراص بالتتالي.

(4) خاصية بولزانو ـ فايرشتراوس.

وبالتالي فإن هذه الخواص الأربعة تكون متكافئة أيضاً بالنسبة **لفضاءات المقاس**.

وكل فضاء متراص يكون أيضاً متراصاً عدياً. كماأن كل فضاء متراص عدياً يتمتع بخاصية بولزانو ــ فايرشتراوس. ويكون كل فضاء T_1 ويتمتع بخاصة بولزانو ــ فايرشتراوس فضاءً متراصاً عدياً. أما بالنسبة للفضاء المتراص بالتتالي فيكون أيضاً متراصاً عدياً. أما العكس فغير صحيح إلا إذا كان الفضاء يحقق الموضوعة الأولى للعدية.

مثال (1): تكون المجموعة $\{0,1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},...\}$ متراصة.

مثال (2): لا تحقق مجموعة الأعداد الحقيقية (بالطوبولوجيا العادية) أي من الخواص التالية:

(1) التراص.

(2) التراص بالتتالي؛ و

(3) التراص عدياً.

غير أنها متراصة محلياً.

متراكم ACCUMULATED

- **قيمة متراكمة:**

وتعني مقدار الفوائد البسيطة والمركبة.

القيمة المتراكبة لدفعة سنوية عند تاريخ معين هي مجموع المقادير المركبة للدفعات السنوية حتى ذلك التاريخ.

CUMULANTS **متراكمات (إحصاء)**

لتكن $M(t)$ الدالة المولدة للعزوم للمتغير العشوائي x فإن متراكمات المتغير العشوائي X (أو متراكمات التوزيع الاحتمالي للمتغير X) هي:

$$K_r = \frac{d^r}{dt^r}\ell n M(t)_{t=0}, \quad r = 1,2,\ldots$$

ونسمّي $\ell nM(t)$ الدالة المولدة للمتراكمات حيث:

$$\ell nM(t) = K_1 t + k_2\frac{t^2}{2!} + k_3\frac{t^2}{3!} + \ldots + K_r\frac{t^r}{r!} + \ldots$$

وأحياناً تسمى المتراكمات **مثيلات اللامتغير**.

انظر لامتغير ـ مثيل **اللامتغير**.

STERE **متر مكعب**

متر مكعب يساوي 35.3156 قدماً مكعباً. ويستعمل غالباً لقياس كميات الخشب.

CONFORMAL **متزاو**

● **تطبيق متزاو أو تحويل متزاو:**

هو تطبيق يحفظ الزوايا ويدعى أيضاً **تزاو** أي أنه تطبيق يحقق ما يلي: لو تقاطع منحنيان بزاوية مقدارها θ فإن صورتي المنحنيين تتقاطعان بزاوية θ أيضاً.

وتأخذ الدوال $x = x(u,v), y = y(u,v), z = z(u,v)$ مجال التعريف بشكل متزاو إلى سطح S إذا وفقط إذا كانت الكميات الأساسية من المرتبة الأولى تحقق

$$E = G = \lambda(y,v) \neq 0, F = 0$$

أنظر متحارر ــ تطبيق متحارر.

يسمى كل من الاحداثيين u,v وسيطاً متزاوياً. ويكون التقابل بين سطحين $S,\bar{S}$ والمعين بواسطة

$$x = x(u,v)\ ,\ y = y(u,v)\ ,\ z = z(u,v)$$

$$x = \bar{x}(u,v)\ ,\ y = \bar{y}(u,v)\ ,\ z = \bar{z}(u,v)$$

متزاوياً عند النقاط النظامية إذا وفقط إذا كانت الكميات الأساسية من المرتبة الأولى تحقق $E : F : G = \bar{E} : \bar{F} : \bar{G}$.

كما أنه يمكن الحصول على التقابلات المتزاوية الوحيدة بين مجموعات مفتوحة في الفضاء الاقليدي ذي ثلاثة الأبعاد بواسطة تعاكسات في كرات أو انعكاسات في مستويات أو انسحابات وتكبيرات.

انظر كوشي ــ معادلات كوشي ــ ريمان التفاضلية الجزئية.

● **تمثيل مرافق متزاو لسطح على آخر:**

هو تمثيل متزاو بحيث يكون كل نظام مرافق على أحد السطحين مقابلاً لنظام مرافق على السطح الثاني.

● **وسيط متزاو:**

أنظر تطبيق متزاو.

متزاو — ISOGONAL

أي أن له زوايا متساوية.

● **التحويل التآلفي المتزاوي:**

انظر تآلفي ــ التحويل التآلفي.

● **الخطوط المترافقة المتزاوية:**

انظر خطوط متزاوية (أسفل).

● **الخطوط المتزاوية:**

نقول أن المستقيمين L_2,L_1 متزاويان إذا كانا يمران برأس زاوية معينة وكانا

متناظران بالنسبة لمنصف هذه الزاوية (أي أن L_2,L_1 يصنعان زاويتين متساويتين مع منصف الزاوية المعينة).

● **التحويل المتزاوي:**

هو تحويل لا يغير الزوايا في أي تشكل. فمثلاً تحويل التشابه العام يعتبر تحويلاً متزاوياً.

متزايد **INCREASING**

● **الدالة المتزايدة:**

هي دالة معرفة على الأعداد الحقيقية تتزايد قيمتها بازدياد قيمة المتغير المستقل. أو هي الدالة التي بيانها في الاحداثيات الديكارتية يتصاعد مع تزايد الفصل. وإذا كانت الدالة $f(x)$ قابلة للمفاضلة على فترة I تكون متزايدة على I إذا كان $f'(x) \geq 0$ لكل $x \in I$ ولم تكن $f'(x)$ مطابقة للصفر على أية فترة.

ويطلق على الدالة المتزايدة أحياناً اسم الدالة **المتزايدة قطعاً** وذلك لتمييزها عن **الدالة المتزايدة برتابة**. وبصورة أدق يقال إن الدالة $f(x)$ متزايدة قطعاً على الفترة I إذا كان $f(x) < f(y)$ لكل الأعداد x و y في I بحيث $x<y$. وتكون الدالة $f(x)$ **متزايدة برتابة** على I. إذا كان $f(x) \leq f(y)$ لكل x و y في I بحيث $x<y$. انظر رتيب.

● **المتتالية المتزايدة:**

هي متتالية $\{x_1, x_2, \ldots\}$ بحيث $x_i<y_j$ لكل $i<j$. ويقال ان المتتالية **متزايدة برتابة** إذا كان $x_i \leq x_j$ لكل $i<j$. انظر رتيب.

متسام **TRANSCENDENTAL**

● **منحنى متسام:**

الرسم البياني للدالة المتسامية.

● **الدالة متسامية:**

دالة لا يمكن التعبير عنها جبرياً بدلالة المتغير أو المتغيرات والثوابت

الداخلة في تركيبها. وتحتوي هذه الدالة اعتيادياً على حدود تحتوي على دوال مثلثية أو لوغاريتمية أو أسية. وبصورة أدق، فإن كل دالة غير جبرية تسمى دالة متسامية، والدالة الصحيحة التي هي ليست كثير حدود تكون متسامية.

● عدد متسام:

انظر جبري ـ عدد جبري؛ وانظر أصم ـ عدد أصم.

متسامت COLLINEAR

● مستويات متسامتة:

المستويات المتسامتة هي مجموعة من المستويات لها مستقيم مشترك. ومن مرادفاتها «مستويات متمحورة». إذا أخذنا ثلاثة مستويات فإنها تكون إما متسامتة وإما متوازية وذلك إذا كانت معادلة أي واحد منها توافقا خطياً لمعادلتي الآخرين.

انظر اتساق ـ اتساق معادلات خطية.

● نقاط متسامتة:

النقاط المتسامتة هي النقاط الواقعة على نفس الخط. إذا أخذنا نقطتين في المستوى فإنهما تكونان متسامتتين مع نقطة الأصل إذا وفقط إذا كانت احداثياتهما الديكارتية المتعامدة المتقابلة متناسبة، أي أنه إذا كانت احداثيات النقطة الأولى (x_1,y_1) والثانية (x_2,y_2) يكون $x_1y_2 - x_2y_1 = 0$ إذا أخذنا نقطتين في الفضاء فإنهما تكونان متسامتتين مع نقطة الأصل إذا وفقط إذا كانت احداثياتهما المتقابلة متناسبة، أي إذا كانت رتبة المصفوفة $\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{bmatrix}$ واحداً، علماً بأن (x_1, y_1, z_1) و (x_2, y_2, z_2) هي احداثيات النقطتين الأولى والثانية على الترتيب. ثلاث نقاط في المستوى تكون متسامتة إذا وفقط إذا كان المعين من المرتبة ثلاثة (والذي تكون صفوفه $(x_1,y_1,1; x_2y_2,1; x_3,y_3,1)$ صفراً.

ثلاث نقاط في الفضاء تكون متسامتة إذا وفقط إذا كانت الخطوط بين أزواج هذه النقاط لها أعداد اتجاه متناسبة أو إذا وفقط إذا كان يمكن أن نعبر عن

أي منهما كتوافق خطي للاثنين الآخرين، بحيث يكون مجموع الثوابت في هذا التوافق مساوياً لواحد.

متساو EQUAL

انظر تكافؤ ـ علاقة تكافؤ.

● **الجذور المتساوية للمعادلة:**

انظر متضاعف ـ الجذر المتضاعف للمعادلة؛ وانظر كذلك مميز ـ مميز معادلة كثيرة الحدود.

متساوي الاستمرار EQUICONTINUOUS

● **الدوال المتساوية الاستمرار:**

لتكن لدينا متتالية $\{f_n\}$ من الدوال بين فضاءين مقاسين (X_1,d_1) و (X_2,d_2) أي $f_i:(X_1,d_1) \rightarrow (X_2,d_2)$ $i = 1,2,\ldots,$ نقول أن $\{f_n\}$ متساوية الاستمرار عند النقطة $x \in X_1$ إذا كان يوجد مقابل كل عدد $\epsilon>0$ عدد آخر $\delta<0$ بحيث يكون $d_2(f_i(x), f_i(y)) < \epsilon$ عندما يكون $d_1(x,y) < \delta$ لكل الدوال $f_i \in \{f_n\}$. ونقول إن $\{f_n\}$ **متساوية الاستمرار نقطياً** على X_1 إذا كانت متساوية الاستمرار عند كل نقطة في X_1.

انظر زمرة ـ زمرة تحويلية **ونظام** ـ نظام ديناميكي، **واسكولي** ـ نظرية اسكولي.

متساوي الأضلاع EQUILATERAL

● **المضلع المتساوي الأضلاع:**

هو مضلع أضلاعه جميعاً متساوية. والمثلث المتساوي الأضلاع يكون بالضرورة متساوي الزوايا. غير أن المضلع المتساوي الأضلاع والذي له أكثر من ثلاثة أضلاع لا تكون زواياه كلها متساوية بالضرورة. ونقول أن مضلعين **متساويا الأضلاع بالتبادل** إذا تساوت أضلاعهما المتقابلة.

● المضلع الكروي المتساوي الأضلاع:

هو مضلع كروي كل أضلاعه متساوية.

EQUILANGULAR **متساوي الزوايا**

● **القطع الزائدالمتساوي الزوايا:**

هو قطع زائد يتساوى فيه نصفا المحورين الصغير والكبير. وتكون معادلته في الوضع القياسي على الشكل $x^2 - y^2 = a^2$. وهذا المنحنى هو نفسه القطع الزائد المستطيلي.

انظر **قطع زائد**.

● **المضلع المتساوي الزوايا:**

هو مضلع جميع زواياه الداخلة متساوية. والمثلث المتساوي الزوايا يكون بالضرورة متساوي الأضلاع. غير أن المضلع المتساوي الزوايا والذي له أكثر من ثلاثة أضلاع لا تكون أضلاعه كلها متساوية بالضرورة ونقول ان مضلعين **متساويا الزوايا بالتبادل** إذا تساوت زواياهما.

● **الحلزون المتساوي الزوايا:**

ولقد سمي متساوي الزوايا لأن الزاوية بين المماس ومتجه نصف القطر تكون ثابتة هو الحلزون **اللوغاريتمي**. لمزيد من التفاصيل انظر **لوغاريتمي**.

ISOSCELES **متساوي الساقين**

● **المثلث المتساوي الساقين:**

انظر **كروي ــ المثلث الكروي**، وانظر كذلك **مثلث**.

● **شبه المنحرف المتساوي الساقين:**

انظر **شبه المنحرف**.

EQUINUMERABLE **متساوي العدد**

انظر **متكافىء ــ مجموعات متكافئة**.

متساوي القدرة EQUIPOTENT

انظر متكافىء ــ مجموعات متكافئة.

متساوي الكمون EQUIPOTENTIAL

● **سطح متساوي الكمون:**

هو سطح تبقى دالة كمونه U ثابتة على جميع نقاطه.

متساوي المحيط ISOPERIMETRIC

أي لهما محيطان متساويان.

● **متباينة متساوي المحيط:**

هي المتباينة $A \leq \frac{1}{4\pi} L^2$ التي تربط بين مساحة منطقة مستوية A وطول منحنى حدودها L. ويكون $A = \frac{1}{4\pi} L^2$ إذا وفقط إذا كانت المنطقة دائرة. وتتحقق هذه المتباينة أيضاً للمناطق على السطوح التي يكون تقوسها الكلي لا موجباً. وفي الحقيقة فإن هذه المتباينة تميز هذا الصنف من السطوح.

● **مسألة تساوي المحيط في حسبان التغيرات:**

هي مسألة المطلوب فيها جعل قيمة تكامل دالة قيمة عظمى أو صغرى على شرط الإبقاء على قيمة تكامل دالة أخرى معطاة. وكمثال على ذلك نورد مسألة إيجاد المنحنى المستوى المغلق بمحيط معين بحيث تكون قيمة المساحة المحصورة داخل المنحنى قيمة عظمى. وحل هذه المسألة معروف وهو الدائرة. وباستخدام الاحداثيات القطبية يمكن وصف المسألة على الشكل التالي:

إيجاد المنحنى $r = f(\phi)$ حيث تكون للتكامل $A = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} r^2 d\phi$ قيمة عظمى وبشرط أن يكون التكامل $P = \int_0^{2\pi} (r^2 + r'^2)^{\frac{1}{2}} d\phi$ ثابتاً.

ويمكن إيجاد حل هذه المسألة باعظام التكامل:

$$A + \lambda P = \int_0^{2\pi} [\, \tfrac{1}{2} r^2 + \lambda (r^2 + r'^2)^{\frac{1}{2}}]\, d\phi$$

ومن ثم تحديد مقدار الثابت λ بافتراض معرفة قيمة الثابت P.

متساوي المسافات EQUIDISTANT

أي على مسافة واحدة.

- نظام من المنحنيات الوسيطية متساوي المسافات:
انظر وسيطي.

متسق CONSISTENT

لتكن $\{X_n; n = 1,2,...\}$ متتالية من المشاهدات على المتغير العشوائي الذي يعتمد في توزيعه الاحتمالي على الوسيط θ. نقول أن المتتالية $\{\hat{\theta}_n(x_1,x_2,...,x_n); n = 1,2,...\}$ من المقدرات $\hat{\theta}_n$ هي متتالية متسقة (أو ضعيفة الاتساق) للوسيط θ إذا كان $\lim_{n\to\infty}(|\hat{\theta}_n - \theta|>\varepsilon) = 0$ لأجل أي $\varepsilon>0$. أي أن $\hat{\theta}_n$ يتقارب في الاحتمال من θ عندما يؤول n إلى ∞. وإذا تقارب $\hat{\theta}_n$ قرب المؤكد من θ (أي $\Pr(\lim_{n\to\infty}\hat{\theta}_n = \theta) = 1$ نقول إن المتتالية $\{\hat{\theta}_n\}$ قوية الاتساق للوسيط θ. أما إذا تقارب $\hat{\theta}_n$ في الوسط التربيعي من θ (أي $\lim_{n\to\infty} E(\hat{\theta}_n - \theta)^2 = 0$ فنقول أن المتتالية $\{\hat{\theta}_n\}$ متسقة في الوسط التربيعي للوسيط θ. وإذا كانت $\{\hat{\theta}_n\}$ قوية الاتساق أو إذا كانت متسقة في الوسط التربيعي فإنها بالضرورة ضعيفة الاتساق. ومن المعلوم بأن $\{\hat{\theta}_n\}$ متسقة في الوسط التربيعي إذا كان $\lim_{n\to\infty} E(\hat{\theta}_n) = \theta$ و $\lim_{n\to\infty} Var(\hat{\theta}_n) = 0$.

- جملة معادلات متسقة:
انظر اتساق.

متسلسلة SERIES

- متسلسلة لا نهائية (متسلسلة):

هي مجموع جميع حدود متتالية ما. فإذا كان لدينا المتتالية

فـإن المـتـسـلسـلة تـأخـذ الـصـورة $\{a_1,a_2,\ldots,a_n,\ldots\}$
$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 \ldots + a_n + \ldots$ حيث نسمي a_n **الحد العام** للمتسلسلة.

إذا كانت a_n أعداداً فالمتسلسلة تسمى متسلسلة عددية وإذا كانت a_n دوالاً قلنا أنه لدينا متسلسلة دالية.. وهكذا. وبشكل عام تسمى المتسلسلة باسم نوع حدودها.

● **مجموع جزئي المتسلسلة:**

لتكن لـديـنـا المتسلسلة $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ (S) نسمي المقـدار $a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ **مجموعاً جزئياً** للمتسلسلة (S) وهكذا يمكن أن نرفق بكل متسلسلة **متتالية المجاميع الجزئية** التي تأخذ الشكل:

$$s_1 = a_1, s_2 = a_1 + a_2, s_3 = a_1 + a_2 + a_3,\ldots,$$

$$s_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n,\ldots$$

● **متسلسلة متقاربة:**

تكون المتسلسلة (S) متقاربة إذا كانت متتالية المجاميع الجزئية متقاربة أي إذا كان $\lim_{n\to\infty} s_n$ موجوداً ونعبر عن ذلك بقولنا إن لمتتالية المجاميع الجزئية نهاية **أو أن للمتسلسلة مجموعاً**. وفيما عدا ذلك نقول بأن **المتسلسلة متباعدة**. وتجدر الإشارة إلى أن مجموع المتسلسلة المتقاربة يساوي نهاية متتالية المجاميع الجزئية.

مثال (1): المتسلسلة $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \ldots$ هي متسلسلة متباعدة لأن متتالية المجاميع الجزئية $\{1,0,1,0,\ldots\}$ متباعدة.

مثال (2): المتسلسلة $1 + (\frac{1}{2}) + (\frac{1}{2})^2 + \ldots$ متقاربة لأن متتالية المجاميع الجزئية تتقارب إلى 2.

انظر هندسي ـ متسلسلة هندسية.

● **مبرهنة آبل لمتسلسلة القوى:** انظر آبل.

● **اختبارات تقارب المتسلسلات:** انظر تقارب.

• جمع المتسلسلات:

يتم بجمع كل حد من المتسلسلة الأولى مع نظيره في الثانية. وهكذا لو كان لدينا المتسلسلة المتقاربة ... + $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ والمتسلسلة المتقاربة ... + $b_1 + b_2 + \dots + b_n$ ولنفرض أن لهاتين المتسلسلتين المجموعين A و B على الترتيب (أي أنهما متقاربتان) فإن مجموع هاتين المتسلسلتين هو المتسلسلة:

$$(a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) + \dots + (a_n + b_n) + \dots$$

المتقاربة إلى A + B إذا كانت المتسلسلتان الداليتان (أي أن حدودهما دوال في x):

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots \quad (U)$$

$$v_1 + v_2 + \dots + v_n + \dots \quad (V)$$

متقاربتين في فترتين ما فإن المتسلسلة:

$$(u_1 + v_1) + (u_2 + v_2) + \dots + (u_n + v_n) + \dots$$

تتقارب في أي فترة مشتركة بين فترتي تقارب المتسلسلتين (U) و (V).

• متسلسلة متناوبة: انظر متناوب.

• متسلسلة حسابية: انظر حسابي.

• متسلسلة مقاربة: انظر مقارب ــ نشر مقارب.

• متسلسلة منكفئة ذاتياً: انظر منكفىء ذاتياً.

• متسلسلة ثنائية الحد: انظر ثنائي الحد.

• مفاضلة متسلسلة:

تتم بصورة شكلية بمفاضلة حدود المتسلسلة حداً حداً، فلو كان لدينا المتسلسلة ... + $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$ فإن مفاضلة هذه المتسلسلة تعطي ... + $1 + x + x^2$، ولكن ماذا عن تقارب هذه المتسلسلة؟ وهل مشتق المتسلسلة المتقاربة يؤدي إلى متسلسلة متقاربة؟ والجواب يعطى كما يلي:

إذا كانت المتسلسلة ... + $u_1(x) + u_2(x) + \dots + u_n(x)$ متقاربة في فترة ما I وكان مجموعها يساوي $U(x)$ في I.

وإذا كانت المتسلسلة $u_1'(x) + u_2'(x) + \ldots + u_n'(x) + \ldots$ متقاربة بانتظام في I فإن مجموعها يساوي $U'(x)$ في I ويتحقق ذلك الشرط دوماً من أجل متسلسلة القوى في أي فترة محتواة في فترة تقاربها.

مثال: تتقارب المتسلسلة $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ldots + (-1)^{n+1}\frac{x^n}{n} + \ldots$ في الفترة $[-1,1]$ إلى الدالة $\ln(1 + x)$ أما مشتق هذه المتسلسلة فهو $1 - x + x^2 - \ldots + (-1)^{n-1} x^{n-1} + \ldots$ ولكن هذه المتسلسلة تتقارب بانتظام من أجل $-a < x < a$ عندما $a < 1$. ولذا فإن مجموعها هو مشتق مجموع الدالة الأصلية، أي $\frac{1}{1 + x}$.

● قسمة متسلسلتي قوى:

إن حاصل قسمة المتسلسلة $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ على المتسلسلة $\sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$ هو المتسلسلة $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ بحيث يكون

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = \left(\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n\right)\left(\Sigma\, b_n x^n\right)$$

وتتقارب متسلسلة حاصل القسمة في الفترة المشتركة لفترتي تقارب المتسلسلتين الأصليتين، تتقارب إلى حاصل قسمة نهاية المتسلسلة الأولى على المتسلسلة الثانية.

● متسلسلة مضاعفة:

هي المجموع:

$$\begin{array}{l} u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14} + \ldots + \\ + u_{21} + u_{22} + u_{23} + u_{24} + \ldots + \\ + u_{31} + u_{32} + u_{33} + u_{34} + \ldots + \end{array}$$

وتكون هذه المتسلسلة متقاربة إذا تقاربت متتالية مجاميعها الجزئية S_{mn}.
أما متتالية المجاميع الجزئية فتعرف كما يلي:

$$s_{11} = u_{11},\ s_{12} = u_{11} + u_{12},\ s_{21} = u_{11} + u_{21} \ldots$$

أي أن S_{mn} هو مجموع m صفاً من حدود المتسلسلة المرتبة أعلاه وفي كل صف نأخذ n عنصراً.

● **متسلسلة مضاعفة متقاربة:**

إذا كان هناك عدد S (نسميه مجموع المتسلسلة) بحيث يوجد عدد صحيح K من أجل أي عدد موجب ε معطى بحيث تتحقق المتباينة $|S - S_{mn}| < \varepsilon$ عندما يكون $n > K, m > K$.

● **مبرهنة برينغسهايم:**

إذا تقاربت المتسلسلة المضاعفة إلى S وإذا كانت المتسلسلتان $c_i = \sum_j u_{ji}$ (C), $r_i = \sum_j u_{ij}$ (R) متقاربتين إلى R و C فإن $S = C + R$ تسمى المتسلسلة (R) مجموع المتسلسلة المضاعفة حسب الصفوف أما (C) فتسمى مجموع المتسلسلة المضاعفة حسب الأعمدة.

● **متسلسلة صحيحة:** انظر صحيحة.

● **تحويل أويلر لمتسلسلة:** انظر أويلر.

● **متسلسلة أسية:** انظر أسي.

● **متسلسلة عاملية:**

هي المتسلسلة $1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots$ التي مجموعها العدد النيبري e.

● **متسلسلة فورييه:** انظر فورييه.

● **متسلسلة هندسية:** انظر هندسية.

● **متسلسلة توافقية:**

هي المتسلسلة $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$.

انظر توافقي.

● **متسلسلة فوهندسية:**

انظر فوهندسي.

● مكاملة متسلسلة:

تتم بمكاملة كل حد من حدود المتسلسلة. إذا كانت $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ متسلسلة حدودها دوال في x وكانت هذه المتسلسلة متقاربة بانتظام في فترة ما I، فإن مكاملة هذه المتسلسلة ممكنة ونحصل بالتالي على متسلسلة متقاربة إلى تكامل مجموع المتسلسلة الأصلية أي أنه إذا كان $U(x) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ فإن $\int_a^t U(x)dx = \sum_{n=1}^{\infty} \int_a^t u_n(x)dx$، حيث نشترط أن الفترة [a,t] محتواة في فترة تقارب المتسلسلة الأصلية.

● مكاملة متسلسلة قوى:

تحقق متسلسلة القوى $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ الشرط العام لمكاملة متسلسلة دوماً في فترة محتواة في فترة تقارب المتسلسلة الأصلية. فمثلاً المتسلسلة:

$$1 - x + x^2 - \dots + (-1)^{n+1} x^{n-1} + \dots$$

تتقارب عندما $|x| < 1$. وبالتالي فإن مكاملة هذه المتسلسلة يكون مسموحاً في الفترة $[0,\frac{1}{2}]$ مثلاً. أو في الفترة $[x_1,x_2]$ حيث $|x_1| < 1, |x_2| < 1$.

ولما كان مجموع هذه المتسلسلة هو $\frac{1}{1+x}$ فإن المكاملة في الفترة $[x_1,x_2]$ المعرفة أعلاه للمتسلسلة تعطي:

$$\ln \frac{1+x_2}{1+x_1} = (x_2 - x_1) - \frac{(x_2 - x_1)^2}{2} + \frac{(x_2 - x_1)^3}{3} - \dots$$

ونورد أخيراً مبرهنة عامة حول مكاملة المتسلسلة.

ليكن $S_n(x)$ مجموع أول n حداً من المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} S_n(x)$ ولنفرض أنه يوجد مجموعة مقياسها صفر، يتحقق من أجل المجموعة المتممة لها في الفترة [a,b] أن $|S_n(x)|$ محدودة بانتظام وأن المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} s_n(x)$ متقاربة إلى المجموع $S(x)$ فإذا كان التكاملان $\int_a^b S(x)dx, \int_a^b S_n(x)dx$ موجودين من أجل كل n فإن $\lim_{n\to\infty} \int_a^b S_n(x)dx = \int_a^b S(x)dx$ إذا كنا نستخدم المكاملة بمفهوم ليبيغ بدلاً عن المكاملة بمفهوم ريمان فإنه ليس من الضروري أن نفترض

وجود التكامل $\int_a^b S(x)dx$ كما أن افتراض وجود التكامل $\int_a^b S_n(x)dx$ من أجل كل n يمكن أن يستبدل بافتراض كل S_n قابلة للقياس.

انظر محدود ـ مبرهنة التقارب المحدودة؛ انظر ليبيغ ـ مبرهنة التقارب لليبيغ.

- **متسلسلة لورنت:** انظر لورنت.
- **متسلسلة لوغاريتمية:**

هي المتسلسلة:

$$\ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n+1}\frac{x^n}{n} + \dots$$

التي يمكن أن نشتق منها العلاقة:

$$\ln(1 + N) = \ln N + 2\left[\frac{1}{2N + 1} + \frac{1}{3(2N + 1)^3} + \frac{1}{5(2N + 1)^5} + \dots\right]$$

المستخدمة عادة في إيجاد القيم العددية للوغاريتمات.

- **متسلسلة تايلور:** انظر مبرهنة تايلور.
- **متسلسلة ماك لوران:** انظر ماك لوران.
- **ضرب متسلسلتين:**

يتم ضرب المتسلسلتين $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ و $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ بضرب كل حد من حدود المتسلسلة الأولى بجميع حدود المتسلسلة الثانية. فإذا كانت كل من المتسلسلتين متقاربتين **تقارباً مطلقاً**، فإن متسلسلة حاصل الضرب متقاربة كما إلى C ويكون $AB = C$ حيث

$$B = \Sigma b_n, A = \Sigma a_n$$

$$C = \sum_i \sum_j a_i b_j = a_1(\Sigma b_n) + a_2 \Sigma b_n + \dots$$

بغض النظر عن ترتيب الحدود. ولا تكون هذه النتيجة صحيحة بالضرورة إذا كانت واحدة من المتسلسلتين **متقاربة شرطياً**.

● جداء كوشي لمتسلسلتين:

نعرف جداء المتسلسلتين:

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$$

$$b_1 + b_2 + \ldots + b_n + \ldots$$

بالمتسلسلة $c_1 + c_2 + \ldots + c_n + \ldots$ التي تعطى حدودها بالعلاقة $c_n = \Sigma a_i b_j \ (i + j = n + 1)$ أي:

$c_n = a_1 b_n + a_2 b_{n-1} + \ldots + a_{n-1} b_2 + a_n b_1$ إذا كانت المتسلسلتان $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ متقاربتين وكانت كل واحدة منها على الأقل متقاربة تقارباً مطلقاً فإن جداء كوشي لهاتين المتسلسلتين يكون متقارباً إلى حاصل ضرب مجموعي المتسلسلتين الأصليتين.

إذا تقاربت متسلسلتان إلى A و B وتقارب جداء كوشي الموافق لهما إلى C فإن $AB = C$. ولما كانت متسلسلة القوى تتقارب مطلقاً في فترة محتواة بفترة تقاربها فإن جداء كوشي لمتسلسلتي قوى تتقارب إلى حاصل ضرب مجموعي المتسلسلتين الأصليتين في فترة التقارب المشترك لهما.

● متسلسلة متذبذبة:

انظر متباعد ـ متسلسلة متباعدة.

● متسلسلة p:

هي المتسلسلة $1 + (\frac{1}{2})^p + (\frac{1}{3})^p + \ldots + (\frac{1}{n})^p + \ldots$ تتقارب هذه المتسلسلة من أجل $p > 1$ وتتباعد من أجل $p \leq 1$. وتستخدم هذه المتسلسلة عادة في اختبارات تقارب متسلسلات أخرى باستخدام اختبار المقارنة.

● متسلسلة قوى:

هي متسلسلة من الشكل:

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n + \ldots$$

حيث a_i ثوابت و x متغير. كما يمكن أن تكتب متسلسلة القوى بالشكل:

$$a_0 + a_1(x - h) + a_2(x - h)^2 + \ldots + a_n(x - h)^n + \ldots$$

● متسلسلة قوى شكلية:

هي متسلسلة قوى $a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n + ...$ نتعامل معها دون أن نلقي بالاً (نهتم) فيها إذا كانت متقاربة أم متباعدة. ويتم جمع متسلسلتي قوى شكليتين بجمع الحدود المتقابلة منهما. كما يتم ضرب متسلسلتي قوى شكليتين بضرب كل حد من الأولى بجميع حدود الثانية. وتكوّن مجموعة متسلسلات القوى الشكلية حلقة تبديلية مع عنصر الواحد. كما يوجد لأي متسلسلة قوى شكلية F حدها الثابت مغاير للصفر، متسلسلة أخرى F^{-1} تحقق $F F^{-1} = 1$. ونشير إلى أنه يمكن تعميم هذه المفاهيم على متسلسلات قوى شكلية بعدة متغيرات نكتبها بالشكل: $\sum_{p=0}^{\infty} F_p(x_1,x_2,...,x_n)$ حيث F_p هو كثير حدود متجانس من الدرجة p في المتغيرات $x_1,x_2,...,x_n$.

● إعادة ترتيب حدود متسلسلة:

هو تغيير ترتيب عدد لا نهائي من حدود متسلسلة معطاة للحصول على متسلسلة جديدة. وهذا يعني أنه من أجل أي n فإن أول n حداً من المتسلسلة الجديدة تكون حدوداً في المتسلسلة القديمة، كما أن أول n حداً من المتسلسلة القديمة تكون حدوداً في المتسلسلة الجديدة.

مثال: المتسلسلة $\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{5} + ...$ هي إعادة ترتيب للمتسلسلة $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + ...$ إذا كانت المتسلسلة متقاربة مطلقاً فإن جميع أنواع إعادات الترتيب تبقي المتسلسلة متقاربة مطلقاً إلى نفس المجموع.

إذا كانت المتسلسلة متقاربة شرطياً فإنه يمكن إعادة ترتيب المتسلسلة للحصول على أي مجموع اختياري أو للحصول على متسلسلة متباعدة.

مثال: المتسلسلة $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + ...$ متقاربة شرطياً إلى المجموع s.

لو أعدنا ترتيب المتسلسلة بأخذ حدين موجبين ثم حد سالب وهكذا.. نحصل على المتسلسلة $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + ...$ التي تتقارب إلى $\frac{3s}{2}$.

● تجميع حدود متسلسلة:

يتم بجمع n من الحدود المتجاورة للحصول على متسلسلة جديدة. فإذا

كانت لدينا المتسلسلة ... + $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ فإن المتسلسلة التي نحصل عليها بعد التجميع هي: ... + $b_1 + b_2$ حيث $b_1 = a_1 + a_2 + a_3$, $b_2 = a_4 + a_5 + a_6$ ولا يتغير مجموع المتسلسلة المتقاربة إذا أجرينا عملية تجميع الحدود.

● **متسلسلة مقلوبة:**

لتكن لدينا المتسلسلة ... + $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n$ فإن المتسلسلة المقلوبة تعرف بالعلاقة ... + $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \ldots + \frac{1}{a_n}$.

● **باقي متسلسلة:**

انظر باقي ــ باقي متسلسلة.

● **إرجاع متسلسلة:**

إذا كان $y = \Sigma u_n(x)$ فإن إرجاع هذه المتسلسلة يعني إيجاد المتسلسلة التي تعبر عن x بدلالة y أي $x = \Sigma v_n(y)$.

انظر إرجاع.

● **مجموع متسلسلة:** انظر مجموع.

● **متسلسلة متداخلة:**

هي متسلسلة من الشكل:

$$\frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} + \ldots + \frac{1}{(k+n-1)(k+n)} + \ldots$$

حيث k هو عدد صحيح غير سالب. هذه المتسلسلة يمكن أن تفرق إلى الشكل:

$$\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) + \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2}\right) + \ldots +$$

$$+ \left(\frac{1}{k+n-1} - \frac{1}{k+n}\right) + \ldots$$

ولهذه المتسلسلة المجموع $\frac{1}{k}$.

- متسلسلة زمنية: انظر زمن.
- متسلسلة مثلثية: انظر مثلثي ـ متسلسلة مثلثية.
- متسلسلة باتجاهين:

هي متسلسلة من الشكل:

$$\ldots + a_{-2} + a_{-1} + a_0 + a_1 + a_2 + \ldots = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} a_n$$

انظر لورنت.

- ناتج متسلسلة: هو نفس مجموع متسلسلة.
- متسلسلة مصفوفية:

هي المتسلسلة:

$$\sum_{i=1}^{n} A_i = A_1 + A_2 + \ldots + A_n + \ldots$$

حيث A_i هي مصفوفات مربعة مرتبتها N. وبالتعريف فإن هذه المتسلسلة تتقارب مطلقاً (وبالتالي يبرهن أنها تتقارب) إذا تقاربت المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} \|A_n\|$ حيث $\|A_n\|$ هو معيار المصفوفة A_n.

- متسلسلة قوى مصفوفية:

هي متسلسلة من الشكل: $\sum_{n=0}^{\infty} a_n A^n = a_0 I + a_1 A + a_2 A^2 + \ldots$

وتتقارب هذه المتسلسلة مطلقاً إذا تقاربت متسلسلة القوى $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n| \, \|A\|^n$ حيث I هي المصفوفة الواحدية.

إذا كان R هو نصف قطر التقارب للمتسلسلة $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ فإن متسلسلة القوى المصفوفية $\sum_{n=0}^{\infty} a_n A^n$ تتقارب إطلاقاً (وبالتالي تتقارب) إذا كان $\|A\| < R$.

مثال: إن المتسلسلة $I + A + \frac{A^2}{2!} + \frac{A^3}{3!} + \ldots$ تتقارب دوماً إلى مصفوفة نسميها المصفوفة الأسية ونرمز لها بالرمز المألوف e^A.

● متسلسلات مشهورة:

نورد فيما يلي بعض المتسلسلات المتقاربة والتي نشير إلى نصف قطر تقاربها بين قوسين عند اللزوم:

$$1 + \frac{ax + (b - a)x^2}{(1 - x)^2} = 1 + ax + (a + b)x^2 + (a + 2b)x^3 + \dots$$

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots$$

$$\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$$

$$\frac{\pi^2}{8} = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots \ (x^2 < \infty).$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots \ (x^2 < \infty).$$

$$\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 + \dots \ (x^2 < \frac{\pi^2}{4}).$$

$$\frac{\pi}{4} = \sin x + \frac{\sin 3x}{3} + \frac{\sin 5x}{5} + \dots \ (0 < x < \pi).$$

$$\frac{1 - a\cos\theta}{1 - 2a\cos\theta + a^2} = 1 + a\cos\theta + a^2\cos 2\theta + a^3\cos 3\theta + \dots \quad (a^2 < 1).$$

$$\frac{\sin\theta}{1 - 2a\cos\theta + a^2} = \sin\theta + a\sin 2\theta + a^2\sin 3\theta + \dots \ (a^2 < 1).$$

$$\arccos x = \frac{\pi}{2} - (x + \frac{x^3}{2.3} + \frac{1.3x^5}{2.4.5} + \frac{1.3.5x^7}{2.4.6.7} + \dots) \ (x^2 < 1).$$

$$\arcsin x = x + \frac{x^3}{2.3} + \frac{1.3x^5}{2.4.5} + \frac{1.3.5x^7}{2.4.6.7} + \dots \ (x^2 < 1).$$

$$\text{arctg } x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \ldots \ (x^2 < 1).$$

$$\text{arctg } x = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \frac{1}{7x^7} - \ldots \ (x > 1).$$

$$\text{arctg } x = -\frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \frac{1}{7x^7} - \ldots \ (x < -1).$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots$$

$$\text{sh } x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \ldots \ (x^2 < \infty).$$

$$\text{ch } x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \ldots \ (x^2 < \infty).$$

$$\ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots \ (-1 < x \leq 1).$$

$$\ln(\cos x) = -\frac{1}{2}\,]\sin^2 x + \frac{\sin^4 x}{2} + \frac{\sin^6 x}{3} + \frac{\sin^8 x}{4} + \ldots]\ (x^2 < \frac{\pi^2}{4})$$

SIMILAR متشابه

نقول عن شكلين هندسيين أنهما متشابهان إذا كان بالإمكان جعلهما متطابقين بواسطة استعمال تحويل الشبه. (انظر شبه). أي أن أحدهما تكبير للآخر أو تقليص له. إذا كانت النسبة بين الأطوال المتقابلة K فإن النسبة بين المساحات المتقابلة تكون K^2 وبين الأحجام المتقابلة K^3.

- **حدود متشابهة:**

هي الحدود التي لها نفس القوة للمتغير. مثلاً الحدود $17x, 3x$ تعتبر متشابهة وكذلك الحدود $11x^3, 5x^3$.

● **سطوح متشابهة:**

نقول ان السطحين S_1, S_2 متشابهان إذا كان هناك تقابل $f:S_1 \rightarrow S_2$ وعدد ثابت موجب λ بحيث $d(x,y) = \lambda d(f(x), f(y))$ علمًا بأن x,y أي نقطتين في S_1 و $d(x,y)$ تعني المسافة بين x و y وكذلك $d(f(x), f(y))$ المسافة بين $f(x)$ و $f(y)$ وطبيعي أن تكون نسبة المساحات على S_1 إلى مقابلاتها على S_2 هي λ^2.

● **عشريات متشابهة:**

انظر عشري.

● **قطوع ناقصة (أو قطوع زائدة) متشابهة:**

نقول عن قطعين ناقصين (أو قطعين زائدين) أنهما متشابهان إذا كان لهما نفس الاختلاف المركزي أو إذا كانت النسبة بين أنصاف محاورهما ثابتة.

● **كسور متشابهة:**

انظر كسر.

● **مجسمات قطوع زائدة (أو قطوع مكافئة) متشابهة:**

تكون مجسمات القطوع الزائدة (أو القطوع المكافئة) متشابهة إذا كانت مقاطعها الرئيسية متشابهة، كل مجسمات القطوع الزائدة ذات المعادلات:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = \mu$$

حيث μ يأخذ قيمًا موجبة مختلفة (أو قيمًا سالبة مختلفة) تكون متشابهة أما مجسمات القطوع المكافئة الناقصية ذات المعادلات:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \mu z$$

(حيث $\mu \neq 0$ واختياري) فهي متشابهة، وكذلك مجسمات القطوع الزائدية ذات المعادلات:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \mu z$$

فهي أيضاً متشابهة.

● مجسمات قطوع ناقصة متشابهة:

نقول عن مجسمين قطعين ناقصين أنهما متشابهان إذا كانت مقاطعهما الرئيسية متشابهة. وهكذا تكون المجسمات:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = \mu$$

(حيث μ وسيط أكبر من صفر) كلها متشابهة.

● مجسمات متشابهة:

انظر مجسم.

● مجموعات من النقاط المتشابهة:

نقول إن المجموعتين من النقاط $S_1 = \{A_1, B_1, C_1, \ldots\}$ و $S_2 = \{A_2, B_2, C_2, \ldots\}$ متشابهتان إذا شكلت الخطوط $A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2, \ldots$ حزمة خطوط بحيث تكون النسبة $\lambda = \frac{OA_1}{OA_2} = \frac{OB_1}{OB_2} = \frac{OC_1}{OC_2} = \ldots$ ثابتة، حيث O هي رأس الحزمة. ويقال عن هاتين المجموعتين أيضاً أنهما **متحاكيتان**.

انظر شبه ـ تحويل الشبه.

● مصفوفات متشابهة:

هي مصفوفات يكون الواحد منها محول الآخر تحت تأثير مصفوفة لا منفردة.

انظر تحويل ـ تحويل تسامتي.

● مضلعات متشابهة:

نقول عن مضلعين أنهما متشابهان إذا كان هناك تقابل بين زوايا الأول وزوايا الثاني وتقابل بين أضلاع الأول وأضلاع الثاني بحيث تكون الزوايا المتقابلة متساوية والأضلاع المتقابلة متناسبة. كما يقال أيضاً عن مضلعين أنهما متشابهان إذا شكلت رؤوسهما مجموعتين متشابهتين من النقاط.

انظر أعلاه.

ASSOCIATED متشارك

● نصف القطر المتشارك للتقارب:

إذا كانت متسلسلة القوى $\Sigma a_{k_1, k_2, \ldots, k_n} z_1^{k^1} z_2^{k^2}, \ldots, z_n^{k_n}$ متقاربة لقيم $|z_j|<r_j$ $j = 1,\ldots,n,$ حيث أن $r_j>0$ نقول أن المجموعة $\{r_1,r_2,\ldots,r_n\}$ هي مجموعة أنصاف الأقطار المتشاركة للتقارب للمتسلسلة. مثلاً للمتسلسلة:

$$1 + z_1z_2 + z_1^2z_2^2 + \ldots = \frac{1}{1 - z_1z_2}$$

تكون أنصاف الأقطار المتشاركة، أي عددين موجبين r_1,r_2 بحيث يكون $r_1r_2 = 1$.

DISPERSIVE متشتت

نقول أن النظام الديناميكي (X,R,π) متشتت إذا كان لكل نقطتين $x,y \epsilon X$ يوجد جواران U_x و U_y للنقطتين x و y على الترتيب وثابتا $T>0$، بحيث $U_x \cap \pi(U_y,t) = \phi$ لكل t بحيث $|t| \geq T$. ويمكن البرهنة على أن كلاً من العبارات التالية متكافئة:

(1) (X,R,π) متشتت.

(2) لكل نقطتين $x,y \epsilon X$ $y \notin J^+(x)$، حيث $J^+(x)$ مجموعة اطالات النهايات الموجبة للنقطة x.

انظر اطالات النهايات.

(3) $J^+(x) = \phi$ لكل $x \epsilon X$. وإذا كانت X متراصة محلياً، فإن (X,R,π) يكون متشتتاً إذا وفقط إذا كان قابلاً للتوازي.

انظر قابل للتوازي.

CROSS متصالب

● جداء مصالب:

انظر ضرب ـ ضرب المتجهات.

● **نسبة متصالبة:**

انظر نسبة.

● **مقطع مستعرض لمساحة أو لمجسم:**

هو مقطع مستوى يكون عموداً على محور تناظر المساحة أو المجسم. وإذا كان هناك أكثر من محور واحد للتناظر، فإنه المقطع المستوى العمود على المحور الأكثر طولاً.

● **قبعة متصالبة:**

إن حدود شريط موبيوس هي منحن بسيط مغلق. ويمكن تشويه هذاالشريط إلى دائرة. وتسمح في أثناء عملية التشوه هذه بتقاطع الشريط مع نفسه حيث نعتبر منحنى التقاطع منحنيين مختلفين كل واحد منهما ينتمي إلى أحد جُزْءَي السطح الذي يتصالب مع المنحنى. ويكون السطح الناتج غير قابل للتوجيه ويسمى **قبعة متصالبة**. ومن الممكن وصف مقيد المتصالبة بشكل نصف كرة فرضت على امتداد خط رأسي قصير نازل من القطب. فيظهر وكأن سطح الكرة يتقاطع على امتداد هذا الخط الذي نعتبره خطين مختلفين ينتمي كل واحد منهما إلى أحد جزءَيْ السطح المتقاطع.

انظر جنس ـ جنس السطح.

● **ورقة مقطع مستعرض:**

ورقة مسطرة بخطوط رأسية وأفقية تبعد عن بعضها بمسميات متساوية تستخدم لرسم الخطوط البيانية للمعادلات باحداثيات متعامدة.

CONNECTED متصل

● **مجموعة بسيطة الاتصال:**

هي مجموعة متصلة قوسياً بحيث يمكن تشويه كل منحن مغلق فيها إلى نقطة وذلك من غير أن نغادر المجموعة. إذا كانت المجموعة في المستوى فإن ذلك يعني أنها متصلة قوسياً ولا يمكن لأي منحن مغلق فيها أن يحيط بنقطة

حدودية. كل مجموعة متصلة قوسياً وغير بسيطة الاتصال تسمى متعددة الاتصال.

انظر اتصالية ــ عدد الاتصالية.

● **مجموعة متصلة:**

هي مجموعة لا يمكن فصلها إلى مجموعتين غير متقاطعتين v,u بحيث لا تقع أي من نقاط تراكم u في v كما لا تقع أي من نقاط تراكم v في u. (انظر غير متصل ــ مجموعة غير متصلة). مجموعة الأعداد المنطقة Q مثال على مجموعة غير متصلة لأننا نستطيع تعريف v,u كما يلي:

$$u = \{ x/x \in Q, x < \sqrt{5}\}$$

$$v = \{ x/x \in Q, x > \sqrt{5}\}$$

كل مجموعة متصلة قوسياً تكون متصلة أما المجموعة المتصلة فمن غير الضروري أن تكون متصلة قوسياً أو أن تكون بسيطة الاتصال.

● **مجموعة متصلة قوسياً:**

هي مجموعة يمكن وصل أي نقطتين فيها بواسطة منحن تكون كل نقاطه في المجموعة. كما يقال لهذه المجموعة أنها **متصلة ممرياً**.

● **مجموعة متصلة محلياً:**

هي مجموعة S بحيث يكون لأي نقطة x في S وأي جوار U للنقطة x يوجد جوار V للنقطة x بحيث تكون المجموعة $S \cap V$ متصلة ومحتواة في U.

متصل دورويا ً CYCLICALLY CONNECTED

نقول أن المجموعة C في الفضاء M **متصلة دوروياً** إذا وقع كل زوج من النقاط b,a من C على **منحن بسيط مغلق** J في C. (انظر بسيط ــ منحنى بسيط مغلق). وكل فضاء ملتحم ومتصل محلياً يكون متصلاً دوروياً إذا وفقط إذا لم يكن له نقاط قطع.

انظر قطع ــ نقطة القطع؛ انظر ملتحم.

● انكفاء متضاعف: انظر انكفاء.

● ترابط متضاعف: انظر ترابط.

● تكامل متضاعف: انظر تكامل.

● جذر متضاعف لمعادلة:

لتكن لدينا معادلة كثير الحدود $P(x) = 0$ نقول إن $x = a$ هو جذر متضاعف من المرتبة n لهذه المعادلة إذا أمكن كتابة $P(x)$ بالشكل $P(x) = (x - a)^n Q(x)$ حيث $Q(a) \neq 0$ ونسمي $x = a$ جذراً بسيطاً إذا كان $n = 1$ وجذراً مضاعفاً إذا كان $n = 2$ وجذراً ثلاثي التضاعف عندما $n = 3$ وهكذا..

وهناك اختبار بسيط لمعرفة تضاعف الجذر للمعادلة $f(x) = 0$ نبينه فيما يلي:

(أ) $f'(a) \neq 0,\ f(a) = 0$ (جذر بسيط).

(ب) $f(a) = f'(a) = 0,\ f''(a) \neq 0$ (جذر مضاعف).

(جـ) $f(a) = f'(a) = f''(a) = 0,\ f'''(a) \neq 0$ (جذر ثلاثي).

(د) $f(a) = f'(a) = f''(a) = \ldots = f^{(n-1)}(a) = 0,\ f^{(n)}(a) \neq 0$ فالجذر $x = a$ متضاعف ومرتبة تضاعفه هي n.

● دالة متضاعفة القيمة:

(1) انظر دالة.

(2) إذا كان سطح ريمان لدالة أحادية المولد f للمتغير العقدي z يغطي أي جزء من المستوى العقدي z أكثر من مرة. عندئذٍ تكون **الدالة f متضاعفة القيمة**، أي أن الدالة تكون مضاعفة القيمة إذا كان يقابل أية قيمة لـ z أكثر من قيمة للدالة $f(z)$. هذا ويمكن اعتبار الدالة متضاعفة القيمة على أنها دالة وحيدة القيمة في المتغير z ولكن في مجال جزئي واقع على شطر واحد من سطح الوجود لريمان المتعلق بهذه الدالة.

● نقطة متضاعفة، مماس متضاعف: انظر نقطة.

● **أشكال متطابقة:**

في **الهندسة المستوية**، جرت العادة على أن نقول عن شكلين أنهما متطابقان إذا كان بالإمكان أن نأخذ أحدهما إلى الآخر بواسطة حركة صلبة في الفضاء (أي بواسطة انسحابات وتدويرات في الفضاء). وهكذا نستطيع القول عن شكلين أنهما متطابقان إذا اختلفا في المحل أو الموقع فقط. أية قطعة مستقيمة تكون متطابقة مع أية قطعة مستقيمة أخرى مساوية لها في الطول. كذلك تكون أية دائرة مطابقة لكل الدوائر التي لها نفس قطرها. كل شرط من الشروط التالية يعتبر لازماً وكافياً ليكون مثلث ما متطابقاً مع مثلث آخر:

(1) هناك تقابل بين أضلاع المثلثين بحيث يساوي كل من هذه الأضلاع ضلعه المقابل.

(2) ضلعان في المثلث الأول يساويان ضلعين في المثلث الثاني كما أن الزاوية المحصورة بين الضلعين الأولين تساوي تلك المحصورة بين الضلعين المقابلين في المثلث الثاني.

(3) زاويتان في المثلث الأول تساويان زاويتين في المثلث الثاني كما أن الضلع المحصور بين رأسي الزاويتين في المثلث الأول يساوي الضلع المحصور بين الرأسين المتقابلين في المثلث الثاني.

إذا أردنا أن نغير تعريف التطابق بحيث نسمح فقط بحركات صلبة في المستوى لنشأ لدينا مفهوم جديد للتطابق.

في **الهندسة المجسمة** نقول عن شكلين انهما متطابقان إذا كان بالإمكان أخذ أحدهما إلى الآخر بواسطة حركة صلبة في الفضاء. نقول أحياناً عن هذين الشكلين أنهما **متطابقان مباشرة** أما الشكلان اللذان يكون أحدهما متطابقاً مباشرة مع انعكاس الثاني في مستوى فإننا نسميهما **متطابقين عكسياً**. (لذا نقول عن شكلين أنهما متطابقان مباشرة أو عكسياً إذا وفقط إذا كان بالإمكان أخذ أحدهما بواسطة حركة صلبة في فضاء بعديته 4).

عادة عندما نبدأ نظاماً هندسياً عن طريق الموضوعات، فإننا نعتبر التطابق مفهوماً غير معرف يجري تقييده بالموضوعات المناسبة.

● **أعداد أو كميات متطابقة:** انظر تطابق.

● **تحويل متطابق:** انظر تحويل ـ تحويل متطابق.

● **مصفوفات متطابقة:** انظر تحويل ـ تحويل متطابق.

متطابق IDENTICAL

● **الأشكال المتطابقة:**

هي أشكال تتطابق في الشكل والحجم. فمثلاً يكون المثلثان متطابقين إذا تساوت أضلاعهما المتناظرة.

● **الكميات المتطابقة:**

هي كميات تتطابق في الشكل والقيمة. وليس من الضروري أن يكون طرفا معادلة ما كميتين متطابقتين لوجود اختلاف في شكلهما غالباً على الرغم من تساوي قيمتيهما لجميع قيم المتغيرات المتعلقة بالمعادلة.

متطابق CONCIDENT

● **تشكيلان متطابقان:**

هما تشكيلان بحيث تكون كل نقطة على كل منهما نقطة على الأخرى. كل خطين (أو منحنيين أو سطحين) لهما نفس المعادلة يكونان متطابقين.

متطابقة

هي عبارة المساواة ويرمز لها عادة بالرمز ≡. والمتطابقة صحيحة لجميع قيم المتغيرات.

مثال: $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$ $\quad (x + y)^2 \equiv x^2 + 2xy + y^2$

هاتان متطابقتان لأنهما صحيحتان لجميع قيم المتغير x في الأولى و x و y في الثانية. وغالباً ما تستخدم إشارة المساواة = بدلاً من إشارة المطابقة ≡. وتكون الدالتان f و g متطابقتين إذا كان لهما نفس المجال وكان $f(x) = g(x)$ لكل x في المجال، ويرمز لهذا التطابق بالرمز $f(x) \equiv g(x)$ أو $f = g$.

انظر معادلة وحساب المثلثات ـ متطابقات حساب المثلثات المستوية.

● **متطابقات فيثاغورس وغيرها من المتطابقات المثلثية:**

انظر حساب المثلثات ـ المتطابقات المثلثية المستوية.

متطاول PROLATE

● **دويري متطاول:**

هو عجلي له عرى (مفرد عروة).

● **مجسم قطع ناقص دوراني مفلطح:**

انظر مجسم قطع ناقص.

متطرف EXTREME

● **متطرف التناسب:**

هما العددان d,a في التناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

● **قيمة متطرفة للدالة:**

هي القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

انظر قيمة عظمى.

● **النقطة المتطرفة:**

وهي النقطة التي إذا حذفت من مجموعة محدبة K بقيت K محدبة. وبعبارة أخرى هي النقطة التي لا تنتمي لأية قطعة توصل نقطتين في K. والجدير بالذكر هنا أن أية مجموعة محدبة جزئية من فضاء منتهي البعدية تكون المولد المحدب لنقطها المتطرفة. انظر كراين ـ نظرية كراين ويلمان.

- **أساس متعامد:** انظر أساس ـ أساس فضاء متجهات.
- **إسقاط متعامد (عمودي):** انظر إسقاط.
- **تحويل متعامد (1):**

هو تحويل خطي من الشكل:

$$y_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j, (i = 1,2,\ldots,n)$$

بحيث يترك الشكل التربيعي $x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2$ لا متغيراً. أي بحيث تكون مصفوفة التحويل $A = (a_{ij})$ متعامدة.

- **تحويل متعامد (2):**

هو تحويـل من الشكل $P^{-1}AP$ للمصفـوفة A حيث P هي مصفـوفة متعامدة.

- **تحويل متعامد حقيقي فعلي:**

هو تحويل متعامد حقيقي يكون فيه $\det A = 1$ حيث A هي مصفوفة التحويل. أما إذا كان $\det A = -1$ فالتحويل يسمى تحويلاً متعامداً حقيقياً معتلاً.

ويسمى **التحويل المتعامد الفعلي أيضاً تدويراً**. وهو يتفق مع تحويل تدوير المحاور الاحداثية العادي في الفضاءات ذات ثلاثة الأبعاد أو ذات البعدين فالتدوير:

$$X = x \cos \theta + y \sin \theta$$

$$Y = -x \sin \theta + y \cos \theta$$

هو تدوير متعامد فعلي.

- **تحويلات المحور الرئيسي:**

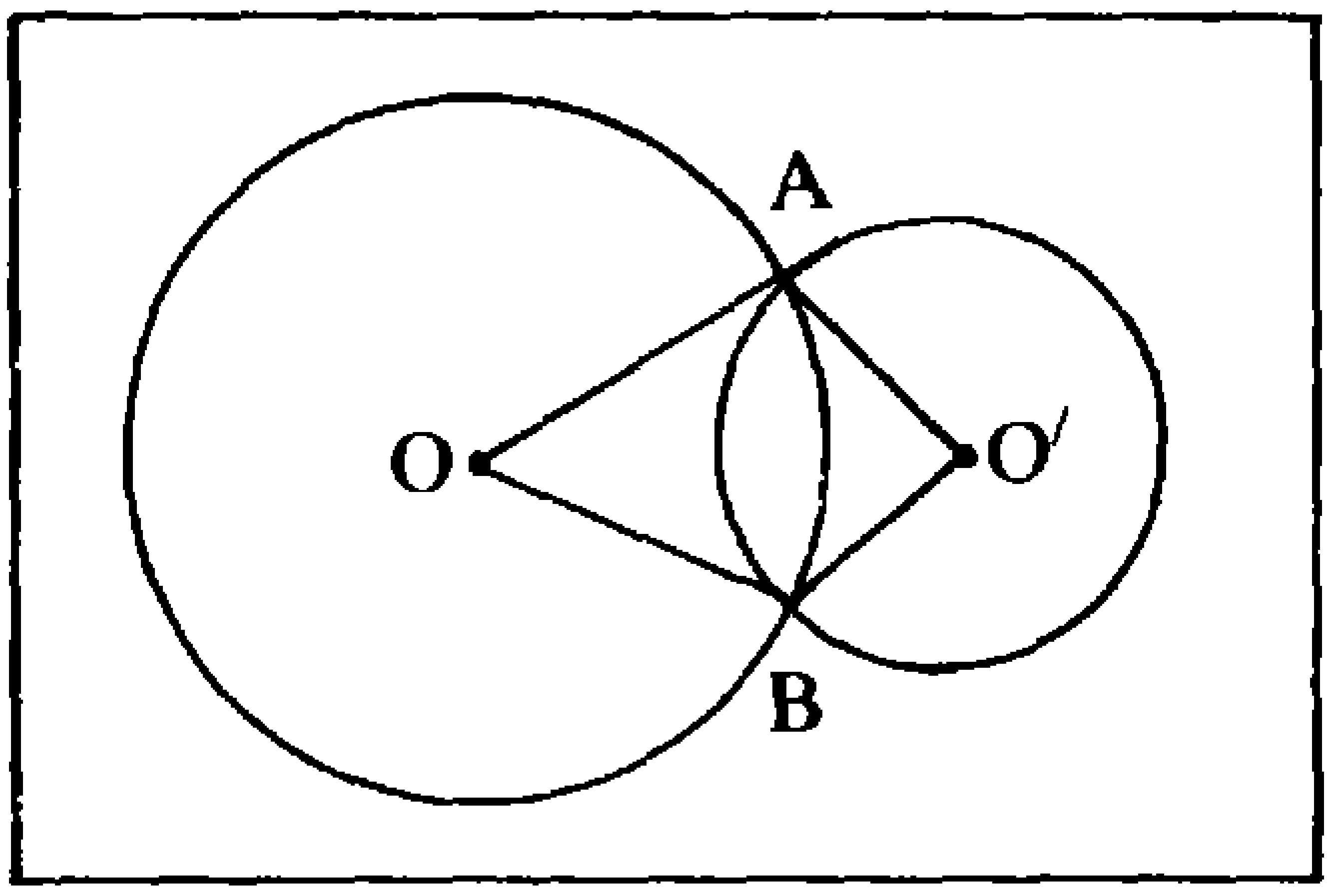
نظراً لأن المصفوفة المتناظرة يمكن أن تختزل إلى الشكل القطري باستخدام

تحويل متعامد، فإن التحويلات المتعامدة تسمى أحياناً تحويلات المحور الرئيسي وتسمى عندئذٍ المتجهات الذاتية للمصفوفة بالاحداثيات الطبيعية.

انظر تكافؤ ـ تكافؤ المصفوفات؛ وانظر تحويل، مطابق، وحدي.

● **دائرتان متعامدتان:**

هما دائرتان متقاطعتان في نقطتين بحيث تشكل كل نقطة من نقط التقاطع مع مركزي الدائرتين مثلثا قائم الزاوية كما يبين الشكل المقابل.



● **دوال متعامدة:**

نقول بأن الدوال $f_1, f_2, \ldots, f_n$ متعامدة على المدى (a,b) إذا كان:

$$\int_a^b f_m(x)\, f_n(x)\, dx = 0 \qquad m \neq n$$

ونقول بأن هذه الدوال متعامدة معيرة إذا تحقق أيضاً:

$$\int_a^b [\, f_n(x)\,]^2\, dx = 1$$

من أجل جميع n. أما التكامل $\int_a^b f_m(x)\, f_n(x)\, dx$ فيسمى الجداء الداخلي للدالتين f_m و f_n ويشار إليه بالرمز $<f_m, f_n>$.

● **كثيرات الحدود المتعامدة:**

إذا عرفنا الجداء الداخلي لدالتين f(x) و g(x) معرفتين على (a,b) بالنسبة لدالة الوزن $p(x) \geq 0$ المعرفة على a,b بالشكل $<f,g> = \int_a^b f(x)g(x)p(x)dx$، ولنأخذ فضاء الدوال f بحيث يكون $\int_a^b f^2(x)p(x)dx<\infty$ نقول بأن متتالية كثيرات الحدود $(P_n)_n \geq 0$ التي تنتمي إلى فضاء الدوال f تكون كثيرات حدود متعامدة إذا تعامدت كثيرات الحدود فيما بينها مثنى مثنى بالنسبة لدالة الوزن p(x).

ونبين هنا أهم كثيرات الحدود المتعامدة:

اسم كثير الحدود	الفترة	دالة الوزن	عبارة كثير الحدود
هرميت	R	e^{-x^2}	$(-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n}[e^{-x^2}]$
يعقوبي	$(-1, 1)$	$(1-x)^\alpha (1+x)^\beta$ $\alpha > -1\ \beta > -1$	$\frac{(-1)^n}{2^n n!\,(1-x)^\alpha\ (1+x)^\beta}$ $\frac{d^n}{dx^n}[(1-x)^\alpha (1+x)^\beta (1-x^2)^n]$
لا غرا	R +	e^{-x}	$\frac{e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n}[e^{-x} x^n]$
لوجاندر	$[-1,1]$	1	$\frac{1}{d^n n!} \frac{d^n}{dx^n}[(x^2-1)^n]$
تشيبيشيف	$(-1,1)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\frac{(-1)^n 2^n n!}{(2n)!} \sqrt{1-x^2}$ $\frac{d^n}{dx^n}[(1-x^2)^{n-1/2}]$
فوق الكروي	$(-1,1)$	$(1-x^2)^\alpha$	$\frac{(-1)^n}{2^n n!\,(1-x^2)^\alpha} \frac{d^n}{dx^n}[(1-x^2)^{n+\alpha}$

● **متجهات متعامدة:**

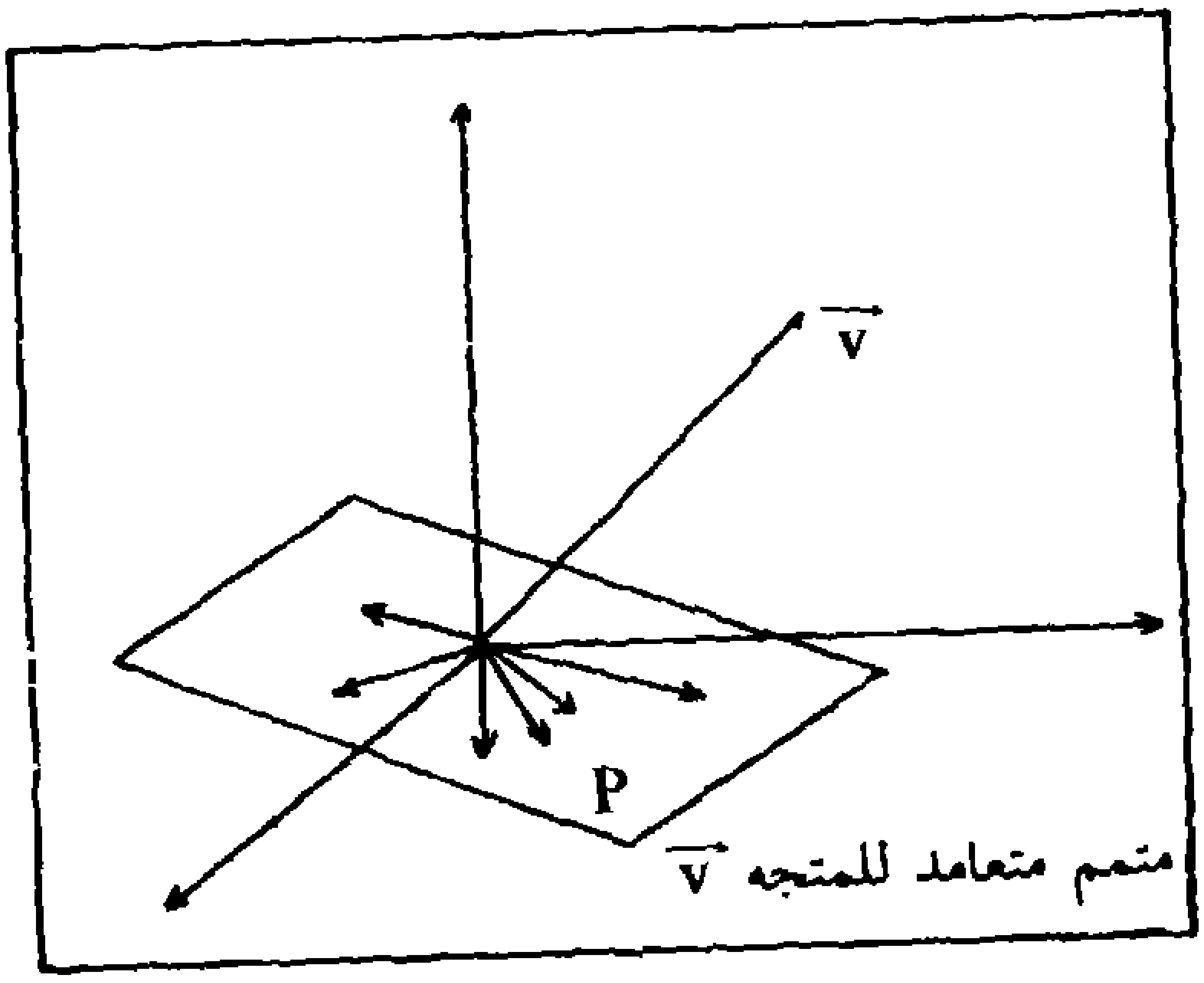
نقول بأن $\vec{b}$, $\vec{a}$ متعامدان إذا كان الجداء الداخلي لهما مساوياً الصفر، أي $0 = <\vec{b}\ , \vec{a}>$. (انظر ضرب ـ ضرب المتجهات؛ انظر متجه ـ فضاء متجهات). ويتطابق هذا التعريف مع التعامد المألوف لمتجهين في فضاء ثلاثي أو ثنائي البعد.

انظر مقلوب.

● متمم متعامد:

لمتجه $\vec{v}$ (أو لمجموعة جزئية S) من فضاء متجهات V هي مجموعة كل المتجهات المنتمية إلى V والمتعامدة مع $\vec{v}$ (أو مع أي متجه من S).

مثال: ليكن V فضاء المتجهات ذا الأبعاد الثلاثة أي جميع المتجهات المعرفة بالثلاثية المرتبة (a_1,a_2,a_3) عندئذٍ فإن المتمم المتعامد لمتجه $\vec{v}$ في هذا الفضاء هو جميع المتجهات المتعامدة مع هذا المتجه، أي جميع التوافقات الخطية لأي متجهين مستقلين خطياً ومتعامدين مع $\vec{v}$.

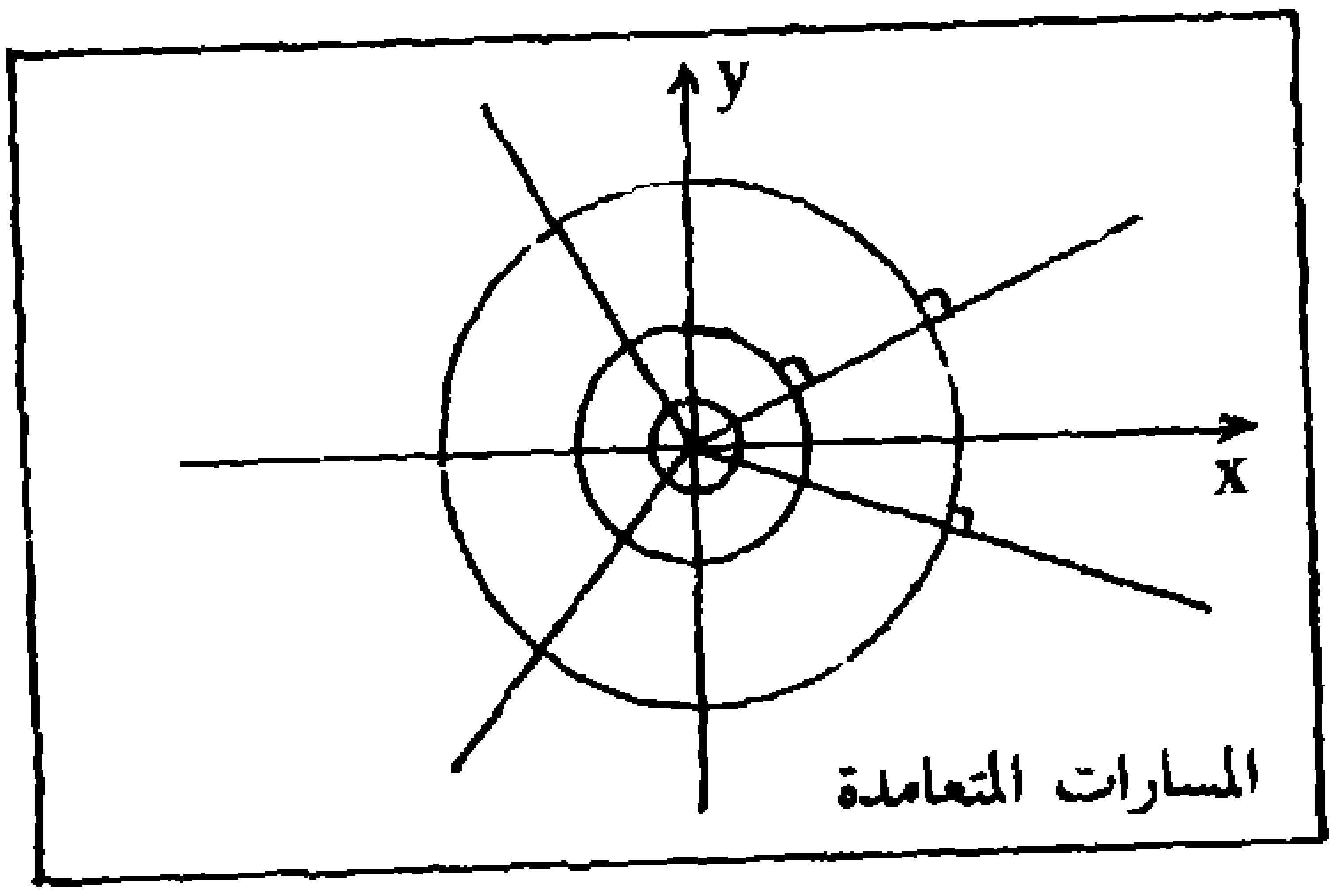


متمم متعامد للمتجه $\vec{v}$

انظر متجه ــ فضاء متجهات.

● مسار عمودي:

على عائلة منحنيات هو المنحنى الذي يتقاطع مع جميع المنحنيات بزاوية قائمة. فالمستقيم المنبعث من نقطة الأصل هو مسار عمودي على عائلة الدوائر التي مركزها O. كما أن كل دائرة من هذه الدائر هي مسار عمودي على جميع المستقيمات المنبعثة من O كما يبين الشكل.



المسارات المتعامدة

إذا كانت المعادلة التفاضلية الممثلة لعائلة منحنيات Γ هي $y' = f(x,y)$.

$$y' = \frac{-1}{f(x,y)}$$

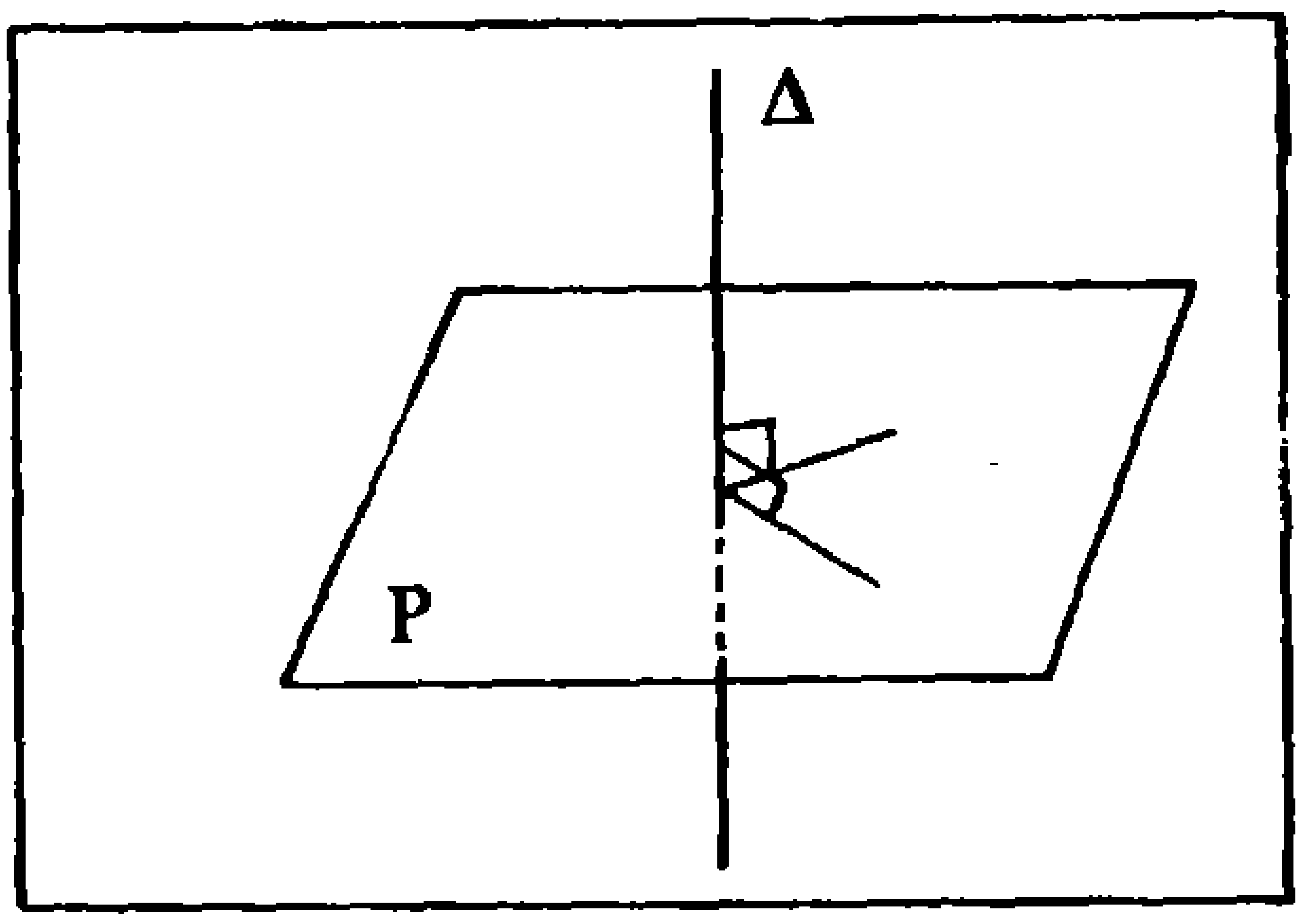
ونحصل على المسارات المتعامدة بحل هذه المعادلة.

● مستقيم متعامد مع آخر:

هو المستقيم الذي يصنع زاوية قائمة مع المستقيم الآخر.

● مستقيم متعامد مع مستوى:

هو مستقيم يتعامد مع جميع المستقيمات الواقعة في المستوى ويكفي لذلك أن يتعامد المستقيم مع مستقيمين غير متوازيين واقعين في المستوى. (انظر الشكل).

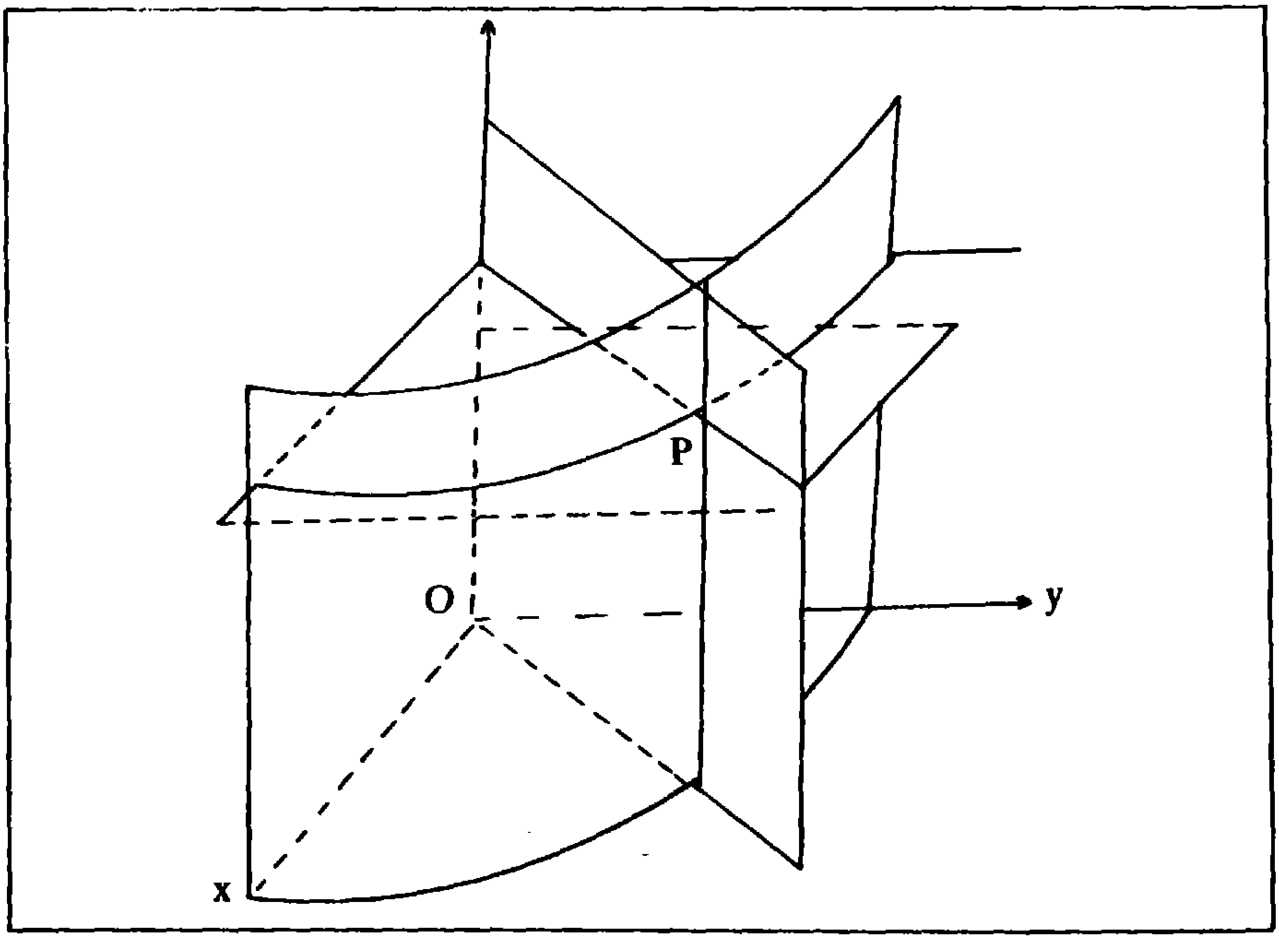


● مصفوفة متعامدة: انظر مصفوفة.

● نظام السطوح المتعامدة ثلاثاً:

هو ثلاث عائلات من السطوح بحيث يمر من كل نقطة P من الفضاء سطح واحد من كل عائلة بشرط أن يتعامد كل سطح مار بهذه النقطة مع جميع السطوح المنتمية إلى عائلتي السطوح الباقية. ويمثل الشكل نظام سطوح متعامدة معرفة بالعلاقات: $x^2 + y^2 = r_0^2 ,\ y = x \operatorname{tg} \theta_0 ,\ z = z_0$

انظر متباثر ـ ثنائيات الدرجة المتباثرة؛ انظر انحنائي ـ احداثيات انحنائية لنقطة في الفضاء.



● **نظام متعامد لمنحنيات على سطح :**

هو نظام من عائلتي منحنيات وحيدة الوسيط على سطح S بحيث يمر من أية نقطة على السطح منحنىً واحد فقط من كل عائلة وبحيث يكون المماسان للمنحنيين في تلك النقطة متعامدين.

● **نظام معير متعامد** (انظر دوال متعامدة):

هو مجموعة الدوال المتعامدة المعيرة بحيث $(F,f_n)^2$ $\sum_{n=1}^{\infty}$ = <F,F> من أجل جميع الدوال المستمرة F. أو هو مجموعة الدوال المتعامدة المعيرة بحيث تكون $\sum_{n=1}^{\infty}$ <F,f_n>f_n **متقاربة في الوسط** (من المرتبة الثانية) إلى F. عندما يكون التكامل هو تكامل ليبيغ وتكون الدوال التي نتعامل معها دوالاً قابلة للقياس وبحيث تكون مربعاتها قابلة للمكاملة، فإن مجموعة الدوال تكون نظاماً تاماً إذا وفقط إذا كان F = 0 عندما يكون $\int_a^b F(x)f_n(x)dx = 0$ من أجل جميع قيم n. ويبقى ما ذكرناه أعلاه صحيحاً حتى لو كانت المكاملة تتم على مجموعات أكثر عمومية ومن أجل دوال عقدية إذا تم تعريف <F,G> كما يلي:

$$< F, G > = \int_a^b \bar{F}(x)\, G(x)\, dx$$

ومن أهم الأمثلة على الأنظمة المتعامدة المعيرة التامة، هي:

(1) الدوال $\frac{\sin nx}{\sqrt{\pi}}$ ، $\frac{\cos nx}{\sqrt{\pi}}$، $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ في الفترة $(0,2\pi)$ ومن أجل $n = 1,2,3,...$.

(2) الدوال $n = 0,1,2,...$ $\frac{e^{nix}}{\sqrt{2\pi}}$ في الفترة $(0,2\pi)$.

(3) الدوال... $\sqrt{\frac{2n+1}{2}}\, p_n(x),\ n = 0,1,2,...$ على الفترة $(-1,1)$ حيث p_n هو كثير حدود لوجاندر النوني.

انظر **بسل ـ** متباينة بسل، **غرام ـ شميت ـ** عملية غرام ـ شميت؛ وانظر **بارسيفال ـ** مبرهنة بارسيفال؛ وانظر **ريتز ـ فيشر.**

متعامد RECTANGULAR

● **بيان متعامد:**

نفس بيان الأعمدة.

انظر بيان.

● **الشكل المتعامد لعدد عقدي:**

هو كتابة العدد العقدي بالشكل $x + yi$ وهذا يختلف عن كتابة العدد العقدي بالصورة القطبية $r(\cos\theta + i\sin\theta)$.

● **محاور متعامدة واحداثيات متعامدة:**

انظر ديكارتي.

متعامد معير ORTHONORMAL

انظر أساس ـ؛ انظر متعامد ـ دوال متعامدة.

متعاقب CONSECUTIVE

أي متتال حسب الترتيب بدون قفز. مثلاً في المجموع: $1 + x + x^2 + x^3 + x^4$ فإن الحدين x, x^2 متعاقبان. المجموعتان $\{3,4\}$ و $\{5,6,7\}$ هما مجموعتا أعداد صحيحة متعاقبة. والمجموعة $\{3,5,7,9\}$ هي مجموعة أعداد صحيحة فردية متعاقبة.

لا يمكن تطبيق مفهوم التعاقب على الأعداد المنطقة لأنه بين أي عددين منطقين يوجد عدد منطق.

● **أضلاع متعاقبة:**

الضلعان المتعاقبان في المضلع هما ضلعان لهما رأس مشترك.

● **زوايا متعاقبة:**

الزاويتان المتعاقبتان في المضلع هما زاويتان لهما ضلع مشترك.

متعامل COFACTOR

● متعامل عنصر في معين:

انظر صغير ـ صغير عنصر في معين.

● متعامل عنصر في مصفوفة:

وهذا يمكن تعريفه إذا كانت المصفوفة مربعة فقط. ويكون هو نفسه متعامل العنصر في معين المصفوفة.

متعد TRANSITIVE

● علاقة متعدية:

تسمى العلاقة R علاقة متعدية على المجموعة S إذا كان:

$$aRb,\ bRc \Rightarrow aRc$$

حيث c,b,a هي عناصر من S. ونعني هنا بالرمز aRb أن العنصر a يتعلق بالعنصر b وفق العلاقة R فمثلاً علاقة أصغر أو يساوي (≤ المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية هي علاقة متعدية.

● علاقة لا متعدية:

تسمى العلاقة R لا متعدية على S إذا وجدت ثلاثة عناصر c,b,a من المجموعة S بحيث:

$$aRb,\ bRc \Rightarrow a\not R c \qquad (*)$$

أو إذا كان aRb و bRc لا يؤدي بالتأكيد إلى aRc.

مثال (1): علاقة «الأبوة» هي علاقة لا متعدية إذ لو كان a أباً لـ b و b أباً لـ c فإن a ليس أباً بالتأكيد لـ c.

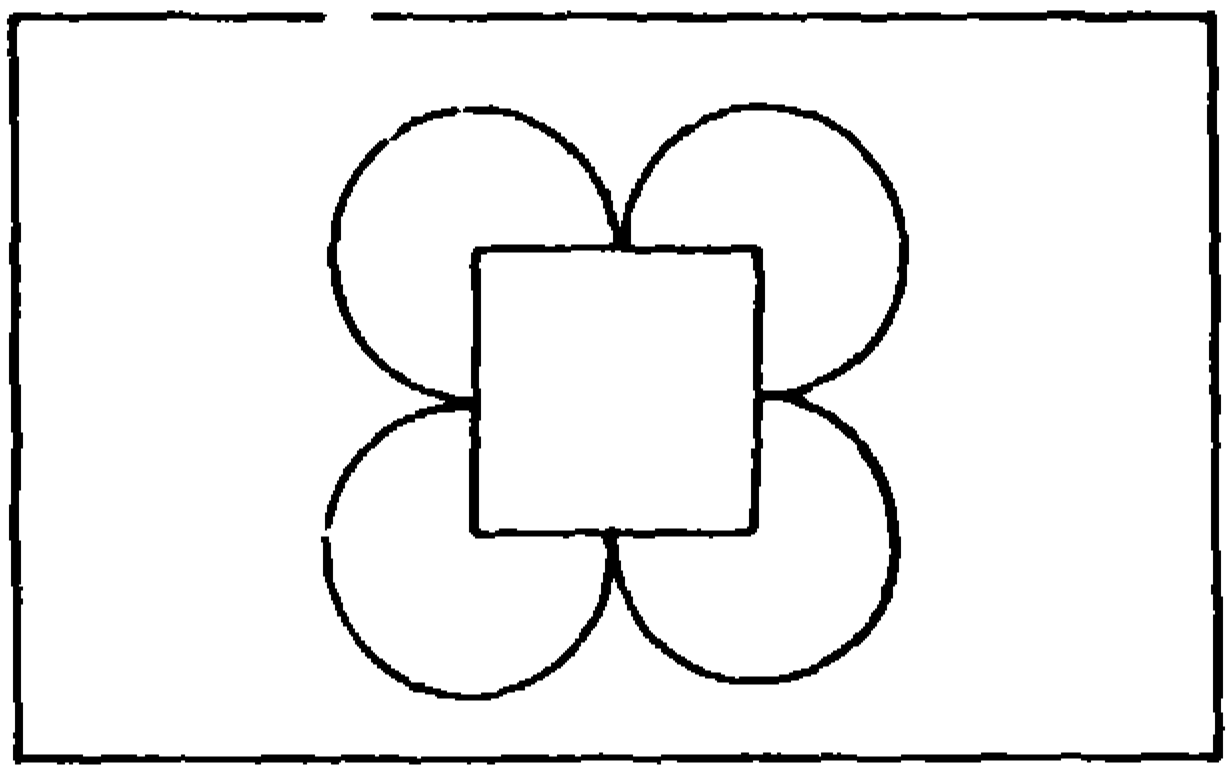
مثال (2): علاقة «الصداقة» ليست علاقة متعدية إذ لو كان a صديقاً لـ b و b صديقاً لـ c فليس من المؤكد أن يكون a صديقاً لـ c.

وتسمى العلاقة التي تحقق (*) أحياناً بأنها علاقة مقتصرة.

انظر تكافؤ ـ علاقة تكافؤ.

متعدد الأوراق MULTIFOIL

هو شكل مستو مكون من أقواس دائرية مرتبة على مضلع نظامي بحيث يكون هذا الشكل متناظراً بالنسبة لمركز المضلع وبحيث تكون نهايات الأقواس واقعة على أضلاع المضلع. ويقتصر الاسم أحياناً على الحالات التي يكون فيها المضلع مسدساً أو مسبعاً أو . .



أما إذا كان المضلع مثلثاً أو مربعاً أو مخمساً فإن الشكل الناتج يسمى ثلاثي أو رباعي أو خماسي الأوراق.

متعدد الحدود MULTINOMIAL

● **متعدد الحدود:**

هو عبارة جبرية مكونة من حاصل جمع أكثر من حد واحد.

● **توزيع متعدد الحدود:**

بفرض أنه يوجد k من النواتج الممكنة لتجربة ما وأن احتمالات هذه النواتج هي $p_1, p_2, \ldots, p_k$ على الترتيب وأننا أجرينا n تجربة مستقلة. ليكن $X = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$ هو متجه المتغير العشوائي حيث X_i هو عدد مرات ظهور الناتج الذي ترتيبة i عندئذٍ نسمي X متجهاً **متعدد الحدود للمتغير العشوائي**. ونقول بأن المتجه X **توزيعاً متعدد الحدود**.

أما مدى X فهو مجموعة كل المرتبات من k للأعداد الصحيحة غير السالبة $(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ التي يكون من أجلها $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$. وتحقق دالة الاحتمال P العلاقة:

$$P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1!\, n_2! \ldots n_k!} p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \ldots \cdot p_k^{n_k}$$

كما أن الوسط هو المتجه $(np_1, np_2, \ldots, np_k)$.

انظر ثنائي الحد ـ توزيع ثنائي الحد؛ انظر فوهندسي ـ توزيع فوهندسي.

● مبرهنة متعدد الحدود:

هي تعميم لمفكوك ثنائي الحد وتعطى بالعلاقة:

$$(x_1 + x_2 + \ldots + x_m)^n = \Sigma \frac{n!}{a_1!\, a_2! \ldots a_m!} x_1^{a_1} x_2^{a_2} \ldots x_m^{a_m}$$

حيث $\{a_1, a_2, \ldots, a_m\}$، هي أي مجموعة من m عدداً منتقاة من الأعداد 0,1,2,...,n بحيث يكون $a_1 + a_2 + \ldots + a_m = n, 0! = 1$.

متعدد الخطية MULTILINEAR

● دالة متعددة الخطية:

هي دالة F في المتجهات $\vec{v_1}$ ، $\vec{v_2}$ ، ...، $\vec{v_n}$ بحيث تكون خطية بالنسبة لأي متجه عندما نثبت بقية المتجهات.

انظر خطي ـ تحويل خطي؛ انظر متناوب ـ دالة متناوبة.

● شكل متعدد الخطية: انظر شكل.

متعدد العناوين MULTIADDRESS

● نظام متعدد العناوين:

وهو طريقة لترميز المسائل من أجل الحل الآلي حيث يتضمن الأمر الواحد أكثر من عنوان أو ذاكرة أو مركز. انظر وحيد ـ نظام وحيد العنوان.

متعدد المتحولات MULTIVARIATE

أي يحتوي على أكثر من متغير واحد.

● توزيع متعدد المتحولات:

انظر توزيع ـ دالة التوزيع.

متغير VARIABLE

رمز يستخدم للدلالة على عنصر غير معين في مجموعة معينة. وكل عنصر من عناصر المجموعة يمثل قيمة من قيم المتغير. وتكون المجموعة **مجالاً** للمتغير. وإذا احتوى مجال المتغير على عنصر واحد أصبح المتغير **ثابتاً**. مثال: في المعادلة $x^2 + x - 2 = 0$ يعتبر x متغيراً يمثل أحد عناصر المجموعة $\{-2,1\}$.

● **متغير عشوائي:**

انظر عشوائي.

● **تبديل المتغير في المفاضلة والمكاملة:**

انظر سلسلة ـ قاعدة السلسلة؛ وانظر مكاملة.

● **متغير تابع ومتغير مستقل:**

انظر دالة.

● **فصل المتغيرات:**

انظر تفاضل ـ معادلة تفاضلية بمتغيرات قابلة للفصل.

متقابل CORRESPONDING

● **زوايا متقابلة، خطوط متقابلة، نقاط متقابلة:**

هي زوايا وخطوط ونقاط في أشكال مختلفة تتعلق بشكل متشابه ببقية أجزاء تلك الأشكال. مثلاً: في مثلثين قائمي الزاوية نعتبر أن الوترين ضلعان متقابلان.

● **زوايا متقابلة على خطين قطعهما مستعرض:**

انظر زاوية ـ زوايا شكلها مستعرض.

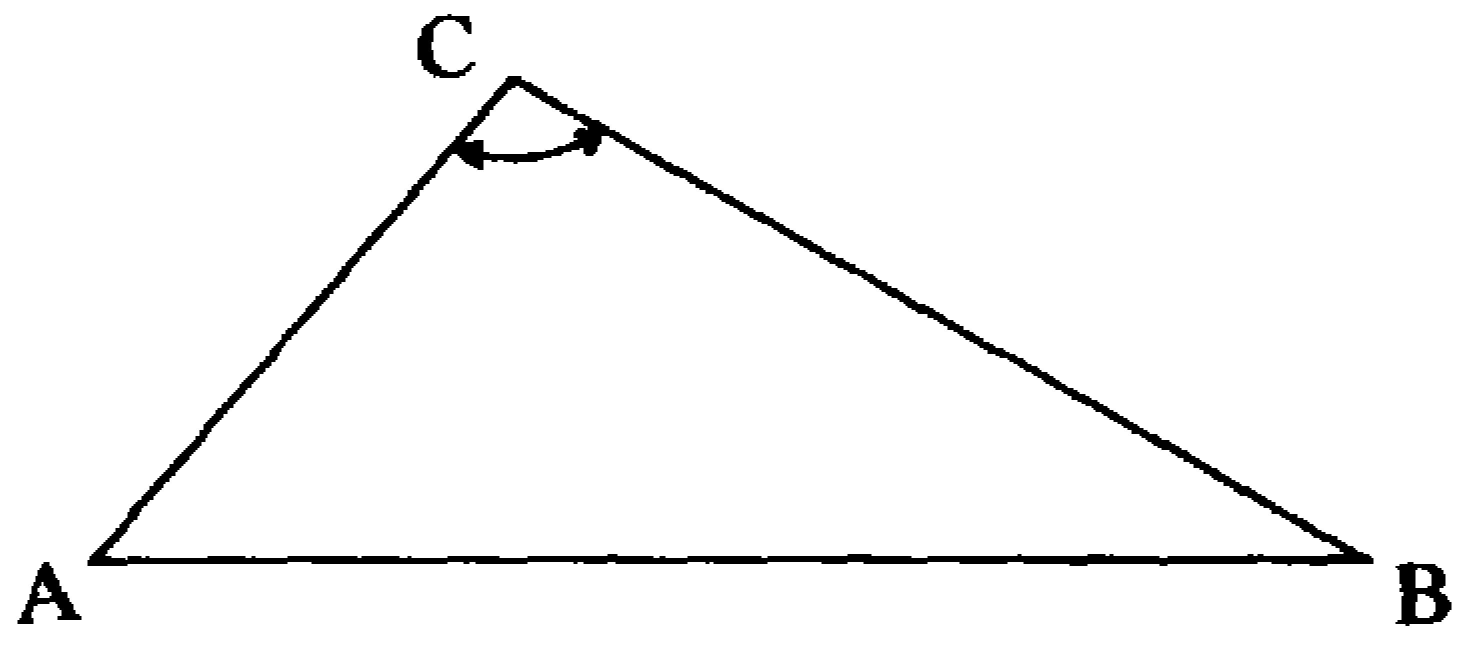
متقابل ــ مقابل OPPOSITE

● **رؤوس متقابلة:**

في مضلع P هي الرؤوس التي يفصلها عن بعضها نفس العدد من الأضلاع بشرط أن يكون المضلع زوجياً (أي عدد أضلاعه زوجي).

● الزاوية المقابلة:

للضلع AB في المثلث ABC هي الزاوية $\hat{C}$.



متقابل قطرياً **ANTIPODAL**

● نقطتان متقابلتان قطرياً:

هما نقطتان على الكرة وتقعان على طرفي أحد أقطارها.

متقارب **CONVERGENT**

أي أنه يحقق خاصية التقارب.

انظر متتالية ـ نهاية متتالية، مجموع ـ مجموع متسلسلة لا منتهية، تقارب.

● متسلسلة متقاربة دائمًا:

هي متسلسلة متقاربة وذلك لكل قيم المتغير أو المتغيرات الموجودة في حدودها. مثلاً: المتسلسلة $1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots$ تكون متقاربة دائمًا إلى e^x وذلك لكل قيم x.

● متقارب كسر مستمر:

هو الكسر المنتهي عند واحدة من القسمات.

انظر كسر ـ كسر مستمر.

متقاصٍ DISTAL

● زمرة تحويلية متقاصية:

لتكن (X,T,π) زمرة تحويلية، حيث X فضاء مقاس. نقول ان الزمرة التحويلية متقاصية إذا وفقط إذا تحقق الشرط التالي:

إذا كان $\text{Inf}\,\{d(\pi(x,t), \pi(y,t)\,,\,\pi\in T\} = 0$ فإن $x = y$ حيث inf يرمز لصغور المجموعة (انظر صغور). أما إذا كان X فضاء متنظمًا (انظر فضاء منتظم) له بنية منتظمة U فإن (X,T,π) تكون متقاصية إذا تحقق الشرط التالي:

لكل $x,y\in X$ و $x\neq y$ يوجد $\alpha\in u$ بحيث $(\pi(x,t), \pi(y,t))\notin\alpha$ لكل $t\in T$.

وبشكل عام، فإن (X,T,π) تكون متقاصة إذا وفقط إذا كان $(x,t_\alpha)\to z$ و $(y,t_\alpha)\to z$ يؤدي إلى $x = y$ حيث $\{t_\alpha\}$ شبكة في T. وإذا فرضنا أن X فضاء متراص فإن العبارات التالية متكافئة:

(1) (X,T,π) متقاصية.

(2) مثيلة الزمرة المغلقة $E(x)$ تكون مثالية يمينية أصغرية (انظر مغلف ومثالية).

(3) تكون $E(x)$ زمرة.

ومن الجدير بالذكر هنا أن كل زمرة تحويلية متقاصية تكون دورية تقريباً نقطياً.

متقايس ISOMETRIC

● عائلة متقايسة من المنحنيات على سطح:

هي عائلة أحادية الوسيط من المنحنيات على سطح ما بحيث تشكل هذه العائلة مع مساراتها المتعامدة نظاماً متقايساً من المنحنيات على السطح.

● التطبيق المتقايس والوسيطيات:

انظر تقايس.

● سطوح متقايسة:

نقول إن السطحين S_1 و S_2 متقايسان إذا كانت المسافات المتقابلة متساوية وكانت الزوايا بين الخطوط المتقابلة متساوية.

● النظام المتقايس لمنحنيات على سطح:

هو نظام مكون من عائلتين أحاديتي الوسيط من المنحنيات (على السطح) والتي يمكن أخذها كمنحنيات وسيطية في تطبيق متقايس.

متقدم LEADING

● معامل متقدم:

هو معامل الحد من أعلى درجة في كثير حدود لمتغير واحد. فالعدد 3 هو المعامل المتقدم في كثير الحدود:

$$3x^8 - 17x^3 + 7$$

مُتَقَطِّع DISCRETE

● المجموعة المتقطعة:

هي مجموعة ليس بها نقاط تراكم. أي أن كل نقطة من المجموعة لها جوار لا يحتوي على أية نقطة أخرى في المجموعة. فالمجموعة A مجموعة متقطعة إذا وجد لكل نقطة $x \in A$ جوار U بحيث $(U - \{x\}) \cap A = \phi$ وفي هذه الحالة تسمى نقاط A بالنقاط المنعزلة.

انظر منعزل ـ مجموعة منعزلة.

مثال: مجموعة الأعداد الصحيحة z هي مجموعة متقطعة أما مجموعة الأعداد المُنطقة Q فهي مجموعة غير متقطعة لأن كل فترة (ذات طول أكبر من الصفر) تحتوي على عدد منطق تحتوي على أعداد منطقة أخرى.

● المتغير المتقطع:

هو متغير تكون قيمه الموجبة مجموعة متقطعة.

انظر عشوائي ـ متغير عشوائي.

إذا كان لدينا علاقة تكافؤ S على مجموعة X وكان العنصران x و y من المجموعة X بحيث $(x,y) \in S$ فإننا نقول إن العنصرين x و y **متكافئان**.

- **الزوايا المتكافئة**: هما زاويتان لهما نفس القياس.
- **قضايا متكافئة**: انظر تكافؤ.
- **مجموعات متكافئة**:

هي مجموعات يمكن وضعها في مقابلة واحد لواحد. وتسمى أحياناً **بمجموعات متساوية القدرة**.

انظر **مقابلة وعدد رئيسي**.

- **المصفوفات المتكافئة**:

نقول ان المصفوفتين المربعتين A و B متكافئتان إذا وجد مصفوفتان مربعتان لا منفردتان P و Q بحيث يكون $A = PBQ$ وتكون المصفوفتان المربعتان A و B متكافئتين إذا كان بالإمكان الحصول على B من A بعد إجراء سلسلة منتهية من العمليات الابتدائية (البسيطة) على المصفوفات:

(1) استبدال صفين أو عمودين.

(2) إضافة مضاعف صف أو عمود إلى صف أو عمود آخر بعد ضربها بعدد ثابت.

(3) ضرب صف أو عمود بعدد غير صفري.

والجدير بالذكر أن كل مصفوفة تكافىء **مصفوفة قطرية ما**. ويسمى التحويل PBQ للمصفوفة B **بتحويل تكافؤ**.

ونورد فيما يلي أشهر التحويلات التكافئية الموافقة لاختيارات خاصة للمصفوفة P:

(أ) **تحويل التشابه**: $P = Q^{-1}$.

(ب) **تحويل التطابق**: $P = Q^T$ حيث Q^T هي منقول المصفوفة Q.

(جـ) التحويل العطفي: $P = Q^*$ حيث Q^* هي المرافق الهرميتي للمصفوفة Q أي مرافق Q^T.

(ﺀ) التحويل التعامدي: $P = Q^{-1}$ و Q هي مصفوفة متعامدة (تعامدية).

(هـ) التحويل الوحدي: $P = Q^{-1}$ و Q هي مصفوفة وحدية.
انظر تحويل.

● المعادلات أو المتباينات المتكافئية:

هي المعادلات أو المتباينات التي لها نفس مجموعة الحل. فمثلاً المعادلتان $x^2 = 1$ و $x^4 = 2x^2 - 1$ معادلتان متكافئتان لأن لهما نفس مجموعة الحل وهي $\{1,-1\}$ وكذلك، فإن مجموعتي المعادلات $\{2x + 3y = 3, x + 3y = 9\}$ $\{x = -6, x + 3y = 9\}$, متكافئتان لأن مجموعتي حلهما تساوي المجموعة $\{(-6,5)\}$. أما المتباينتان $|x - 3|<2$ و $1<x<5$ فهما كذلك متكافئتان لأن مجموعتي حلهما تساوي الفترة المفتوحة (1,5).

متكامل **SUPPLEMENTARY**

● الزاويتان المتكاملتان:

هما زاويتان مجموعهما يساوي 180^o وكل منهما تعتبر مكملة للأخرى.

متكرر **REPEATING**

● عشري متكرر: انظر عشري.

متلاش **NILPOTENT**

هو مقدار يصبح صفراً عند رفعه إلى قوة ما.

● مصفوفة متلاشية:

هي مصفوفة A تحقق $A^n = 0$ من أجل n صحيح موجب.

مثال: المصفوفة:

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

تحقق $A^3 = 0$.

متلاق CONCURRENT

أي له نقطة مشتركة. نقول عن عائلة من المجموعات أنها متلاقية إذا كان هناك نقطة تنتمي إلى كل من هذه المجموعات. مثلاً: أواسط المثلث متلاقية في المركز المتوسط.

في الفضاء: المستويات المارة بنقطة الأصل متلاقية أيضاً (تشكل رزمة مستويات).

انظر اتساق ـ اتساق معادلات خطية.

متلاق COPUNCTAL

- **مستويات متلاقية:**

ثلاثة مستويات أو أكثر لها نقطة مشتركة.

متماثل ذاتياً AUTOMORPHIC

- **دالة متماثلة ذاتياً:**

نقول أن الدالة f الوحيدة القيمة والتحليلية عند كل النقاط باستثناء بعض الأقطاب في مجال D في المستوى العقدي متماثلة خطياً بالنسبة إلى زمرة تحويلات خطية إذا تحقق من أجل كل تحويل T في الزمرة ما يلي:

إذا كان z في D فإن T(z) يكون أيضاً في D ويكون $f[T(z)] = f(z)$.

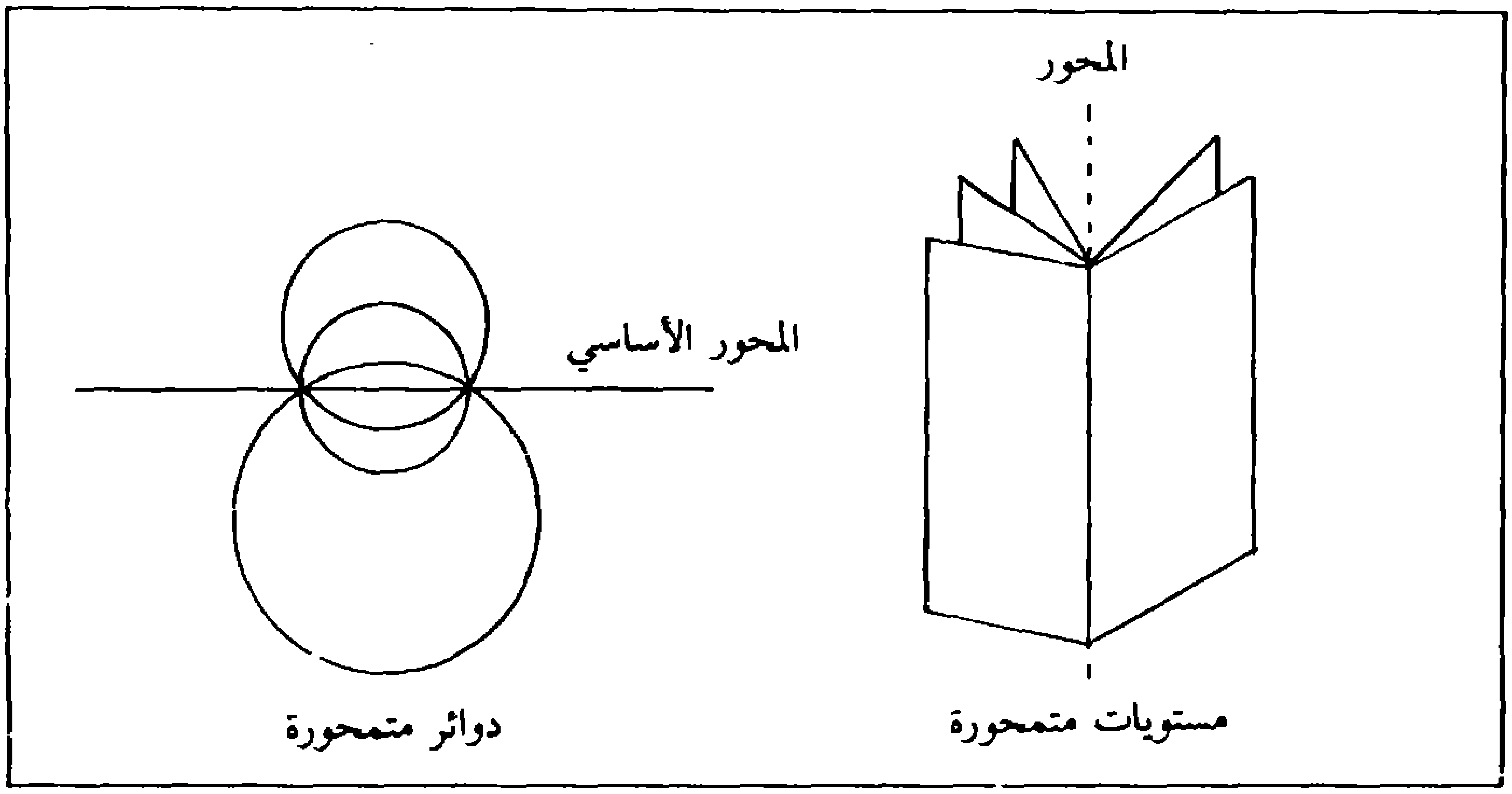
COAXIAL متمحور

● **دوائر متمحورة:**

هي دوائر لها نفس المحور الأساسي.

● **مستويات متمحورة:**

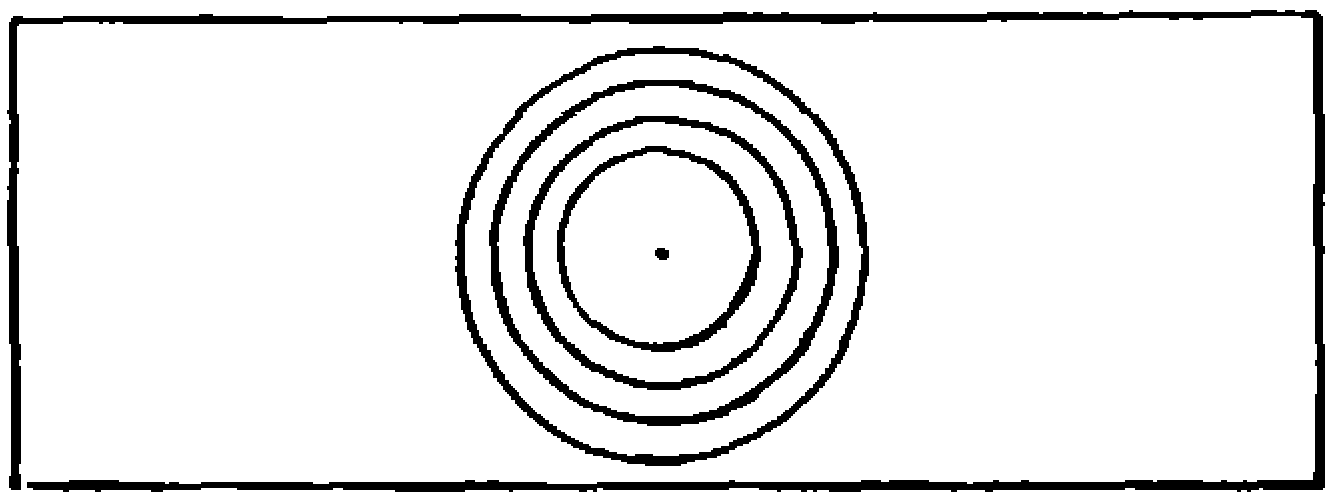
هي مستويات تمر بنفس الخط المستقيم ويسمى هذا المستقيم بالمحور.



CONCENTRIC متمركز

● **دوائر متمركزة:**

هي دوائر في نفس المستوى ولها نفس المركز. كما أننا نستعمل كلمة متمركز لأي شكلين لهما مركز مشترك. (مركز الشكل هو نقطة يكون الشكل متناظراً بالنسبة إليها).



COMPLEMENT متمم

● **تسارع متمم:**

انظر تسارع ــ تسارع كوريوليس.

● **دالة متممة:**

انظر تفاضل ــ معادلات تفاضلية خطية.

● **سطح متمم:**

إذا أخذنا S، فإنه يوجد عدد لا منته من السطوح المتوازية بحيث يكون s سطح المركز بالنسبة لكل واحد من هذه السطوح. (انظر **سطح** ــ سطوح المركز بالنسبة لسطح معطى؛ **متـواز** ــ سطوح متوازية). سطح المركز المشترك الآخر لهذه العائلة من السطوح يسمى بالسطح المتمم للسطح s.

● **صغير متمم:**

انظر صغير ــ صغير عنصر في معين.

● **متمم زاوية:**

المتمم لزاوية A هو الزاوية $A - 90^{\circ}$.

انظر متتام ــ زوايا متتامة.

● **متمم مجموعة:**

إذا كانت A مجموعة في مجموعة شاملة U فإن متمم A هو مجموعة العناصر التي تقع في U ولا تقع في A. مثلاً: إذا أخذنا U مجموعة الأعداد الحقيقية و A مجموعة الأعداد الموجبة فإن متمم A يكون مجموعة الأعداد السالبة والصفر.

انظر شبكية.

متناسب **PROPORTIONAL**

أحد حدود تناسب معين. الثالث المتناسب للعددين a و b هو العدد x الذي يحقق $\frac{b}{x} = \frac{a}{b}$. والرابع المتناسب للأعداد a و b و c هو العدد x الذي يحقق $\frac{c}{x} = \frac{a}{b}$. أما **الوسط المتناسب** للعددين a و b فهو العدد x الذي يحقق $\frac{x}{b} = \frac{a}{x}$. فمثلاً العدد 4 هو الثالث المتناسب للعددين 1 و 2. كذلك فإن 2 هو الوسط المتناسب للعددين 1 و 4.

● **كميات متناسبة:**

كميتان متغيرتان تكون النَسبة بينهما ثابتة.

● **كميات متناسبة طردياً:**

نفس كميات متناسبة.

● **كميات متناسبة عكسياً:**

كميتان متغيرتان يكون حاصل ضربهما ثابتاً.

● **أجزاء متناسبة:**

الأجزاء المتناسبة لعدد موجب n هي أعداد موجبة مجموعها يساوي n وتكون متناسبة بنفس تناسب مجموعة معينة من الأعداد. مثال: أجزاء العدد 12 المتناسبة مثل مجموعة الأعداد 1,2,3 هي الأعداد 2,4,6. تستخدم الأجزاء المتناسبة لتقدير دالة f عند نقطة x واقعة بين a و b. ويتم ذلك بتقريب منحنى الدالة بين a و b بالمستقيم الواصل بين النقطتين (a,f(a)) و (b,f(b)). ويعني هذا تقدير f(x) بحيث يكون الجزءان [f(x) − f(a)] و [f(b)′ − f(x)] متناسبين بنفس تناسب (x − a) و (b − x).

انظر استكمال و لوغاريتم.

● **عينة متناسبة:**

انظر عشوائي ــ عينة مطبقة عشوائية.

● **مجموعات متناسبة من الأعداد:**

هي مجموعتان من الأعداد بينهما مقابلة واحد لواحد بحيث يوجد عددان m و n واحد منهما على الأقل لا يساوي صفراً ويحققان mx = nx حيث x أي عدد في المجموعة الأولى و x العدد المقابل له في المجموعة الثانية. مثال: المجموعتان {1,2,3,7} و {4,8,12,28} متناسبتان حيث من الممكن أن نجعل m = 4 و n = 1.

متناظر **SYMMETRIC, SYMMETRICAL**

له خاصية التناظر.

انظر العناوين التالية؛ وانظر تناظر.

● **تحويل متناظر:**

هو تحويل T معرّف على فضاء هيلبرت H بحيث يكون الجداء الداخلي (Tx,y) مساوياً للجداء الداخلي (x,Ty) لكل عنصرين x و y في مجال T. وإذا كان، بالإضافة إلى ما تقدم، مجال T كثيفاً في H فإن القرين الثاني T^{**} للتحويل T هو تحويل متناظر ومغلق أيضاً. إن لكل تحويل متناظر محدود امتداداً ذاتي الاقتران. وإذا كان مجال (أو مدى) التحويل المتناظر T هو كل H فإن T يكون محدوداً وذاتي الاقتران. وبالنسبة للفضاءات ذات البعدية المنتهية، يكون التحويل T المعرف بالشكل: $T(x_1,x_2,\ldots,x_n) = (y_1,y_2,\ldots,y_n)$ حيث $y_i = \sum_j a_{ij}x_j$ متناظر إذا وفقط إذا كانت المصفوفة (a_{ij}) مصفوفة هرميتية.

انظر ذاتي ــ تحويل ذاتي الاقتران.

● **تشكلات هندسية متناظرة:**

(1) نقول عن التشكل الهندسي (سواء كان منحنياً أو سطحاً أو غير ذلك) أنه متناظر إذا أمكن إيجاد لكل نقطة على التشكل نقطة أخرى على التشكل بحيث تتناظر النقطتان بالنسبة إلى النقطة أو المستقيم أو المستوى. وتسمى النقطة مركز التناظر والخط المستقيم محور التناظر والمستوى مستوى التناظر. وفيما يلي بعض الاختبارات لتناظر منحنى مستو بالاحداثيات الديكارتية.

يكون المنحنى متناظراً بالنسبة لنقطة الأصل إذا لم تتغير معادلته عند إحلال كل من x– و y– بدل x و y على التوالي في المعادلة. ويكون المنحنى متناظراً بالنسبة لمحور x إذا لم تتغير معادلته عند إحلال y– بدل ع في المعادلة. ويكون متناظراً بالنسبة لمحور y إذا لم تتغير معادلته عند إحلال x– بدل x في المعادلة. إذا كان المنحنى متناظراً بالنسبة لكل من محوري x و y فإنه متناظر بالنسبة لنقطةالأصل، ولكن العكس غير صحيح. أما إذا كتب المنحنى المسنوي بالاحداثيات القطبية (r,θ) فيكون متناظراً بالنسبة لنقطة الأصل إذا لم تتغير معادلته عند إحلال r– بدل r في المعادلة مثل المنحنى $r^2 = \theta$. ويكون متناظراً بالنسبة إلى المحور القطبي إذا لم تتغير معادلته عند إحلال θ– بدل θ في المعادلة

مثل المنحنى $r = \cos\theta$ ويكون المنحنى متناظراً بالنسبة للمستقيم $\theta = \pi/2$ إذا لم تتغير معادلته عند إحلال $(\pi - \theta)$ بدل θ مثل المنحنى $r = \sin\pi$.

إن شروط التناظر المذكورة أعلاه بالنسبة للاحداثيات القطبية هي شروط كافية وليست ضرورية. وبالنسبة **للشكل الهندسي المستوي** فنقول أنه **ثنائي التناظرية** بالنسبة إلى نقطة معينة إذا عاد إلى شكله الأصلي بعد تدويره في مستويه خلال 180^0. وهو **ثلاثي التناظرية** إذا عاد إلى شكله الأصلي بعد تدويره في مستويه خلال 120^0، وبصورة عامة نقول أن له تناظرية n إذا كانت زاوية التدوير $360^0/n$. فمثلاً المضلع النظامي المتكون من n من الأضلاع له تناظرية n بالنسبة إلى مركزه.

(2) يتناظر شكلان هندسيان بالنسبة إلى نقطة أو مستقيم أو مستوى إذا كان لكل نقطة على أحدهما نقطة مناظرة (بالنسبة إلى مركز أو محور أو مستوى التناظر) على الشكل الآخر. وفي هذه الحالة نقول أن أحد الشكلين هو انعكاس للشكل الآخر خلال مركز أو محور أو مستوى التناظر.

- **توزيع متناظر:**

انظر توزيع.

- **دالة متناظرة:**

دالة ذات متغيرين أو أكثر لا تتغير عند إبدال متغيرين مع بعض فيها.

مثلاً $f(x,y,a) = xy + xz + yz$ هي دالة متناظرة في z و y و z. وتسمى الدالة المتناظرة بهذا الشكل أيضاً **دالة متناظرة إطلاقاً**. وإذا لم تتغير الدالة عند إجراء إبدال دوروي على متغيراتها فتسمى **دالة متناظرة دوروياً**. فمثلاً الدالة

$$abx + a^2b^2 + c^2$$

هي دالة متناظرة (متناظرة إطلاقاً). أما الدالة

$$(a - b)(b - c)(c - a)$$

فهي متناظرة دوروياً وليس إطلاقاً.

- **دالة متناظرة دوروياً:**

دالة لا تتغير عند إجراء تغيير دوروي على متغيراتها. انظر **دالة متناظرة**.

● **دالة متناظرة مبتدئة:**

الدوال المتناظرة المبتدئة في المتغيرات $(x_1,x_2,...,x_n)$ هي

$$\sigma_1 = x_1 + x_2 + ... + x_n,$$
$$\sigma_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + ... + x_{n-1}x_n,$$
....
$$\sigma_n = x_1x_2x_3...x_n$$

حيث تمثل 1k مجموع كل حواصل الضرب المتكون من k من المتغيرات

$x_1,x_2,...,x_n$

ونستطيع أن نكتب وبطريقة واحدة فقط كل كثير حدود في n من المتغيرات بشكل كثير حدود في الدوال المتناظرة المبتدئة $(\sigma_1,\sigma_2,...,\sigma_n)$ فإذا كانت $(a_1,a_2,...,a_n)$ هي جذور كثير الحدود $p(x)$ من درجة n فإن

$$p(x) = (x - a_1)(x - a_2)(x - a_3) ... (x - a_n)$$
$$= x^n - \sigma_1x^{n-1} + \sigma_2x^{n-2} - \sigma_nx^{n-3} + ... + (-1)^n\sigma_n$$

حيث $(\sigma_1,\sigma_2,...,\sigma_n)$ هي الدوال المتناظرة المبتدئة في الكميات $(a_1,a_2,...,a_n)$.

● **زمرة متناظرة:**

انظر تبديل ـ زمرة تباديل.

● **زوايا ثلاثية متناظرة:**

انظر ذو ثلاثة وجوه.

● **الشكل المتناظر لمعادلة مستقيم في الفضاء:**

انظر خط.

● **علاقة متناظرة:**

علاقة R بحيث إذا كان العنصر a متعلقاً بالعنصر b بهذه العلاقة فإن العنصر b متعلق بالعنصر a أيضاً.

أي أن: إذا كان aRb فإن bRa لأي عنصرين a و b في R.

مثلاً: علاقة المساواة «=» هي علاقة متناظرة.

وتسمى العلاقة R **علاقة تخالفية** إذا لم يكن هناك أي عنصرين a و b في R بحيث يكون a متعلقاً بالعنصر b (أي aRb). مثلاً علاقة «أكبر سناً من» و «أكبر من >» هما علاقتان تخالفيتان. وتسمى R **علاقة لا متناظرة** إذا كان هناك على الأقل عنصران a و b في R بحيث يكون a متعلقاً بالعنصر b (aRb) ولكن b غير متعلق بالعنصر a ($b \not R a$) مثلاً علاقة «الإعجاب» هي علاقة لامتناظرة فإذا كان الشخص a معجباً بالشخص b فقد يكون b غير معجب بالشخص a. وتسمى R علاقة غير متناظرة إذا تحقق الشرط التالي أي كلما كان a متعلقاً بالعنصر b (a R b) و b متعلقاً بالعنصر a (b R a) فإن a هو نفس b (a = b) لكل b,a فمثلاً علاقة الاحتواء ⊆ في نظرية المجموعات هي علاقة غير متاظرة وكذلك علاقة أكبر من أو يساوي ≤ في نظام الأعداد الحقيقية. أما علاقة «الاعجاب» فهي ليست غير متناظرة فإذا كان a معجباً بالشخص b وكان b معجباً بالشخص a فهذا لا يعني بالضرورة a = b.

● **فرق متناظر**: انظر فرق ـ فرق مجموعتين.

● **متجه ثناوي متناظر**: انظر ثناء.

● **مثلثات كروية متناظرة**:

مثلثات كروية تتساوى بها الأضلاع المتقابلة والزوايا المتقابلة ولكن تظهر هذه الأضلاع والزوايا بترتيب معكوس عند النظر لها من مركز الكرة. وهذه المثلثات غير قابلة للتراكب.

● **مصفوفة متناظرة**:

مصفوفة مربعة A تساوي منقولها، أي $A^T = A$.

انظر متعامد ـ تحويل متعامد.

● **معادلتان متناظرتان**:

زوج من المعادلات لا يتغير عند إحلال المتغيرين محل بعضهما. فمثلاً

$$x^2 + 2x + 3y - 4 = 0$$

$$y^2 + 2y + 3x - 4 = 0$$

هما معادلتان متناظرتان.

● معين متناظر:

معين $|a_{ij}|$ بحيث $a_{ij} = a_{ji}$ حيث a_{ij} هو العنصر الواقع في الصف i والعمود j.

● معين أو مصفوفة متناظرة تخالفياً:

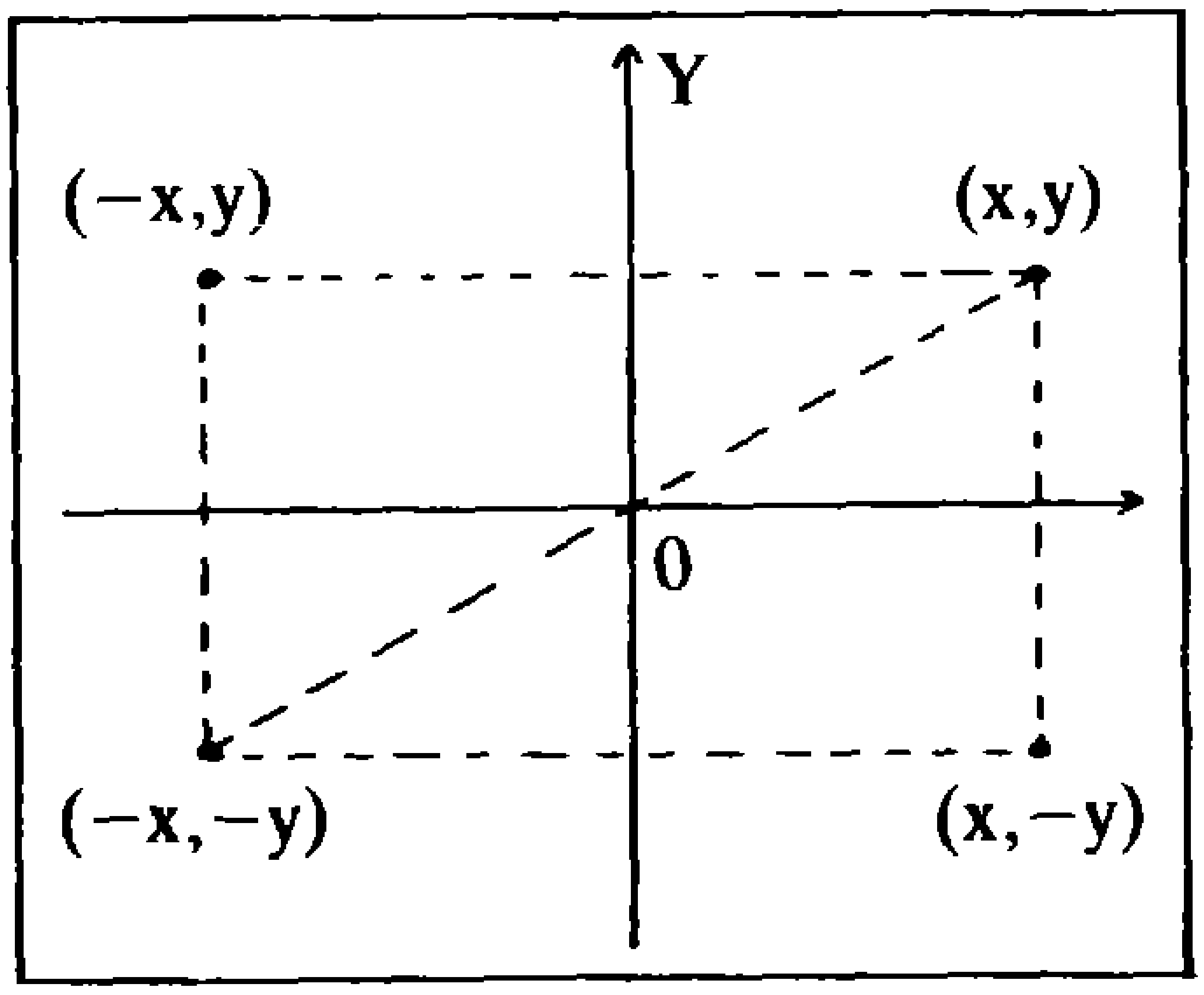
انظر متخالف.

● موتّر متناظر:

انظر موتر.

● نقاط متناظرة:

تتناظر النقطتان بالنسبة إلى نقطة ثالثة (مركز التناظر) إذا كان مركز التناظر ينصف الخط المستقيم الواصل بين النقطتين. وتتناظر النقطتان حول مستقيم أو مستوى (محور أو مستوى التناظر) إذا كان هذا المستقيم أو المستوي هو المنصف العمودي للمستقيم الواصل بين النقطتين. فمثلاً تتناظر النقطتان (x,y) و (−x,−y) بالنسبة إلى نقطة الأصل. وتتناظر النقطتان (x,y) و (x,−y) بالنسبة إلى محور x. وتتناظر النقطتان (x,y) و (−x,y) بالنسبة إلى محور y.



متنافية **EXCLUSIVE**

● أحداث متنافية بالتبادل:

انظر حدث.

متناقص **DECREASING**

● دالة متناقصة بمتغير واحد:

هي دالة تتناقص قيمتها كلما تزايد متغيرها المستقل. وبمعنى آخر هي دالة

ينحدر بيانها كلما تزايد فصلها. وتكون الدالة القابلة للتفاضل على فترة I متناقصة على I إذا كان مشتقها لاموجباً في كل مكان من I وليس مطابقاً للصفر في أية فترة.

وللتمييز بين الدالة المتناقصة والدالة المتناقصة برتابة فإنه غالباً ما تسمى الدالة المتناقصة بالدالة **المتناقصة بصرامة**.

وبشكل أوضح نقول إن الدالة f **متناقصة بصرامة** على فترة (a,b) إذا كان $f(y) < f(x)$ لكل الأعداد y,x في I بحيث تكون $x < y$ وأن الدالة f **متناقصة برتابة** على I إذا كان $f(y) \leq f(x)$ لكل الأعداد y,x في I بحيث تكون $x < y$.

أنظر رتيب.

- **إنقاص جذور معادلة:**

انظر جذر ــ جذر معادلة.

- **المتتالية المتناقصة:**

هي متتالية ...,$x_1,x_2,\ldots,x_n$ حيث $x_i > x_j$ كلما كان $i < j$. كما نقول إن المتتالية متناقصة برتابة إذا كان $x_i \geq x_j$ كلما كان $i < j$.

انظر رتيب.

متناهي الصغر INFINITESTIMAL

هو متغير يقترب من الصفر كنهاية. وفي العادة يكون هذا المتغير دالة f(x) تقترب من الصفر عندما تؤول x إلى الصفر أي $\lim_{x \to 0} f(x) = 0$.

- **تحليل الصغائر:**

هو دراسة التفاضل والمكاملة كعملية جمع عدد n من متناهيات الصغر عندما تؤول n إلى ∞.

انظر تكامل ــ التكامل المحدد.

وتستخدم هذه الطريقة أحياناً في الحسبان أو في الموضوعات المتعلقة بالحسبان.

● حساب الصغائر:

هو الحسبان الاعتيادي. ويسمى كذلك أحياناً لأن دراسته تعتمد على البحث في كميات متناهية الصغر.

● مرتبة متناهي الصغر:

ليكن u و v دالتين في x متناهيتي الصغر بحيث $\lim_{x\to 0} u(x)=0$ و $\lim_{x\to 0} v(x)=0$ فإننا نقول أن u و v من نفس المرتبة إذا وجدت أعداد موجبة A و B و ε بحيث $B > \left|\frac{u(x)}{v(x)}\right| > A$ لكل x بحيث $0 < |x| < \varepsilon$.

ونقول أن u(x) ذات مرتبة أعلى من v(x) إذا كان $\lim_{x\to 0} \frac{u(x)}{v(x)}=0$ أو كان $\lim_{x\to 0}\left|\frac{v(x)}{u(x)}\right| =+\infty$ كما يقال أيضاً إن v(x) ذات مرتبة أدنى من u(x).

أما إذا كانت v ذات مرتبة مساوية لـ u^n فإنه يقال ان v لها مرتبة n بالنسبة لـ u.

فمثلاً (1 − cos x) لها مرتبة 2 بالنسبة لـ x لأن $\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1-\cos x} = 2$

متناوب ALTERNATING

● دالة متناوبة:

هي دالة بأكثر من متغير واحد بحيث تتغير إشارة $f(x_1,\ldots,x_n)$ إذا استبدلنا x_i بالمتغير x_j و x_j بالمتغير x_i حيث $i,j = 1,\ldots,n$. إذا كانت f دالة متناوبة متعددة الخطية معرفة على فضاء متجهات V ذي n بعداً وإذا كانت المجموعة $\{e_1,\ldots,e_n\}$ أساساً للفضاء V نحصل على ما يلي:

$$f(V_1,\ldots,V_n) = \det (v_{ij})\, f(e_1,\ldots,e_n)$$

حيث $V_k = \sum_{i=1}^{n} v_{ik}e_i$ و $\det(v_{ij})$ تعني المعين الذي يتألف من العناصر v_{ij} في الصف i والعمود j.

● زمرة متناوبة:

انظر زمرة ــ زمرة متناوبة.

● متسلسلة متناوبة:

هي متسلسلة تكون حدودها موجبة وسالبة بشكل متناوب. مثلاً،

$$1 - \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{4} + \dots + (-1)^{n-1}/n + \dots$$

وتتقارب المتسلسلة المتناوبة Σa_i إذا كان كل من حدودها أصغر من أو مساوياً للحد الذي يسبقه وذلك من حيث القيمة المطلقة أي أن $|a_n| < |a_{n-1}|$ وإذا كان a_n يقترب من الصفر إذا زدنا n بلا نهاية أي أن $\lim_{n \to \infty} a_n = 0$.

والجدير بالذكر أن شروط التقارب هــذه كـافيـة ولكنها غير لازمة. لو أخذنا متسلسلتين متقاربتين وأخذنا مجموعهما حداً حداً لحصلنا على متسلسلة متقاربة، وإذا كانت حدود المتسلسلة الأولى كلها موجبة وحدود الثانية كلها سالبة فإنه من المحتمل أن يكون مجموعهما متسلسلة متناوبة متقاربة وقد لا تكون حدودها متناقصة برتابة. وكمثال نأخذ المتسلسلة التالية:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{8} + \frac{1}{27} - \frac{1}{16} + \dots$$

انظر لازم ــ شرط لازم للتقارب.

متنوعة — VARIETY

● متنوعة جبرية.

انظر جبري.

متوائمة — MATCHED

● عينتان متوائمتان:

هما عينتان عشـوائيتان $(x_1,x_2,\dots,x_n)$ و $(y_1,y_2,\dots,y_n)$ غـير مستقلتـين إحصائياً بسبب وجود ترابط بين عناصرهما بشكل:

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$$

حيث x_i و y_i مشاهدتان للمتغير قيد الدراسة مقيستان على نفس وحدةالمعاينة أومقيستان على وحدتي معاينة متشابهتين تماماً في كل المتغيرات المؤثرة عدا المتغير قيد الدراسة. وتستخدم هذه الطريقة عند مقارنة معالجتين وذلك للتحكم في كل المؤثرات الخارجية حيث يتم مساواة هذه المؤثرات في المعالجتين. مثلاً، لمقارنة متوسط طول فئة معينة من الأولاد مع متوسط طول فئة ثانية منهم نقوم باختيار أزواج من الأولاد من هاتين الفئتين كل زوج يتألف من ولدين (واحد من كل فئة) لهما نفس العمر وذلك لأن العمر يؤثر على الطول بالنسبة للأولاد. ثم نقيس الأطوال (x_i, y_i) في هذه الأزواج للحصول على العينتين المتوائمتين:

$$(x_1,y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$$

كذلك لقياس تأثير معالجة على تخفيف الوزن نقوم باختيار عينة من n من الأشخاص ونقيس أوازنهم x_i قبل المعالجة وأوزانهم y_i بعد المعالجة للحصول على عينتين متوائمتين:

$$(x_1,y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$$

متواتر COFINAL

● **مجموعة جزئية متواترة:**

انظر مور ـ تقارب مور ـ سميث.

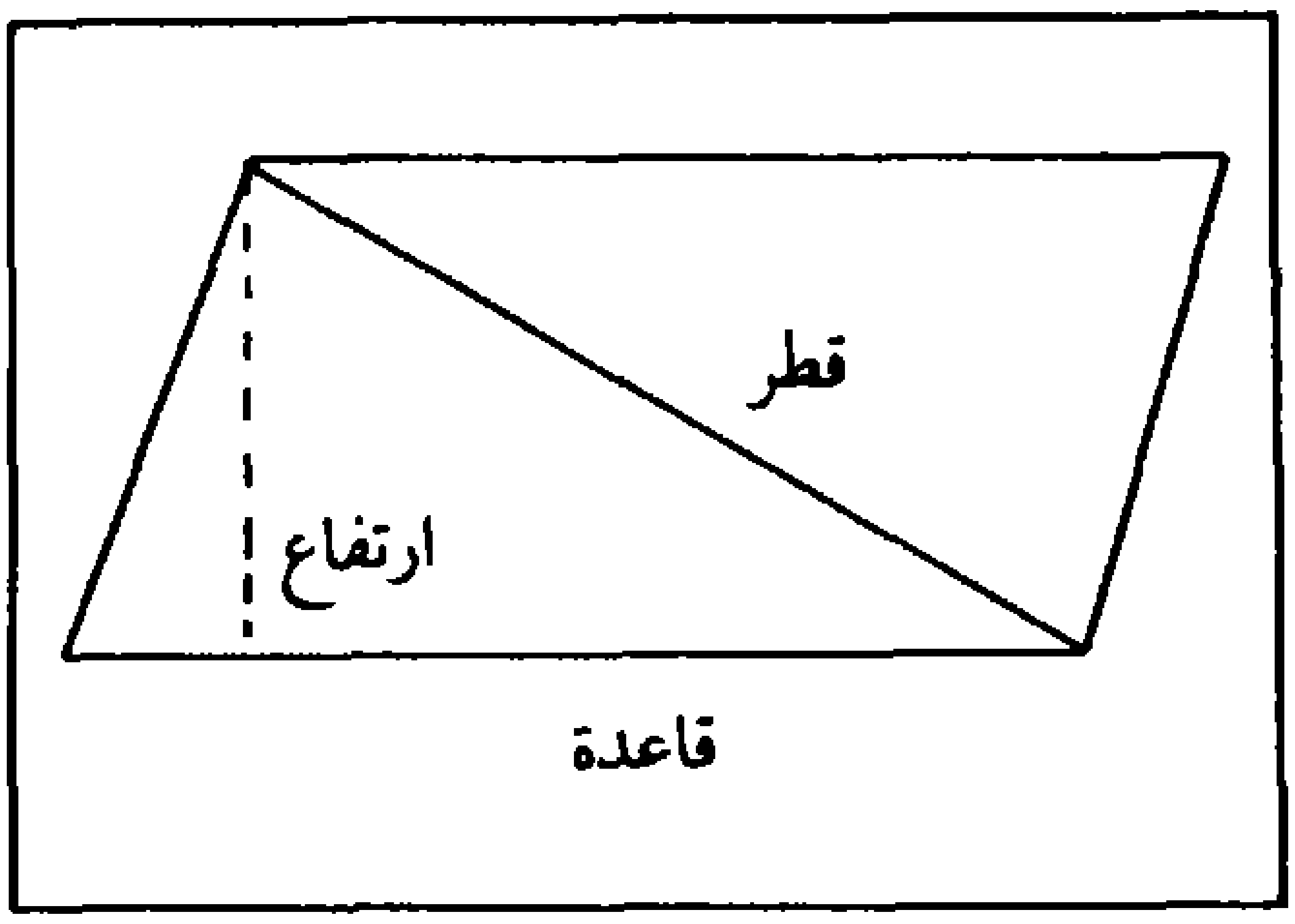
متوازن

ليكن E فضاء متجهات على حقل K (K = R أو K = C) ولتكن A مجموعة جزئية في E. نقول إن A متوازنة أو مدورة إذا كان $\lambda A \subset A$ وذلك لكل $\lambda \epsilon k$ تحقق $|\lambda| \leq 1$..

واتحاد عائلة من المجموعات المتوازنة يعطي مجموعة متوازنة وكذلك تقاطع أي عائلة من المجموعات المتوازنة يعطي مجموعة متوازنة.

متوازي الأضلاع

شكل رباعي الأضلاع كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان (ومتساويان بالضرورة أيضاً). وقطر متوازي الأضلاع هو المستقيم الواصل بين رأسين متقابلين فيه. أما ارتفاع متوازي الأضلاع فهو المسافة العمودية بين ضلعين متقابلين فيه، يسمى أحدهما **بالقاعدة**. وتساوي **مساحة** متوازي الأضلاع بحاصل ضرب ارتفاعه في طول القاعدة المناظرة لذلك الارتفاع.



- **قانون متوازي الأضلاع:**

انظر مجموع ـ مجموع المتجهات.

- **متوازي أضلاع القوى أو السرع أو التسارع:**

نفس متوازي أضلاع **المتجهات** بعد تعويض قوى أو سرع أو تسارع بدل المتجهات.

انظر مجموع ـ مجموع المتجهات.

- **متوازي أضلاع الدورات لدالة:**

مضاعفة الدوروية لدالة بمتغير عقدي.

انظر دور.

متوازي السطوح PARALLELEPIPED

هو موشور قاعدتاه متوازيا أضلاع، أو هو كثير وجوه كل منها متوازي أضلاع ويسمى كل وجه من أوجهه عدا القاعدتين **وجهاً جانبياً**. ويسمى خط تقاطع وجهين جانبيين **حرفاً جانبياً**. وتساوي **المساحة الجانبية** لمتوازي السطوح مجموع مساحات أوجهة الجانبية. وقطر متوازي السطوح هو المستقيم الواصل بين رأسين فيه ليسا في وجه واحد. وهناك أربعة أقطار بهذا الشكل تسمى **أقطاراً رئيسية**، أما الأقطار الأخرى فهي أقطار الوجوه. **وارتفاع** متوازي

السطوح هو المسافة العمودية بين وجهين متقابلين فيه. ويساوي حجم متوازي السطوح حاصل ضرب ارتفاعه في مساحة قاعدته. إذا كانت قاعدتا متوازي السطوح عموديتين على أوجهه الجانبية فنسميه **متوازي سطوح قائم** وهذه حالة خاصة من الموشور القائم. وإذا كانت قاعدتا متوازي السطوح القائم مستطيلتين فنسميه **متوازي سطوح مستطيلي**. وإذا كانت a و b و c أطوال حروف متوازي السطوح المستطيلي فإن حجمه يساوي abc ومساحته السطحية الكلية تساوي $2(ab + bc + ac)$. أما **متوازي السطوح المائل** فهو متوازي سطوح تكون أحرفه الجانبية مائلة بالنسبة لقاعدته.

متوازي سطوح منسوب — PARALLELOTOPE

هو متوازي سطوح تكون أبعاده متناسبة مع 1، $\frac{1}{2}$، $\frac{1}{4}$.

- **متوازي سطوح هيلبرت المنسوب:**

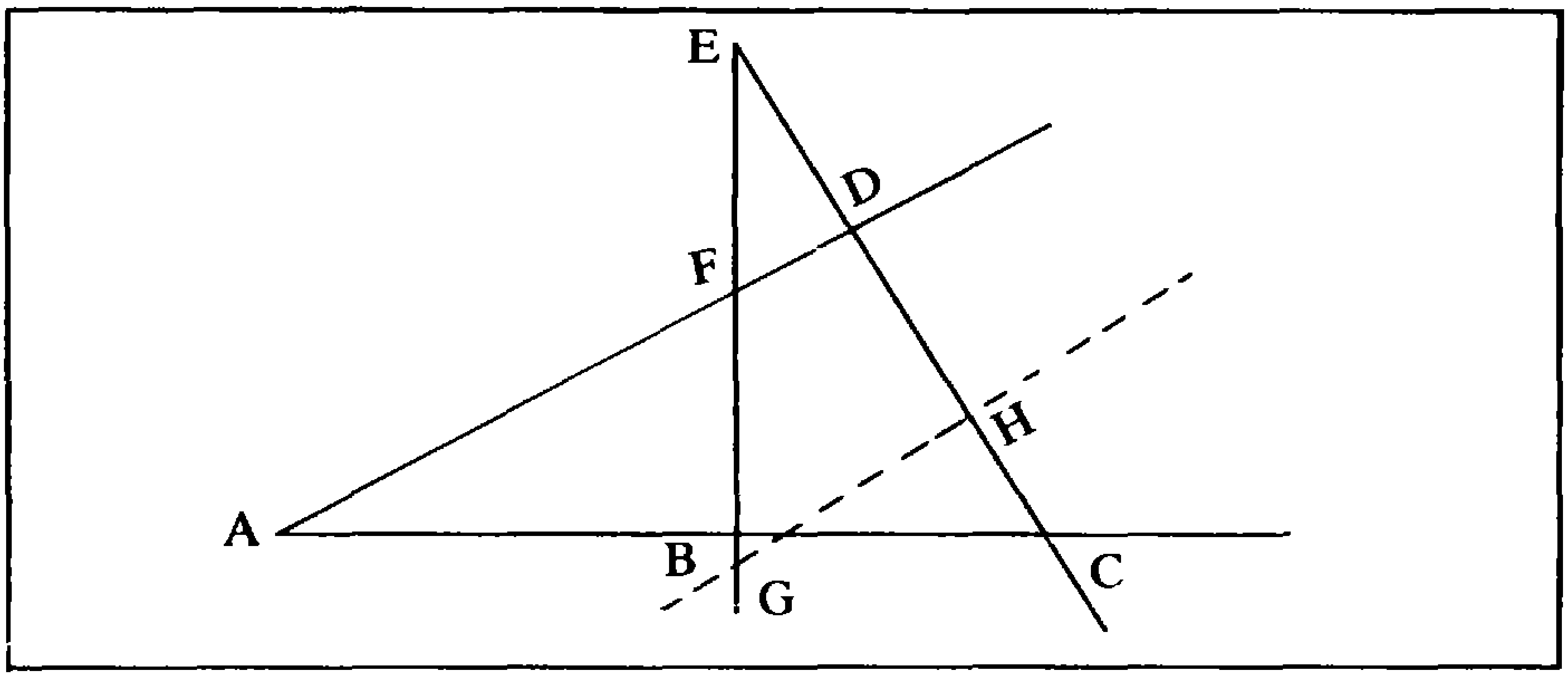
هو مجموعة كل النقاط $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ في فضاء هيلبرت التي تحقق $|x_n| \leq (\frac{1}{2})^n$ لجميع قيم n. ويكون كل فضاء متراص مقاسي متماثلاً باستمرار مع مجموعة جزئية من متوازي سطوح هيلبرت المنسوب. كما يكون متوازي سطوح هيلبرت المنسوب متماثلاً باستمرار مع مجموعة كل النقاط $x = (x_1,x_2,\ldots,x_n)$ التي تحقق $|x_n| \leq \frac{1}{n}$ لجميع قيم x. وأحياناً تسمى هذه المجموعة الأخيرة بمتوازي سطوح هيلبرت المنسوب. كذلك تسمى أحياناً **بمكعب هيلبرت**.

متـواز تخالفياً — ANTIPARALLEL

- **خطان متوازيان تخالفياً:**

هما خطان يكونان مع خطين نبدأ بهما زوايا متساوية ومتعاكسة في الترتيب.

لو نظرنا إلى الشكل نرى أنه. لو بدأنا بالخطين EC,EB فإننا نقول أن EC,EB لأن <BCD = <EFD و <EBC = <ADE. ومن المعروف أن الخطين



المتوازيين يحققان خاصة مشابهة، فلو أخذنا مثلاً الخطين المتوازيين AD,GH فنهما يشكلان زوايا متساوية مع الخطين EB,EC ولكن هذه الزوايا المتساوية لها نفس الترتيب. مثلاً <BG'H = <EF'D, <GH'D = <AD'E.

● متجهات متوازية تخالفياً:

انظر متواز ـ متجهات متوازية.

متواقت **ISOCHRONOUS (or ISOCHRONAL)**

● منحن متواقت:

هو منحن يتمتع بالخاصية التالية: إذا انزلق جسم عليه (مع عدم وجود احتكاك) فإنه يصل إلى أدنى نقطةعلى المنحنى في زمن لا يتغير بتغير نقطة بداية حركة الجسم.

انظر دويري.

متوالية **PROGRESSION**

● متوالية حسابية:

أنظر حسابي ـ متتالية حسابية.

● متوالية توافقية: انظر توافقي ـ متتالية توافقية.

● متوالية هندسية: انظر هندسي ـ متتالية هندسية.

متوسط AVERAGE

وتأتي بمعنى وسط.

انظر الشرح في وسط.

- **سرعة متوسطة وسرعة عددية متوسطة:**

انظر سرعة وسرعة عددية.

- **متوسط متحرك:** *

إذا كان لدينا متتالية من المتغيرات العشوائية $\{X_n\}$ فإن المتوسط المتحرك من المرتبة k هو المتتالية من المتغيرات العشوائية $\{Y_n\}$ بحيث يكون:

$$Y_n = (X_n + X_{n+1} + \dots + X_{n+k-1}) / k$$

مثلاً: إذا كانت درجات الحرارة العظمى اليومية هي $\{T_1, T_2, T_3, \dots\}$ فإن المتوسط المتحرك لثلاثة أيام يتألف من القيم:

$$\{ \tfrac{1}{3} (T_1 + T_2 + T_3), \tfrac{1}{3} (T_2 + T_3 + T_4), \tfrac{1}{3} (T_3, T_4 + T_5), \dots\}$$

ويمكن استعمال المتوسطات المرجحة للحصول على المتوسط المتحرك بدلاً من المتوسط العادي المستخدم للحصول على القيم $\frac{1}{n}(T_i + T_{i+1} + \dots + T_{i+n})$ الداخلة في المتوسط المتحرك.

متوقع EXPECTED

- **قيمة متوقعة:**

ليكن X متغيراً عشوائياً دالة توزيعه التراكمي هي F(x) ولتكن g(x) دالة في X. ونعرف القيمة المتوقعة E[g(X)] للدالة g (التوقع الرياضي) على أنها التكامل (تكامل ريمان ــ ستيلتجس) $E[g(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)dF(x)$، بشرط كون التكامل موجوداً ومنتمياً. ويتضح من هذا التعريف بأن E[g(x)] هو وسط موزن لقيم g(x) حيث تعين الأوزان بواسطة F(x). وإذا كان X متغيراً عشوائياً متقطعاً دالته الاحتمالية p(x) فإن $E[g(x)] = \Sigma g(x)p(x)$، حيث يمتد المجموع على جميع

قيم X. أما إذا كان X متغيراً عشوائياً مستمراً بدالة كثافة احتمالية f(x) فإن $E[g(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f(x)dx$ إذا كانت $g(x) = X$ فإن $E[g(x)] = E(X) = \int X dF(x)$ هو الوسط μ للمتغير العشوائي X. وإذا كانت $g(x) = (X - \mu)^2$ فإن $E(X - \mu)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \, dF(x)$ هو التباين σ^2 للمتغير العشوائي X.

مثالثة TRIANGULATION

وتعرف مثالثة الفضاء الطوبولوجي T بأنها تماثل مستمر من T على كثير وجوه يتكون من النقاط التي تنتمي لمبسطات عقدي مبسطي.

ويعرف **الفضاء القابل للمثالثة** بأنه فضاء متماثل (باستمرار) لعقدي مبسطي، فمثلاً سطح كرة عادية يكون قابلاً للمثالثة لأنه في تماثل مستمر مع سطح رباعي وجوه نظامي محاط بالكرة. والتماثل في هذه الحالة يتكون من إسقاطات نقاط الكرة على رباعي الوجوه من خلال أنصاف أقطار الكرة المارة بالنقاط. ومن المعلوم بأن سطح رباعي الوجوه النظامي هو عقدي مبسطي والتي تكون مبسطاته مثلثات. وهذا التماثل من رباعي الوجوه على الكرة يقسم الكرة إلى أربعة مثلثات كروية تقابل الوجوه الأربعة لرباعي الوجوه.

مثالية IDEAL

لتكن R حلقة بالنسبة لعمليتين تسمى أحدهما الجمع والأخرى الضرب. (ويمكن أن تكون R جبرية أو مجالاً كاملاً). نقول أن المجموعة الجزئية I (والتي تحقق خواص الزمرة بالنسبة لعملية الجمع) **مثالية يسارية** إذا كان $cx \in I$ لكل $c \in R$ و $x \in I$ ونقول ان I **مثالية يمينية** إذا كان $xc \in I$ لكل $c \in R$ و $x \in I$. وتكون I **مثالية ثنائية الجانب أو فقط مثالية** إذا كان $xc \in I$ و $cx \in I$ لكل $c \in R$ و $x \in I$. ويوجد لكل مثالية I في حلقة R تشاكل h من R إلى R/I. وهذا التشاكل h يأخذ كل عنصر من I إلى الصفر من R/I. وكذلك فإن R/I تكون متماثلة مع كل صورة

لـ R تحت تأثير أي تشاكل تكون نواته تساوي I. وتعرف المثالية الرئيسية بأنها مثالية تحتوي على عنصر معين بحيث تكون كل عناصر المثالية الأخرى مضاعفات لهذا العنصر المعين.

مثال: تكون مجموعة الأعداد الصحيحة الزوجية مثالية رئيسية في المجال الكامل للأعداد الصحيحة. ويعرف جداءمثاليتين A و B بأنه المثالية AB والتي نحصل عليها بضرب كل عنصر في A بكل عنصر في B ومن ثم نشكل جميع المجاميع الممكنة لحواصل الضرب هذه. ليكن D المجال الكامل لكل الأعداد الصحيحة الجبرية. فإن A تكون مثالية أولية في D إذا لم تكن المثالية المكونة من مضاعفات 1 وليس لها أية عوامل باستثناء نفسها و 1.

وتجدر الإشارة هنا إلى أنه يمكن تمثيل أية مثالية في D بشكل وحيد كجداء مثاليات أولية (مع عدم اعتبار ترتيب العوامل).

- **النقطة المثالية:**

هي نقطة عند اللانهاية. ويستخدم هذا التعبير لإكمال مصطلحات بعض الموضوعات (مثل الهندسة الإسقاطية) بحيث يصبح من غير الضروري تعيين استثناءات لمبرهنات معينة. فمثلاً بدلاً من القول بأن كل خطين مستقيمين في نفس المستوى يتقاطعان إلا إذا كانا متوازيين فإننا نقول أن كل خطين مستقيمين في المستوى يتقاطعان (مع العلم بأن التقاطع عند نقطة مثالية يعني التوازي).

ويمكن اعتبار النقطة المثالية على أنها اتجاه لمجموعة معينة من الخطوط المتوازية. وإذا اعتبرنا الاحداثيات المتجانسة x_1 و x_2 و x_3 فإن النقط المثالية هي النقاط $(x_1,x_2,0)$ حيث $x_1\neq0,\ x_2\neq0$. وتقع النقطة $(x_1,x_2,0)$ على أي مستقيم ميله يساوي $\frac{x_2}{x_1}$.

انظر لا نهاية ـ نقطة عند اللانهاية.

مثلث TRIANGLE

(1) هو الشكل الناتج عن وصل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تسمى رؤوس المثلث بثلاث قطع مستقيمة تسمى أضلاع المثلث.

(2) هو الشكل في (1) بالإضافة لنقاطه الداخلية والواقعة في نفس المستوى.

ويعرف **محيط** المثلث بأنه مجموع طول أضلاعه. و **ارتفاع** المثلث يعرف بأنه البعد العمودي بين أحد رؤوس المثلث إلى الضلع المقابل له المسمى بـ **القاعدة**. و **مساحة** المثلث تساوي نصف حاصل ضرب قاعدته في ارتفاعه المناظر لتلك القاعدة. وتصنف المثلث إلى ستة أصناف حسب أضلاعها وزواياها:

ــ **مثلث حاد**: وهو مثلث جميع زواياه حادة.

ــ **مثلث فلكي**: مثلث كروي يقع على الكرة السماوية ورؤوسه هي: القطب السماوي الأقرب للأرض، السمت، والشيء المراد دراسته.
انظر **ساعة**.

ــ **مثلث قائم**: هو مثلث إحدى زواياه الداخلية قائمة. ويسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة **الوتر**، ويسمى الضلعان الأخران ساقي المثلث.

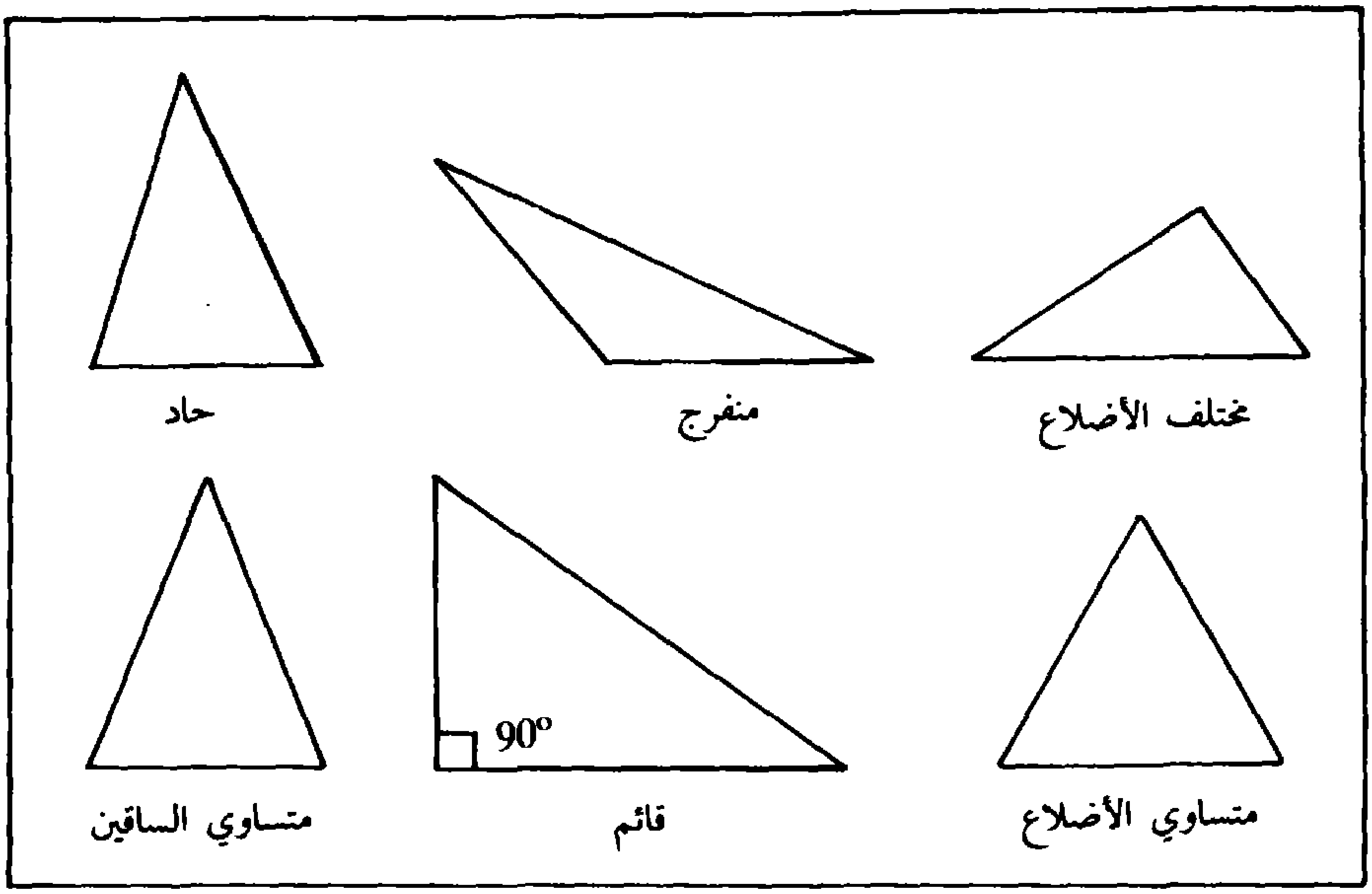
ــ **مثلث متساوي الأضلاع**: هو مثلث أضلاعه الثلاثة متساوية ويكون هذا المثلث متساوي الزوايا أيضاً.

ــ **مثلث متساوي الساقين**: وهو مثلث يوجد فيه ضلعان متساويان.

ــ **مثلث مختلف الأضلاع**: هو مثلث لا يوجد فيه ضلعان متساويان.

ــ **مثلث مستوي الابحار**: هو مثلث كروي قائم (يؤخذ على أنه مثلث مستو) إحدى ساقيه الفرق في خط الطول بين موقعين معينين وساقه الأخرى الفرق في المغادرة بين هذين الموقعين. أما وتر هذا المثلث فهو خط التزاوي مع خطوط الطول بين الموقعين.

أما تعبير **المثلث المائل** فيطلق على المثلث الذي لا يحتوي على زاوية قائمة.
انظر الشكل المرافق.



● **مثلثات متطابقة:** انظر متطابق ـ أشكال متطابقة.

● **مثلث باسكال:** انظر باسكال.

● **مثلث الموقع:** انظر موقع.

● **مثلث قطبي:** انظر قطبي.

● **مثلث كروي:** انظر كروي.

● **مثلث أرضي:** انظر أرضي.

● **مركز خارجي ومركز داخلي وملتقى ارتفاعات المثلث:**

انظر مركز خارجي ومركز داخلي وملتقى ارتفاعات.

● **متباينة المثلث:**

هي متباينة من النمط $|x + y| \le |x| + |y|$ حيث يمثل x و y عددين حقيقيين أو عقديين أو يمثلان متجهين أو أي عنصرين في فضاء مجرد معير. وتكتب المتباينة المثلثية في الفضاء المتجهي المعير بشكل:

$$\|x + y\| \le \|x\| + \|y\|$$

حيث $\|x\|$ هو معيار العنصر..

انظر داخلي ومتجه ـ فضاء متجهات.

PARACOMPACT	**مثل المتراص**

● **فضاء مثل المتراص:**

هو فضاء طوبولوجي T بحيث يكون هاوسدروف ويحقق الشرط التالي: لكل عائلة F من المجموعات المفتوحة التي يكون اتحادها محتوياً T (أي أن F غطاء مفتوح للفضاء T) يوجد عائلة F^* منتهية محلياً ومكونة من مجموعات مفتوحة يحتوي إتحادها على T (أي أن F^* غطاء مفتوح أيضاً للفضاء T) وبحيث يكون كل عنصر في F^* محتوياً في عنصر ما في F.

ومن المعلوم أن كل فضاء مثل المتراص يكون **نظامياً ومعتدلاً**.

TRANGULAR	**مثلثي**

صفة لشكل يشبه المثلث، أي له ثلاث زوايا وثلاثة أضلاع.

● **عدد مثلثي:**

انظر عدد ــ أعداد مثلثية.

● **منطقة مثلثية:**

انظر منطقة.

● **موشور مثلثي:**

موشور قاعدتاه مثلثان.

● **هرم مثلثي:**

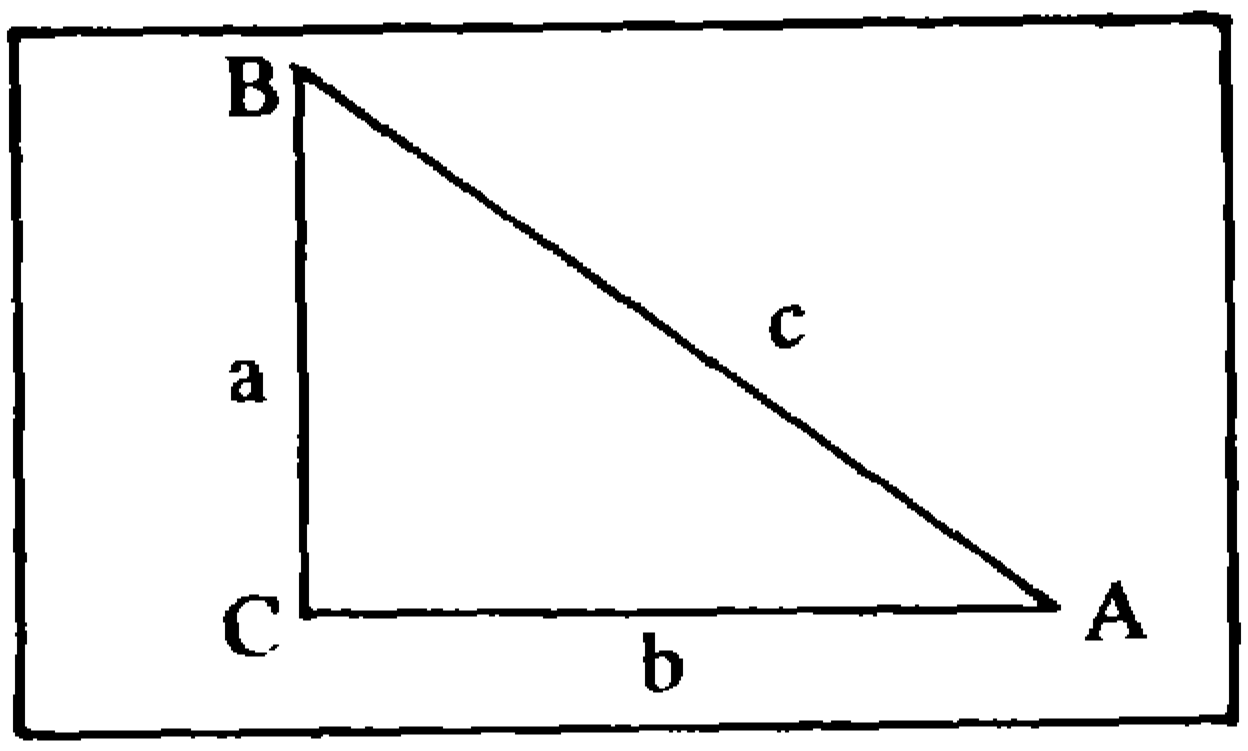
هرم قاعدته مثلث. مرادف: رباعي الوجوه.

TRIGONOMETRIC	**مثلثي**

● **دوال مثلثية:**

الدوال المثلثية لزاوية حادة A هي نسب معينة لأضلاع مثلث قائم إحدى زواياه الداخلية هي A، فإذا كان ABC مثلثاً قائمًا حيث C هي الزاوية القائمة

و c طول الوتر و a طول الضلع المقابل للزاوية A و b طول الضلع المجاور للزاوية A كما في الشكل المرفق.



فإن الدوال المثلثية للزاوية A هي:

الجيب: هو النسبة $\frac{a}{c}$ ويكتب بشكل $\sin A = \frac{a}{c}$

جيب التمام: هو النسبة $\frac{b}{c}$ ويكتب بشكل $\cos A = \frac{b}{c}$

الظل: هو النسبة $\frac{a}{b}$ ويكتب بشكل $\tan A = \frac{a}{c}$

ظل التمام: هو النسبة $\frac{b}{a}$ ويكتب بشكل $\cot A = \frac{b}{a}$

القاطع: هو النسبة $\frac{c}{b}$ ويكتب بشكل $\sec A = \frac{c}{b}$

قاطع التمام: هو النسبة $\frac{c}{a}$ ويكتب بشكل $\csc A = \frac{c}{a}$

وهناك دوال مثلثية أخرى غير شائعة الاستعمال هي:

في جيب تمام A ويساوي $1 - \cos A$ ويكتب بشكل vers A

في جيب الزاوية ويساوي $1 - \sin A$ ويكتب بشكل covers A

نصف في جيب تمام الزاوية A ويساوي $\frac{1}{2}$ vers A ويكتب بشكل hav A

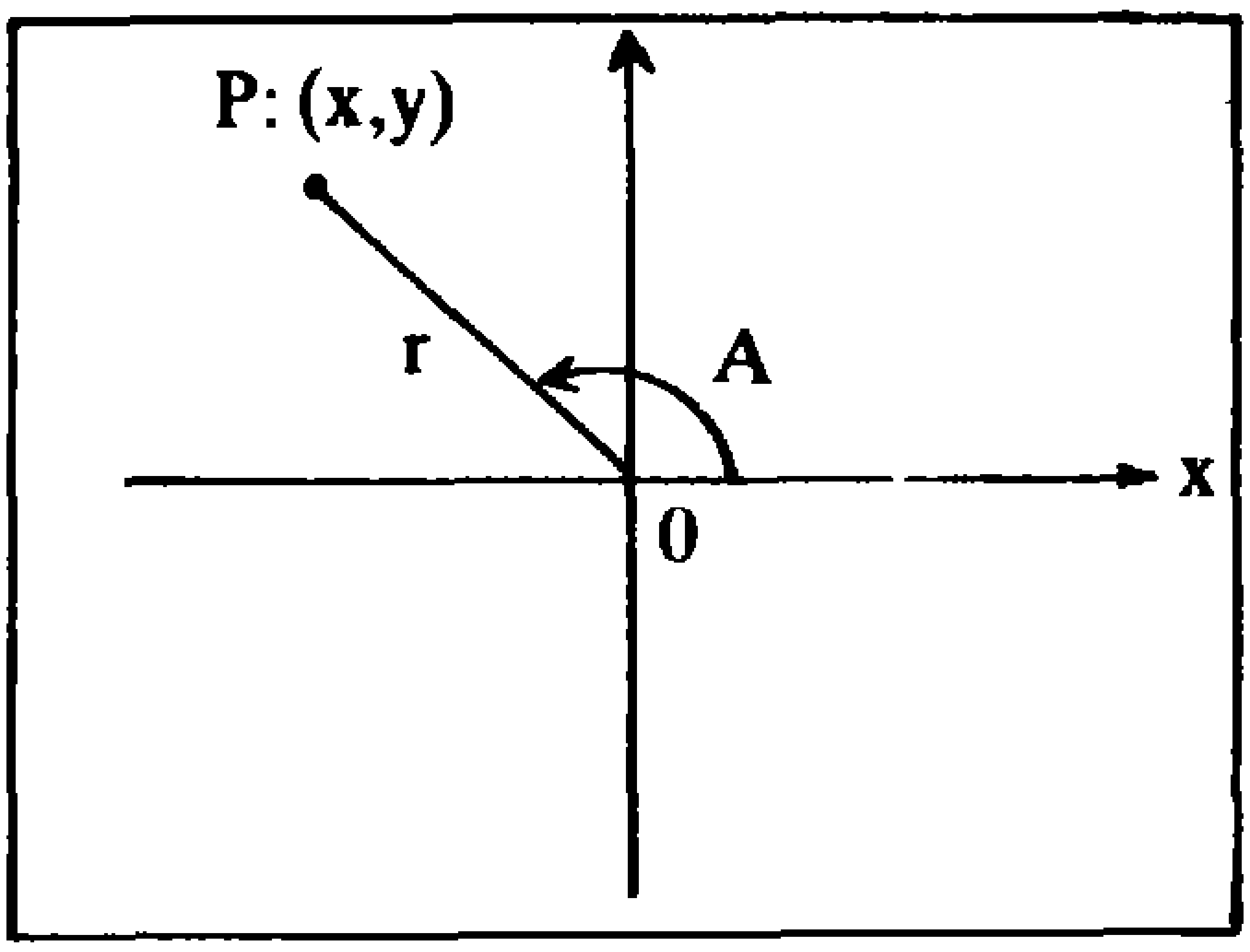
خارج قاطع الزاوية A ويساوي $\sec A - 1$ وويكتب بشكل exsec A.

أما تعريف الدوال المثلثية لأية زاوية موجبة أو سالبة فيتم بالشكل التالي: لتكن OP قطعة مستقيمة طولها r في المستوى الديكارتي حيث 0 نقطة الأصل و P نقطة إحداثياتها (x,y) ولتكن A زاوية محصورة بين محور x و OP كما في الشكل المرفق. فإن الدّوال المثلثية للزاوية A هي

$\sin A = y/r$, $\cos A = x/r$. $\tan A = y/x$

$\cot A = x/y$, $\sec A = r/x$, $\csc A = r/y$.

وتعرّف بقية الدوال كما في حالة الزّاوية الحادّة. وتسمى الدوال المثلثية أحياناً **بالدوال الدائرية**.



وتتغير إشارة الدالة المثلثية طبقاً للربع الذي يقع فيه ضلع الزاوية الدائر. ففي الربع الأول تكون جميع الدوال المثلثية الست موجبة. وفي الربع الثاني يكون الجيب وقاطع التمام موجبين وبقية الدوال المثلثية سالبة. وفي الربع الثالث يكون الظل وظل التمام موجبين وبقية الدوال سالبة. أما في الربع الرابع فيكون جيب التمام والقاطع موجبات وبقية الدوال سالبة.

وترتبط الدوال المثلثية بالمتطابقات الأساسية التالية:

$\sin x = 1/\csc x$, $\cos x = 1/\sec x$,

$\tan x = 1/\cot x = \sin x / \cos x$,

$\sin^2 x + \cos x = 1$,

$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$,

$\cot^2 x + 1 = \csc^2 x$.

ويمكن اشتقاق المتطابقات الثلاث الأولى من تعاريف الدوال المثلثية مباشرة، أما المتطابقات الثلاث الأخيرة فيمكن برهنتها باستخدام مبرهنة فيثاغورث، لذلك تسمى هذه بالمتطابقات الفيثاغورية.

تتغير قيم الدوال المثلثية طبقاً لتغير الزاوية بين 0^0 و 360^0 ويمكن وصف هذا التغير بإيجاد قيم الدوال عند الزوايا 0^0 و 90^0 و 180^0 و 270^0 حيث تأخذ هذه الدوال أكبر أو أصغر قيمة ممكنة عند إحدى تلك الزوايا وحسب الجدول التالي:

	sin	cos	tan	cot	sec	csc
0^0	0	1	0	$-\infty$	1	$-\infty$
90^0	1	0	$+\infty$	0	$+\infty$	1
180^0	0	-1	0	$-\infty$	-1	$+\infty$
270^0	-1	0	$+\infty$	0	$-\infty$	-1

والمقصود بالعلامتين ∞ + ,∞ - هو أن الدالة تتزايد أو تتناقص، على التوالي، بلا حدود عند اقتراب قيمة الزاوية عن قيمة معينة باتجاه معاكس لعقارب الساعة. وتنعكس إشارة العلامة x إذا كان الاقتراب باتجاه عقارب الساعة. وغالباً ما يتم تعريف الدوال المثلثية في الرياضيات لعدد ما بدلاً من زاوية ما. فتعرف الدالة المثلثية للعدد الحقيقي على أنها الدالة المثلثية لزاوية قياسها x راديان. ومن التعاريف الأخرى للدوال المثلثية لعدد حقيقي أو عقدي x هي بشكل متسلسلات لامتهية:

$$\sin x = 1 - \frac{x^3}{31} + \frac{x^5}{51} + \ldots,$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots,$$

وتعرف الدوال المتبقية بالاستناد على المتطابقات الأساسية، وإذا كان Z عدداً عقدياً فيمكن تعريف الدوال المثلثية باستخدام الدوال الأسية كما يلي:

$$\sin z = (e^{iz} - e^{iz})/wi$$

$$\cos z = (e^{iz} + e^{iz})/z$$

وتعرف بقية الدوال بالاستناد على المتطابقات الأساسية.

- **متطابقات مثلثية:**

انظر المثلثات ـ متطابقات المثلثات المستوية.

- **تكامل مثلثي:**

هو تكامل يكون المكامل فيه دالة مثلثية.

- **متسلسلة مثلثية:**

هي متسلسلة بشكل:

$$a_0 + (a_1 \cos x + b_1 \sin x) + (a_2 \cos 2x + b_2 \sin 2x) + \ldots$$

$$= a_0 \sum_{n-1}^{\infty} (a_n \cos n x + b_n \sin nx),$$

حيث a_n و b_n ثوابت.

انظر فورييه ـ متسلسلة فورييه.

● **تعريف مثلثي:**

هو تعويض تستخدم فيه الدوال المثلثية والعلاقات المثلثية لا نطاق جذور تربيعية من النوع $\sqrt{x + px + q}$ فنقوم أولاً بإكمال المربع في هذا الجذر وتحويله إلى أحد الأشكال التالية:

$$\sqrt{a^2 - x^2}\,,\ \sqrt{x^2 + a^2}\,,\ \sqrt{x^2 - a^2}$$

ثم نعوض $x = a \sin u$ في $\sqrt{a^2 - x^2}$ لينتج $|a \cos u|$

ونعوض $x = a \tan u$ في $\sqrt{x^2 + a^2}$ لينتج $|a \sec u|$

ونعوض $x = a \sec u$ في $\sqrt{x^2 - a^2}$ لينتج $|a \tan u|$

وتفيد هذه التعويضات في المكاملة بصورة خاصة.

انظر مكاملة.

● **دالة مثلثية معاكسة:**

إذا كانت f دالة مثلثاتية معينة فنعرّف معاكستها f بشكل $y = f^{-1}(x)$ إذا وإذا فقط $x = f(y)$. ولكي تكون f دالة (وحيدة القيم) يجب أن نقيد مجال الدالة f كما يلي:

ـ دالة الجيب sin: نقيد مجال الجيب بالفترة $[-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi]$ ونعرف دالة الجيب المعاكس (يكتب $\arcsin, \sin^{-1}$ ‏$y = \sin^{-1}x$ إذا، وإذا فقط، $x = \sin y$ حيث $-1 \leq x \leq 1$، $-\frac{1}{2}\pi \leq y \leq \frac{1}{2}\pi$ وتسمى قيم الفترة $[-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi]$ القيم **الرئيسية للجيب المعاكس**.

ـ دالة جيب التمام cos: نقيد مجال جيب التمام بالفترة $[0,\pi]$ ونعرف دالة **جيب التمام المعاكس** (يكتب $\arccos, \cos^{-1}$ بالصيغة $y = \cos^{-1}x$ إذا، وإذا فقط، $x = \cos y$ حيث $-1 \leq x \leq 1$ و $0 \leq y \leq \pi$. وتسمى قيم الفترة $[0,\pi]$ **القيم الرئيسية لجيب التمام المعاكس**.

ـ دالة الظل tan: نقيد مجال الظل بالفترة المفتوحة $(-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi)$ ونعرف دالة الظل المعاكس (يكتب $\arctan, \tan^{-1}$ بالصيغة $y = \tan^{-1}x$ إذا وإذا فقط، $x = \tan y$ حيث $-\infty < x$ و $-\frac{1}{2}\pi < y < \frac{1}{2}\pi$ وتسمى قيم الفترة $(-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi)$ القيم الرئيسية للظل المعاكس.

ـ دالة ظل التمام: نقيد مجال ظل التمام بالفترة $(0,\pi)$ أو بالمجموعة $[-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi] - \{0\}$ ونعرف ظل التمام المعاكس بالصيغة $y = \cot^{-1} x$ إذا وإذا فقط $x = \cot y$ حيث $-\infty < x \leq \infty$ و $0 < y < \pi$ وتسمى قيم الفترة $(0,\pi)$ **القيم الرئيسية لظل التمام المعاكس**.

ـ دالة القاطع Sec: ليس هناك اتفاق عام على كيفية تقييد المجال ولكن الشائع هو تقييد مجال القاطع بالمجموعة $[0,\pi/2) \cup (\pi/2,\pi)$ وتعرف دالة القاطع المعاكس بالصيغة $y - \sec^{-1} x$ إذا وإذا فقط $x = \sec y$ حيث $|X| > 1$ وقيم في المجموعة $[0\pi,\pi/2) \cup (\pi/2,\pi]$ التي تسمى **القيم الرئيسية لدالة القاطع المعاكس**.

ـ دالة قاطع التمام csc: أيضاً ليس هناك اتفاق عام، ولكن الشائع هو تقييد مجال قاطع التمام بالمجموعة $[-\frac{1}{2}\pi,o) \cup (0,\frac{1}{2}\pi]$ وتعرف دالة قاطع التمام المعاكس بالصيغة $y = \csc^{-1} x$ إذا وإذا فقط، $x = \csc y$ حيث $|x| > 1$ و y في المجموعة $[-\frac{1}{2}\pi,0) \cup (0,\frac{1}{2}\pi]$ التي تسمى **القيم الرئيسية لدالة قاطع التمام المعاكس**.

انظر قوس جيب؛ و قوس جيب تمام؛ و معاكس.

● **دالة مثلثية مشاركة**:

نقول أن الدالتين المثلثيتين f و g متشاركتان إذا كان $f(x) = g(y)$ لأجل زاويتين متتامتين x و y (أي $x = 90^0 - y$).

مثلاً: الجيب وجيب التمام هما دالتان متشاركتان لأن $\sin 30^0 = -\cos\ 60^0$، كذلك الظل وظل التمام لأن $\tan 15^0 = \cot 75^0$، وكذلك القاطع وقاطع التمام لأن $\sec(-10^0) = \csc 100^0$.

● **منحن مثلثي**:

(1) هو بيان إحدى الدوال المثلثية الست الرئيسية مرسوماً بالإحداثيات الديكارتية.

(2) بيان أي دالة تتألف حدودها من دوال مثلثية فقط، مثلاً $\sin x + \cos x$.

● معادلة مثلثية:

معـادلة يكـون المجهول فيهـا عمدة لإحـدى الدوال المثلثيـة، مثـلاً $3 \sin x - 2\cos^2 x = 0$ و $2 \cos^2 x = 1$ و $\sin^2 x + 3x = \tan(x + 2)$.

● الشكل المثلثي لعدد عقدي:

نفس شكل قطبـي.

انظر قطبـي.

مثمن **OCTANT**

انظر كارتيزي.

مثيل الخطي

ليكن E فضاء متجهات على حقل F ‏(F = R أو F = C). نقول عن التطبيق $f: E \to F$ أنه شكل مثيل الخطي إذا تحقق الشرط

$$f(\lambda a + \mu b) = \bar{\lambda} f(a) + \bar{\mu} f(b)$$

وذلك لكل $a, b \in E$ وكل $\lambda, \mu \in F$ (حيث $\bar{\lambda}$ تمثل مرافق λ). يعطى هذا التعريف مفهوماً جديداً فقط في حالة ما إذا كان F = C أي إذا كان E فضاء متجهات عقدياً. أما إذا كان F = R فإن الشكل المثيل الخطي هو ببساطة الشكل الخطي.

مثيل الـ أو نصف الـ **SEMI**

● نصف الدائرة:

هي أحد الجزءين المقطوعين من الدائرة بواسطة قطر فيها.

● نصف سنوي:

أي مرتين في السنة.

● نصف المحور:

هو القطعة المستقيمة التي أحد طرفيها يكون عند المركز وتكون نصف محور القطع الناقص أو مجسم القطع الناقص أو القطع الزائد... إلخ.

انظر تحت هذه العناوين.

● مثيلة الزمرة:

هي زمرية تجميعية أي مجموعة G معرف عليها عملية ثنائية * مجالها مجموعة الأزواج المرتبة من عناصر G ومداها محتوى في G وبحيث تكون * تجميعية (أي $a*(b*c) = (a*b)*c$ لكل عناصر $a,b,c\epsilon G$). ونقول إن مثيلة الزمرة آبلية أو تبديلية إذا كان $a*b = b*a$ لكل عناصر $a,b\epsilon G$.

وأحياناً نشترط تحقق قانون الاختصار في مثيلة الزمرة أي أن $xz = yz$ أو $zx = zy$ يؤدي إلى $x = y$.

وتحقق مثيلة الزمرة المحتوية على عدد منته من العناصر قانون الاختصار إذا وفقط إذا كانت زمرة. وتسمى مثيلة الزمرة التي تحتوي على العنصر المحايد وحدية.

● الرسم البياني مثيل اللوغاريتمي:

هو رسم بياني في المستوى يستخدم السلم اللوغاريتمي في أحد المحاور ويستخدم السلم الاعتيادي على المحور الآخر.

● مثيلة الحلقة:

انظر حلقة.

مثيل المستمر

ليكن E فضاء طوبولوجياً، نقول إن الدالة $f:E \to R$ مثيلة المستمرة سفلياً عند النقطة $a\epsilon E$ إذا كان لكل $\varepsilon > 0$ يوجد جوار V للنقطة a بحيث $f(x) > f(a) - \varepsilon$ وذلك لكل $x\epsilon V$. ونقول أن f مثيلة المستمرة سفلياً على E إذا كانت كذلك عند كل نقطة من نقاط E وتكون f مثيلة المستمرة سفلياً على E إذا

وفقط إذا كان لكل $\lambda \epsilon R$ فإن المجموعة $\{x/f(x) \leq \lambda\}$ تكون مغلقة في E. إذا كان q مثيل المعيار على فضاء محدب محلياً فإن المجموعة $\{x/q(x) \leq 1\}$ تكون برميلاً إذا وفقط إذا كان q مثيل المستمر سفلياً.

انظر برميل؛ و مثيل المعيار.

وتجدر الاشارة هنا أنه إذا كان E فضاء محدباً محلياً فإن E يكون مبرملاً إذا وفقط إذا كان كل مثيل معيار ومثيل مستمر سفلي q مستمراً.

مثيل المعيار

لنأخذ E فضاء متجهات حقيقياً. مثيل المعيار على E هو تطبيق $q: E \rightarrow R_+$ يحقق ما يلي:

(1) لكل $\lambda \epsilon R$ وكل $x \epsilon E$ يكون $q(\lambda x) = |\lambda| q(x)$

(2) $q(x + y) = q(x) + q(y)$

ويسمى مثيل المعيار أيضاً بشبه المعيار وقبل المعيار.

يتضح من الشرط الأول أن $q(0) = 0$ أما وإذا كان $q(x) = 0$ فهذا لا يعني أن $x = 0$ ومثيل المعيار الذي يحقق الشرط $q(x) = 0$ تعطي $x = 0$ يصبح معياراً.

مثيل المغلق SEMI CLOSED

ليكن (X,d) فضاء مقيساً. نقول إن المجموعة K الجزئية من X مجموعة مثيلة المغلقة إذا كانت كل مركبة من K مغلقة وكانت كل متتالية متقاربة $\{N_i\}$ من مركبات K والتي تتقاطع مجموعة نهاياتها مع $X - K$ تتقارب من نقطة وحيدة في $X - K$.

أي أنه إذا كان $(\lim N_i) \cap (X - K) \neq \phi$ فإن $\lim N_i = p$ حيث $p \epsilon X - K$.

وبالمثل فإن عائلة المجموعات المغلقة المنفصلة $K = \{K_i \; i=1,2,3,...\}$

تكون مثيلة المغلقة إذا كانت كل متتالية متقاربة من مجموعات K والتي تتقاطع مجموعة نهاياتها مع $X - \bigcup_{i=1}^{\infty} K_i$ تتقارب إلى نقطة وحيدة في $X - \bigcup_{i=1}^{\infty} K_i$.

مثال: تكون كل مجموعة مغلقة مثيلة المغلقة. كما تكون كل مجموعة صفرية البعد مثيلة المغلقة. وكذلك فإن اتحاد أية مجموعة مغلقة مع مجموعة صفرية البعد تكون مجموعة مثيلة المغلقة.

انظر **بعد**؛ و **مغلق**.

مثال: تكون عائلات مركبات أية مجموعة مغلقة عائلة مثيلة المغلقة.

مجال — DOMAIN

للمجال عدة معان نوردها بالترتيب التالي:

(1) يعتبر المجال العددي للأعداد المنطقة أو للأعداد الحقيقية **حقلاً**.
انظر حقل.

(2) وتسمى المجموعة المفتوحة والمتصلة **بالمجال** بشرط أن لا تكون المجموعة خالية. وأحياناً يطلق على المجموعة المفتوحة غير الخالية اسم المجال، وأحياناً أخرى يفضل بعض الكتاب استخدام كلمة **منطقة** بدلاً من كلمة مجال.

(3) ونعرف **مجال الدالة** f بأنه مجموعة القيم التي يأخذها المتغير المستقل.
انظر دالة.

● **المجال الصحيح**:

هو حلقة تبديلية بها عنصر الوحدة (عنصر محايد) وليس بها أي قاسم فعلي للصفر. ويسمى العنصر x في الحلقة $(G,+,\cdot)$ بقاسم فعلي للصفر إذا وجد عدد آخر $y \in G$ و $y \neq 0$ بحيث $x.y = 0$ حيث الصفر يدل على العنصر المحايد الجمعي. وليس للحلقة أي قاسم فعلي للصفر إذا وفقط إذا تحقق ما يلي:

إذا كان $xz = yz$ حيث $z \neq 0$ من أجل أي عنصرين x,y من G فإن $x = y$. وكمثال فإن مجموعة الأعداد الصحيحة مع عمليتي الجمع والضرب العاديتين تكون مجالاً صحيحاً.

● المجال الصحيح المرتب:

هو مجال صحيح D يحتوي على مجموعة من العناصر (الموجبة) والتي تحقق الشرطين التاليين:

(1) مجموع وجداء أي عنصرين موجبين يكون عنصراً موجباً.

(2) من أجل عدد x في D فإن حالة واحدة فقط من الحالات التالية تكون صحيحة:

(أ) x عدد موجب.

(ب) $x = 0$.

(جـ) $-x$ عدد موجب.

● المجال ذو الإعمال الوحيد:

هو مجال صحيح كل عنصر به إما وحدة أو أولي أو يمكن التعبير عنه كجداء عدد منته من الأوليات بحيث يكون هذا التعبير أو التمثيل وحيداً فيما عدا عوامل الوحدة وترتيب العوامل. وإذا كان D مجالاً ذا إعمال وحيد فإن مجموعة كثيرات الحدود والتي عواملها من D تكون أيضاً مجالاً ذا إعمال وحيد.

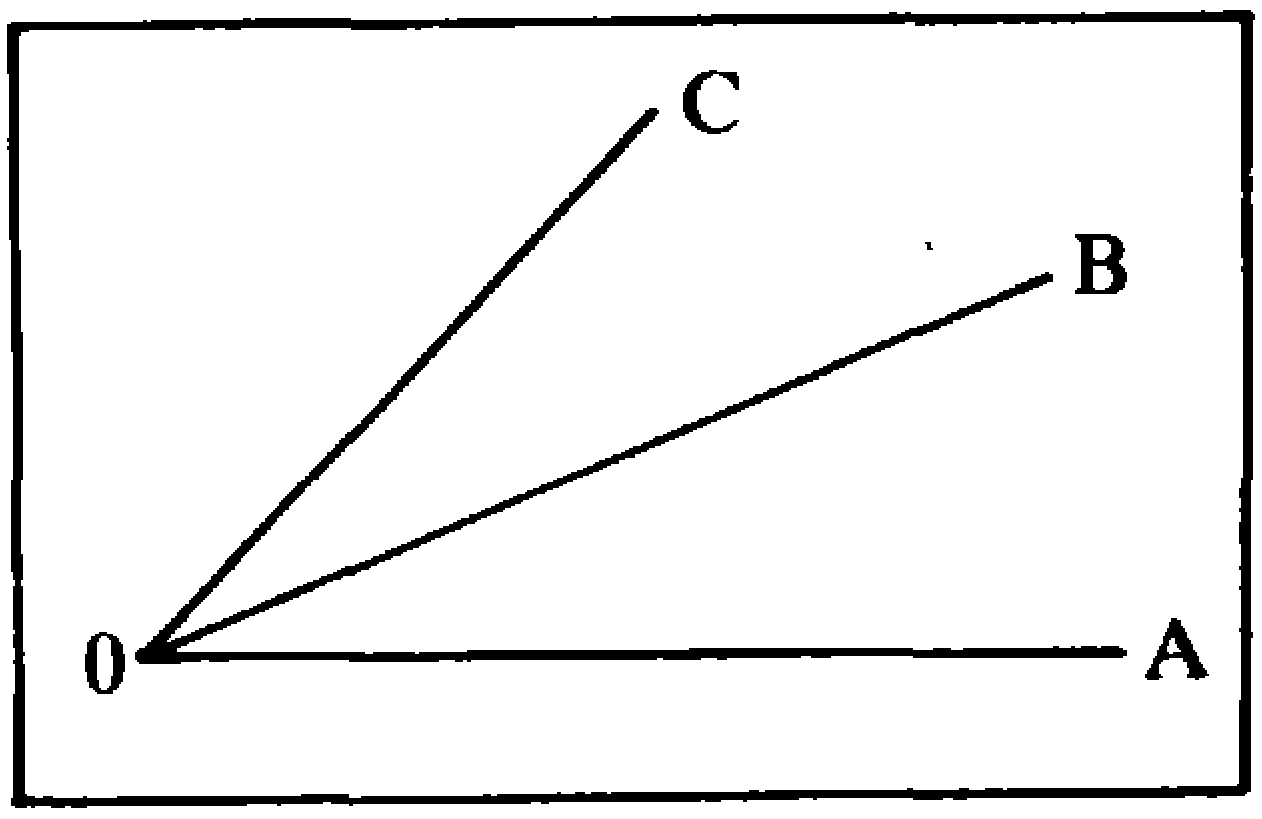
والجدير بالذكر هنا أن كل حقل يكون مجالاً ذا إعمال وحيد.

انظر جبري ـ عدد جبري؛ و حلقة.

مجاور ADJACENT

● زوايا متجاورة:

نقول بأن الزاويتين BOC, AOB متجاورتان إذا كان لهما ضلع مشترك، ورأس مشترك ولا تقعان على نفس الجانب لضلعهما المشترك.



مجتمع إحصائي POPULATION

أية مجموعة (اعتيادياً كبيرة) من العناصر التي نكون مهتمين بدراسة خواصها الاحصائية مثل تقدير بعض صفاتها كالوسط والانحراف المعياري.

مجتمع إحصائي UNIVERSE

هو المجموعة الشاملة التي تتكون من جميع العناصر تحت الدراسة الاحصائية.

مجرد ABSTRACT

- **رياضيات مجردة:**

انظر رياضيات ـ رياضيات بحتة.

- **عدد مجرد:**

ويقصد به العدد بذاته، أي العدد، دون الرجوع إلى كائنات خاصة أو وحدات، ونقول عدد مجرد عادة لنميزه عن العدد المادي.

انظر مادي.

- **فضاء مجرد:**

هو نظام رياضي شكلي يتألف من كائنات غير معرفة ومن موضوعات ذات طبيعة هندسية، وكأمثلة نورد ما يلي: الفضاء الإقليدي، الفضاء المقاسي، الفضاء الطوبولوجي وفضاء المتجهات.

مجذور RADICAND

هو ما يقع تحت الجذر مثل 2 في $\sqrt{2}$ و $1 + x^2$ في $\sqrt[3]{1 + x^2}$.

مجسادي STEREOGRAPHIC

- **إسقاط مجسادي:**

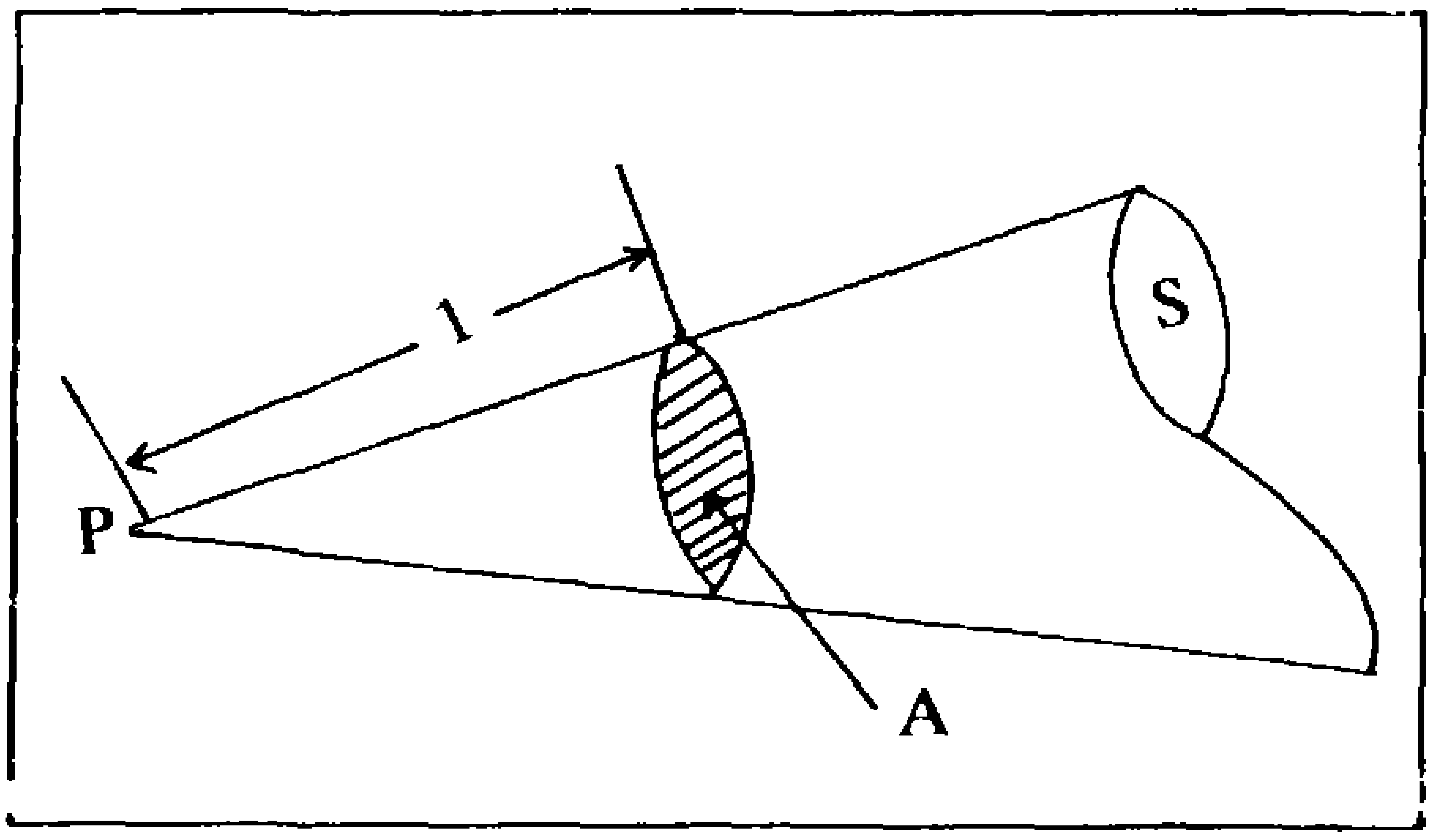
انظر إسقاط.

انظر هندسي ـ مجسم هندسي.

● جذع مجسم: انظر جذع.

● زاوية مجسمة:

الزاوية المجسمة عند نقطة P هي سطح يتألف من أشعة تبدأ من الأصل المشترك P وتمر بمنحن مغلق. وتسمى بزاوية كثير الوجوه إذا كان المنحنى المغلق مضلعاً. ولقياس الزاوية المجسمة عند نقطة P ومحصورة بسطح S نأخذ كرة مركزها P ونصف قطرها واحد وتتقاطع مع المقطع المخروطي الذي رأسه عند P ويولّده محيط السطح S. إن المساحة A لجزء السطح الكروي الناتج من تقاطع كرة الوحدة مع المخروط هي مقياس الزاوية المجسمة عند P.



انظر الشكل، ووحدة الزاوية المجسمة تسمى **استراديان**. والزاوية المجسمة الكلية عند نقطة تساوي (4π استراديان).

انظر كروي ـ درجة كروية.

● مجسمات متشابهة:

وهي مجسمات محدودة بسطوح متشابهة، أي مجسمات يمكن جعل النقاط في أحدها مناظرة لنقاط الآخر بحيث أن المسافات بين أزواج النقاط في أحدها تساوي ثابتاً معيناً مضروباً بالمسافات بين النقاط المناظرة على الآخر. وتكون حجوم المجسمات المتشابهة متناسبة مع مكعبات المسافات بين النقاط المتناظرة وتعتبر الكرات مجسمات متشابهة، وكذلك المكعبات.

● مجسم الدوران: انظر دوران.

● هندسة مجسمة: انظر هندسة.

مجسم بيضوي OVALOID

● **المجسم البيضوي:**

هو سطح متصل ومتراص في الفضاء الاقليدي R^3 وبحيث يكون التقوس عند كل نقطة من نقاط هذا السطح موجباً والجدير بالذكر أن الكرة مجسم بيضوي وسط تقوسه ثابت.

مجسم شبه مخروطي CONOID

المجسم شبه المخروطي هو سطح يتشكل بواسطة الأعمدة على خط معين a من كل النقاط على منحنى C. ويسمى a **محور المجسم** أما C فيسمى **دليل المجسم**. مثلاً المجسم اللولبي هو حالة خاصة من المجسم شبه المخروطي، يكون الدليل فيها هو لولب والمحور هو محور هذا اللولب.

انظر مجسم لولبي.

مجسم شبه مخروطي CONOID

(1) هو السطح الناتج عن اتحاد المستقيمات الموازية لمستوى معطى والتي تقطع خطاً معطى ومنحنياً معطى.

(2) مجسم دوران قطع مكافىء، مجسم دوران قطع زائد أو مجسم دوران قطع ناقص.

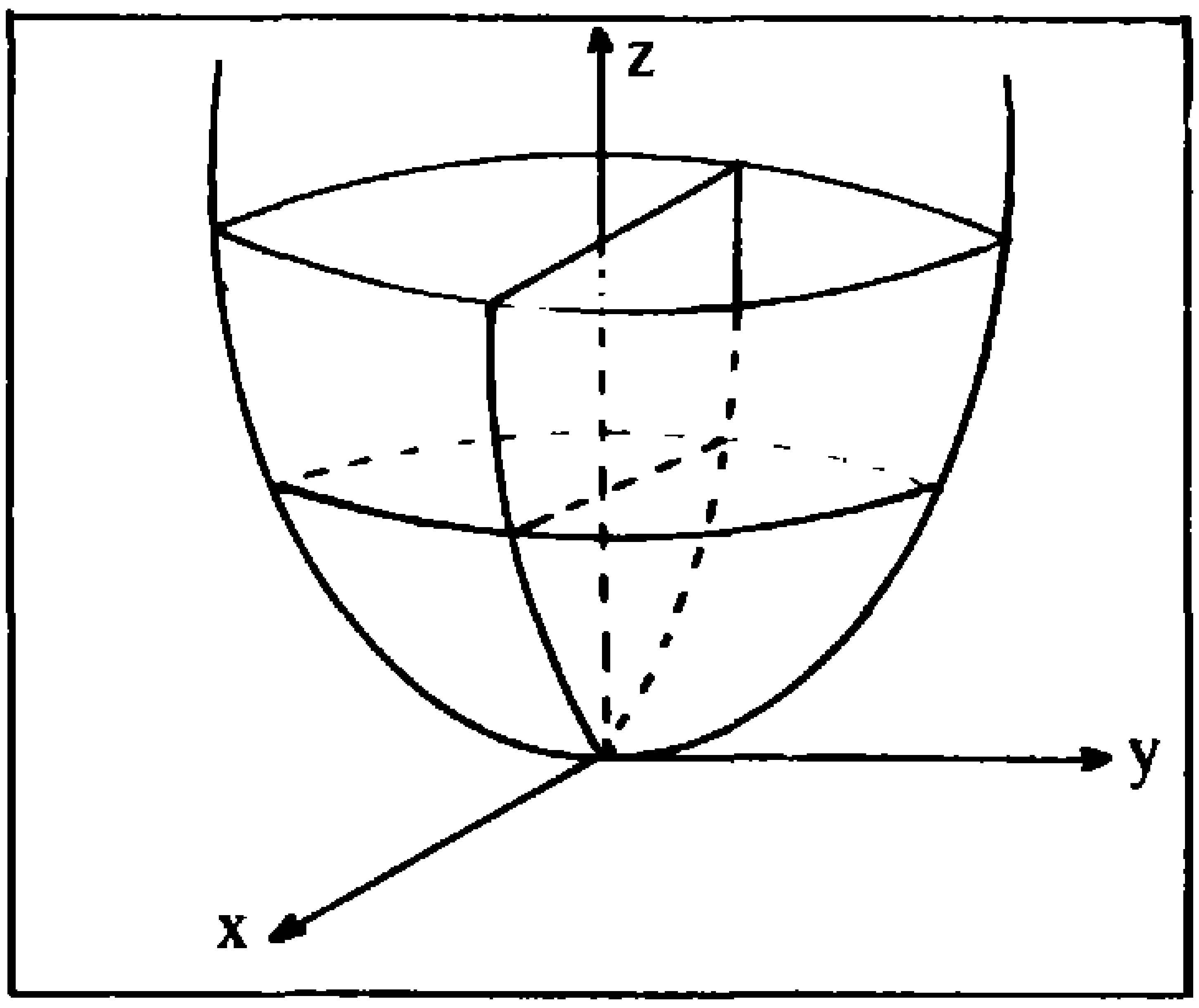
(3) مجسم قطع مكافىء عام أو مجسم قطع زائد عام ولكن ليس مجسم قطع ناقص عاماً.

● **جسم شبه مخروطي قائم:**

هو جسم شبه مخروطي بحيث يكون الخط المعطى عمودياً على المستوى المعطى.

● مجسم قطع مكافىء ناقص:

هو سطح معادلته $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2cz$، حيث تكون منحنيات تقاطعه مع المستويات $z = k$ هي قطوعاً ناقصة إذا كان $c>0$. أما منحنيات تقاطع المستويات $x = \alpha$، $y = \beta$ فهي قطوع مكافئة ومعرفة مهما تكن c.

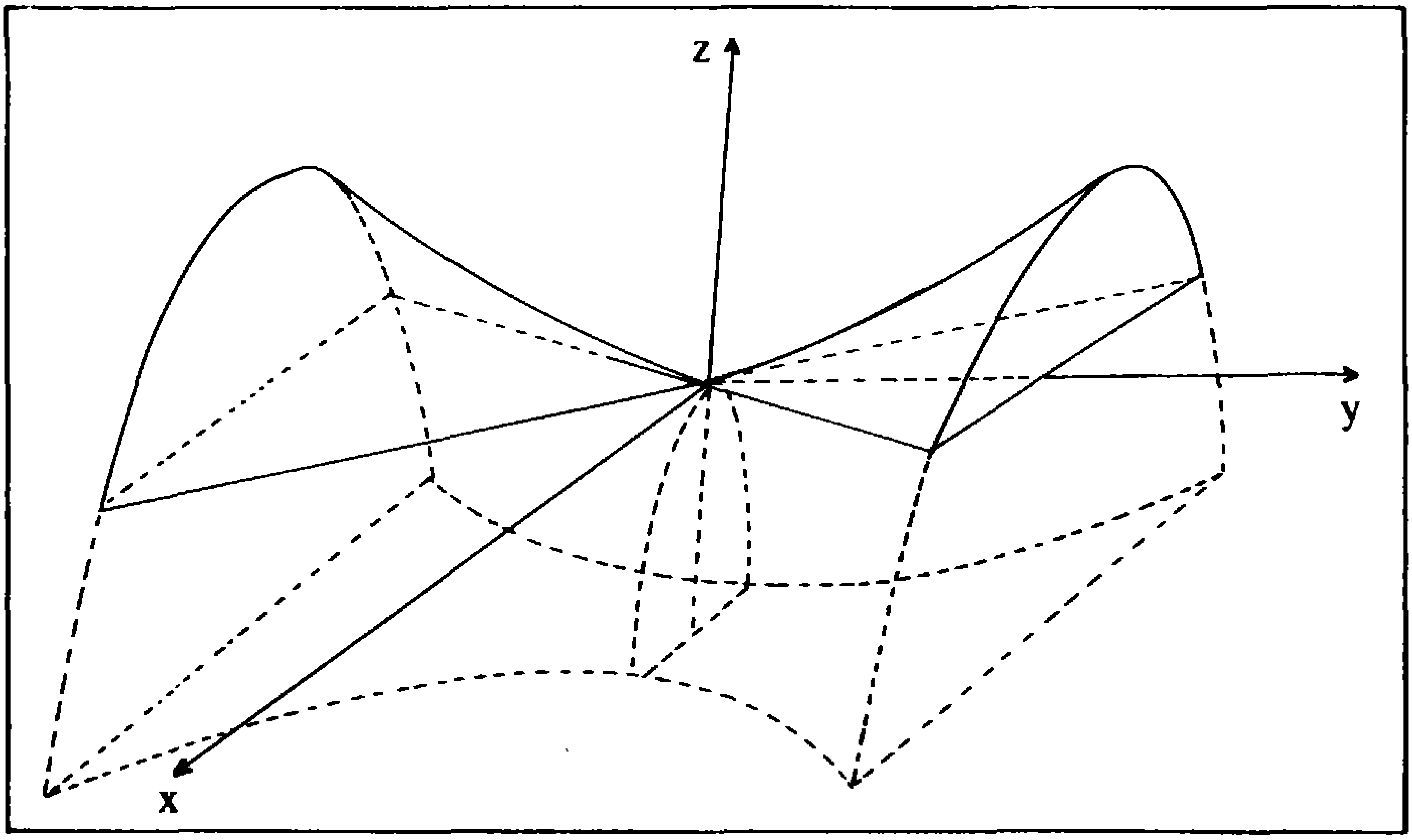


● مجسم قطع مكافىء دوراني:

هوسطح معادلته $x^2 + y^2 = 2cz$، أي أن منحنيات تقاطعه مع المستويات $z = k$ هي دوائر موازية للمستوى $z = 0$. كما أنه منحنيات تقاطعه مع المستويات $x = \alpha$ و $y = \beta$ هي قطوع مكافئة.

● مجسم قطع مكافىء زائدي:

هو سطح معادلته $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2cz$.



هذا المجسم هو سطح مسطر تقوم بتسطيره عائلتا المستقيمات:

$$(1)\quad \frac{x}{a}-\frac{y}{b}=\frac{1}{p},\ \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2pcz$$

$$(2)\quad \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=\frac{1}{p},\ \frac{x}{a}-\frac{y}{b}=2pcs$$

حيث P هو وسيط اختياري وهذه التسطيرات تسمى المولدات المستقيمة.

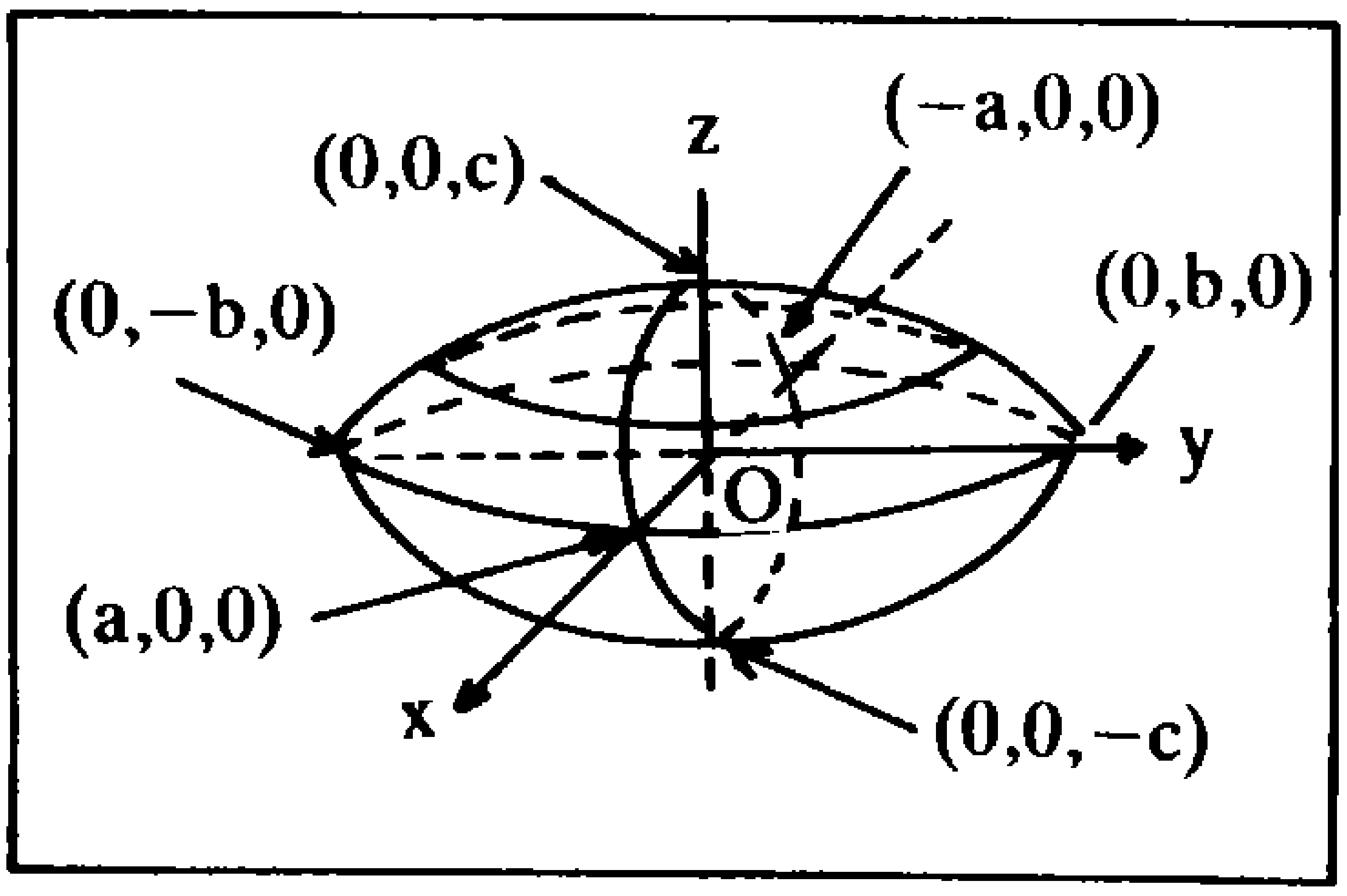
- **مجسمات قطع مكافىء متشابهة:**

انظر متشابهة.

مجسم قطع ناقص ELLIPSOID

هو سطح مقاطعه المستوية تكون إما قطوعاً ناقصة أو دوائر. ويكون **مجسم القطع الناقص** متناظراً بالنسبة لخطوط ثلاثة متعامدة وبالنسبة للمستويات الثلاثة التي تحدها هذه الخطوط. وتسمى نقطة تقاطع هذه الخطوط الثلاثة بـ **المركز** كما يسمى أي وتر مار بالمركز بـ **القطر**. و **المعادلة القياسية** للمجسم الذي مركزه نقطة الأصل ويقطع من المحاور x,y,z أطوالاً مقدارها a,b,c تعطى بالعلاقة: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

وإذا كان $a>b>c$ فإن a يسمى **بنصف المحور الكبير** ويسمى b **بنصف المحور المتوسط** أما c فيسمى **بنصف المحور الصغير**. وإذا كان $a=b=c=r$ فإن المعادلة تصبح $x^2+y^2+z^2=r^2$ وهي **معادلة الكرة**. ويساوي حجم مجسم القطع الناقص الكمية $\frac{4}{3}\pi abc$ وتصبح هذه الكمية $\frac{4}{3}\pi r^3$ في حالة الكرة كما هو معروف. والمعادلة $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=0$ **تمثل نقطة واحدة**. أما المعادلة $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=-1$ فتمثل **مجسم قطع ناقص تخيلياً** لأنه لا توجد نقطة حقيقية واحدة تحقق هذه المعادلة.



والمجسم الكرواني مجسم قطع ناقص نتج عن دوران قطع ناقص على أحد محاوره.

انظر سطح ـ سطح الدوران.

ويمكن النظر إلى المجسم الكرواني على أنه مجسم قطع ناقص تكون مقاطعه بمستويات عمودية على أحد محاوره كلها دوائر. ويسمى المحور المار بمراكز هذه المقاطع الدائرية بمحور الدوران. ويسمى أكبر مقطع دائري **بخط استواء المجسم الكرواني**.

- **مجسمات قطوع ناقصة متبائرة:**

انظر متبائر.

- **مجسمات قطوع ناقصة متشابهة:**

انظر متشابهة.

مجسم كرواني — SPHEROID

نفس مجسم قطع ناقص كرواني.

انظر مجسم قطع ناقص.

مجسم لولبي — HELICOID

هو سطح يولده منحنى مستو أو منحنى ملتو بالدوران حول خط ثابت بمثابة محور وبالانسحاب في اتجاه هذا المحور بحيث تكون النسبة بين معدلي الدوران والانسحاب ثابتة. ويمكن تمثيل **المجسم اللولبي** وسيطياً بالمعادلات $x = u \cos v$, $y = u \sin v$, $z = f(u) + mv$. وإذا كان $m = 0$ فإن المجسم اللولبي يكون سطح دوران وإذا كانت $f(u)$ **تساوي ثابتاً** فإن المجسم اللولبي يكون حالة خاصة من المجسم شبه المخروطي القائم المسمى بالمجسم اللولبي القائم (أنظر أسفل).

- **المجسم اللولبي القائم:**

هو سطح تمثله وسيطياً المعادلات $x = u \cos v$, $y = u \sin v$, $z = mv$

وهذا السطح على شكل الدائرة اللولبية أي مروحة الدفع في الباخرة أو الطائرة. وإذا كان u ثابتاً و $u \neq 0$ فإن هذه المعادلات تمثل لولباً (أنظر لولب) وهو تقاطع المجسم اللولبي مع الإسطوانة $x^2 + y^2 = u^2$. والجدير بالذكر هنا أن المجسم اللولبي القائم هو السطح الأصغر المسطر الحقيقي الوحيد.

مجمع POOLED

● **مجمع مجموع مربعات:**

عندما نعتبر أن عينات عشوائية متعددة تكون صادرة من نفس النموذج فإننا نسمي S «مجمع مجموع المربعات» إذا كان: $s = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$

حيث $j = 1,2,\ldots,k$ على k عينة و $i = 1,2,\ldots,n_j$ حيث n_j هو عدد المراقبات في العينة ذات الرقم j أما $\bar{x}_j$ فهو وسط العينة ذات الرقم j. كما نقول بأن: $\frac{S}{\sum_{j=1}^{k} n_j}$

هو تباين مجمع.

مجموع SUM

مجموع شيئين أو أكثر هو الشيء الناتج من هذين الشيئين بإجراء عملية معينة عليهما تسمى عملية الجمع. وإشارة الجمع هي (+). فمثلاً العدد 8 هو مجموع 2 و 6 حيث نكتب $8 = 6 + 2$.

● **مجموع أعداد حقيقية:**

يمكن اعتبار **الأعداد الصحيحة غير السالبة** على أنها مؤشرات «للكثرة» لمجموعة من الأشياء. (انظر بيانو – مصادرات بيانو). فيكون العدد 4 مثلاً مؤشراً لعدد الأشياء في مجموعة تحتوي على 4 أشياء. وليكن a و b عددين

صحيحين غير سالبين. فإن **مجموع a و b** هو العدد الصحيح غير السالب الذي يصف «كثرة» أو عدد الأشياء في المجموع الناتج من دمج مجموعة تحتوي على a من الأشياء ومجموعة تحتوي على b من الأشياء. (انظر عدد رئيسي). ويمكن الحصول على **مجموع الكسور** بنفس الطريقة بعد إيجاد مخرج مشترك لجميع الكسور كما في: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$

ويمكن الحصول على **مجموع الأعداد المختلطة** بجمع الأجزاء الصحيحة من الأعداد على حدة مع بعضها والأجزاء الكسرية على حدة مع بعضها. أو بتحويل كل عدد مختلط إلى كسر ثم جمع الكسور الناتجة بعد إيجاد مخرج مشترك، مثلاً:

$$3^1/_2 + 5^1/_4 = (3+5) + (^1/_2 + ^1/_4) = 8^3/_4$$

أو

$$3^1/_2 + 5^1/_4 = \frac{7}{2} + \frac{21}{4} = \frac{14+21}{4} = \frac{35}{4} = 8\frac{3}{4}$$

أما عند جمع أعداد مسبوقة بإشارات موجبة وسالبة فنقوم بجمع الأعداد الموجبةعلى حدة ثم نجمع القيم العددية (القيم المطلقة) للأعداد السالبة على حدة ونجعل النتيجة سالبة ولجمع عدد موجب مع عدد سالب نقوم بطرح العدد الأقل عددياً من الآخر وإعطاء نتيجة الطرح إشارة العدد الأكبر عددياً. أما **جمع الأعداد الصماء** فيتم بتجميع الحدود المتشابهة أو بتقريب قيم الأعداد الصماء ثم جمعها. مثلاً:

(1) $2\sqrt{2}+\sqrt{3}-(\sqrt{2}+2\sqrt{3})=\sqrt{2}-\sqrt{3}$.

أو:

(2) $+\sqrt{2} = 3.1416 + 1.4142$.

ولإعطاء تعريف دقيق لجمع عددين أحدهما أصم يجب إعطاء تعريف دقيق للعدد الأصم أولاً.

انظر ديدكند ـ قطع ديدكند.

● **مجموع أعداد عقدية:**

انظر عقدي ـ أعداد عقدية.

● جمع جبري:

إضافة الحدود إلى بعضها بإشارات موجبة أو سالبة على اعتبار أن جمع حد سالب يكافىء طرح حد موجب. مثلاً $a + b - c$ هو مجموع جبري على اعتبار أنه يكافىء $a + b + (-c)$.

● المجموع الجزئي لمتسلسلة لا منتهية:

هو مجموع عدد محدود من الحدود المتعاقبة في المتسلسلةابتداء من الحد الأول. فإذا كانت $u_1 + u_2 + u_3 + \ldots$ متسلسلة لا منتهية فإن كلاً من الكميات $S_n(n = 1,2,\ldots)$ هي مجموع جزئي، حيث:

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n$$

● مجموع حسابي:

هو العدد الناتج من جمع أعداد موجبة، مثل:

$$2 + 3.5 + 1 = 6.5$$

● مجموع زوايا:

هندسياً: هي الزاوية الناتجة من تدوير الضلع الابتدائي خلال الزاوية الأولى ثم تدويره ابتداء من الضلع النهائي لهذه الزاوية وخلال كل الزاوية الثانية وهكذا.

جبرياً: فإن مجموع الزوايا هو الجمع الجبري لمقادير الزوايا المعبر عنها بنفس الوحدات مثل درجات زائد درجات أو راديان زائد راديان.

● مجموع قطع مستقيمة موجهة:

هو طول القطعة المستقيمة الممتدة من النقطة الابتدائية للقطعة المستقيمة الأولى إلى النقطة النهائية للقطعة المستقيمةالأخيرة وذلك عندما توضع القطع المستقيمة بشكل تتطابق فيه النقطة النهائية لكل قطعة مع النقطة الابتدائية للقطعة التي تليها. مثلاً خمسة كيلومترات شرقاً زائد ثلاثة كيلومترات غرباً يساوي كيلومترين شرقاً.

● مجموع قوى متشابهة:

هو جمع الحدود ذات القوى المتشابهة في عبارة جبرية. ولهذه المجاميع

فائدة في التحليل إلى العوامل لأنه عندما تكون القوة n فردية مثلاً يكون المجموع $a^n + b^n$ قابلاً للقسمة على $a + b$.

انظر فرق ـ فرق قوى متشابهة.

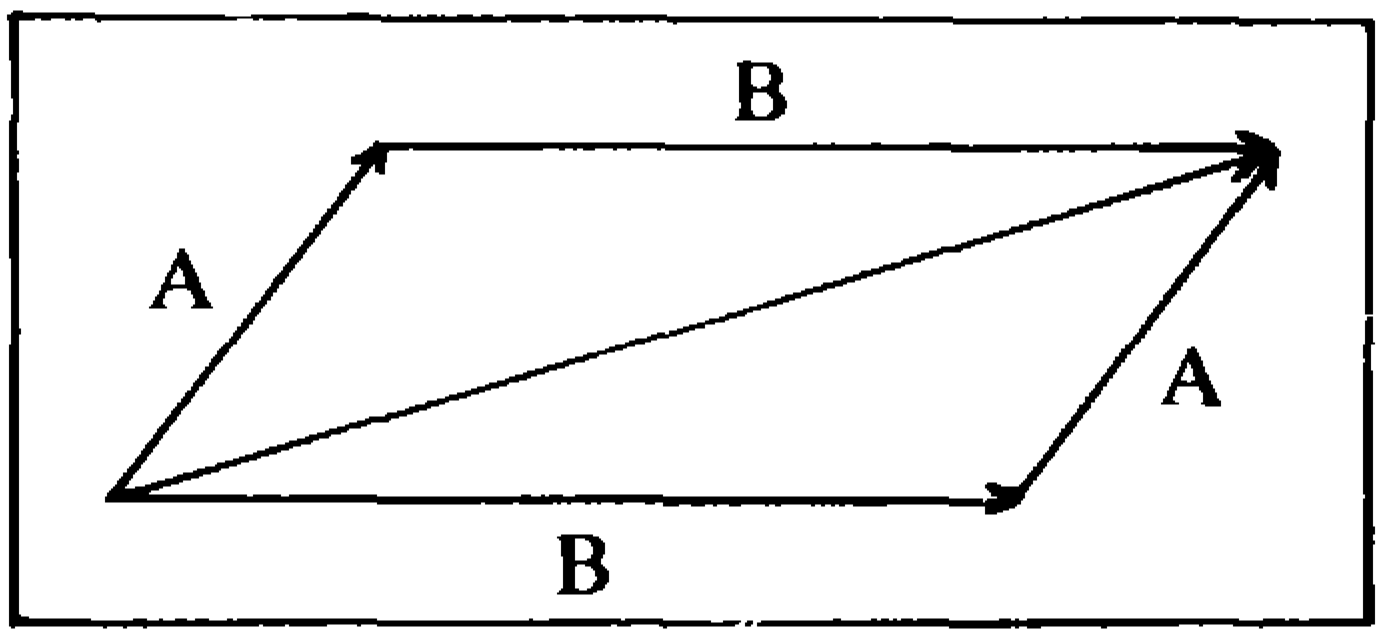
● **مجموع متجهات:**

جبرياً: المتجه الناتج من جمع المركبات المتناظرة في المتجهات، مثل:

$$(\vec{i} + 3\vec{j}) + (2\vec{i} - 2\vec{j}) = 3\vec{i} + \vec{j}$$

$$(\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}) + (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) = 3\vec{i} + \vec{j} + 9\vec{k}$$

و هندسياً: يمكن تحديد مجموع المتجهات بعد رسمها بشكل أسهم متتالية بحيث تنطبق النقطةالابتدائية لكل متجه على النقطة النهائية للمتجه الذي يسبقه مباشرة. ويكون مجموع المتجهات هو المتجه الذي تنطبق نقطته الابتدائية على النقطة الابتدائية لأول متجه وتنطبق نقطته النهائية على النقطة النهائية لآخر متجه. وعند جمع متجهين تعطينا هذه الطريقة **قانون متوازي الأضلاع** (كما في الشكل) الذي ينص على أن مجموع متجهين $\overline{A}$ ، $\overline{B}$ هو المتجه $\overline{C}$ على امتداد قطر متوازي الأضلاع الذي يعينه $\overline{A}$ ، $\overline{B}$ ونشير هنا إلى أن كثيراً من الكميات الطبيعية (مثل القوة والسرعة والتسارع) يمكن أن تمثل بمتجهات وتجمع بهذه الطريقة. ويسمى مجموع المتجهات أحياناً **محصلة المتجهات**. أنظر **متجه**.



● **مجموع متسلسلة لا منتهية:**

هو نهاية مجموع أول n من حدود المتسلسلة عندما يؤول n إلى اللانهاية.

فإذا كانت $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$ متسلسلة لا منتهية فنقول انها **متسلسلة متقاربة** وأن **مجموعها** يساوي S إذا كانت النهاية $\lim\limits_{n\to\infty}(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$ موجودة وتساوي S ونقول إن المتسلسلة **متباعدة** إذا لم تكن هذه المتسلسلة متقاربة.

● **نهاية المجموع:**

انظر نهاية ـ مبرهنات أساسية على النهايات.

مجموعة G_δ — G_δ set

نقول أن المجموعة X هي مجموعة G_δ إذا كانت تقاطعاً قابلاً للعد لمجموعات مفتوحة، أي أن: $X = \bigcap_{i=1}^{\infty} G_i$

حيث G_i مجموعة مفتوحة. ومن الواضح أن كل مجموعة مفتوحة تكون G_δ. والفترة المغلقة [a,b] تعتبر مجموعة G_δ لأن: $[a,b] = \bigcap_{n=1}^{\infty} (a - {}^1/_n \;\; b + {}^1/_n)$

أما مجموعة الأعداد المنطقة فهي ليست G_δ.

مجموعة — SET

مجموعة من أشياء معينة مثل مجموعة النقاط على قطعة مستقيمة أو مجموعة الأعداد الحقيقية الواقعة بين 1 و 6.

انظر متمم، اتحاد، تقاطع، مجموعة جزئية، خالٍ.

- **مجموعة عددية محدودة:**

مجموعة كل عناصرها من الأعداد بحيث تكون القيمة المطلقة لكل عنصر أقل من مقدار ثابت. مثلاً المجموعة المكونة من كل الكسور $\frac{1}{1+k^2}$ حيث $k>0$ هي مجموعة عددية لأن كل كسر أقل من الواحد.

- **G_σ, F_σ ومجموعات بوريل:**

انظر بوريل — مجموعة بوريل.

- **مجموعة منتهية ومجموعة لا منتهية:**

انظر منته ولا منته.

- **مجموعة مرتبة:**

انظر مرتب.

مجموعة أحادية — SINGLETON

هي مجموعة تحتوي على عنصر واحد فقط.

مجموعة جزئية SUBSET

مجموعة محتواة ضمن مجموعة أخرى. إذا كان كل عنصر في المجموعة A عنصراً في المجموعة B نقول أن A مجموعة جزئية من B ونكتب $A \subseteq B$، وتكون A مجموعة جزئية فعلية من B إذا كان $A \subset B$ ولكن $A \neq B$.

مجموعة متعددة الاتصال MULTIPLY CONNECTED SET

انظر متصل ـ مجموعة بسيطة الاتصال.

مجموعة مشاركة COSET

● **مجموعة مشاركة لزمرة جزئية في زمرة:**

هي مجموعة مؤلفة من كل العناصر من الشكل hx أو من كل العناصر من الشكل xh حيث أن x عنصر ثابت في الزمرة و h عنصر في الزمرة الجزئية. إذا كان الضرب بالعنصر x عن اليمين فإننا نقول عن المجموعة المشاركة أنها **مجموعة مشاركة يمنى**، وإذا كان الضرب عن اليسار فهي **مجموعة مشاركة يسرى**. أي مجموعتين مشاركتين تكونان إما متطابقتين تماماً وإما منفصلتين تماماً وكل عنصر في الزمرة ينتمي إلى مجموعة مشاركة يمنى واحدة ومجموعة مشاركة يسرى واحدة.

انظر زمرة.

مجموعة مشتقة DERIVED SET

انظر غلاقة.

مجموعة نهايات LIMIT SET

ليكن (X,R,π) نظاماً ديناميكياً (انظر **نظام ديناميكي**) ولتكن $x \epsilon X$ نعرف فيما يلي مجموعة النهايات الموجبة $L^+(x)$ والسالبة $L^-(x)$ والثنائية الجانب $L(x)$ للنقطة x.

$$L^+(x) = \{y \in X \mid \exists \{t_i\} \subset R^+, t_i \to +\infty, \pi(x,t_i) \to y\}$$

$$L^-(x) = \{y \in X \mid \exists \{t_i\} \subset R^-, t_i \to -\infty, \pi(x,t_i) \to y\}$$

$$L(x) = L^+(x) \cup L^-(x)$$

ويمكن البرهنة على أن:

$$L^+(x) = \cap \{Cl\ [C^+(\pi(x,t))\ ] \mid t \in R^+ \}$$

$$= \cap \{Cl\ [\ C^+(\pi(x,n))\ ] \mid n \in Z^+\}$$

حيث Z^+ هي مجموعة الأعداد الصحيحة اللاسالبة و Cl ترمز لغلاقة المجموعة المعينة. ومن خواص $L^+(x)$ نذكر أنها مغلقة ولا متغيرة. وإذا كان $y \in L^+(x)$ فإن $J^+(x) \subset J^+(y)$ حيث $J^+(x)$ هي مجموعة اطالات النهايات الموجبة للنقطة x. (أنظر **اطالات النهايات**). وإذا كان X متراصاً محلياً فإن $L^+(x)$ تكون متصلة إذا كانت متراصة. أما إذا لم تكن $L^+(x)$ متراصة فكل مركباتها غير متراصة. وإذا كانت النقطة x دورية، فإن $L^+(x) = L^-(x) = C(x)$.

UNKNOWN مجهول

● كمية مجهولة:

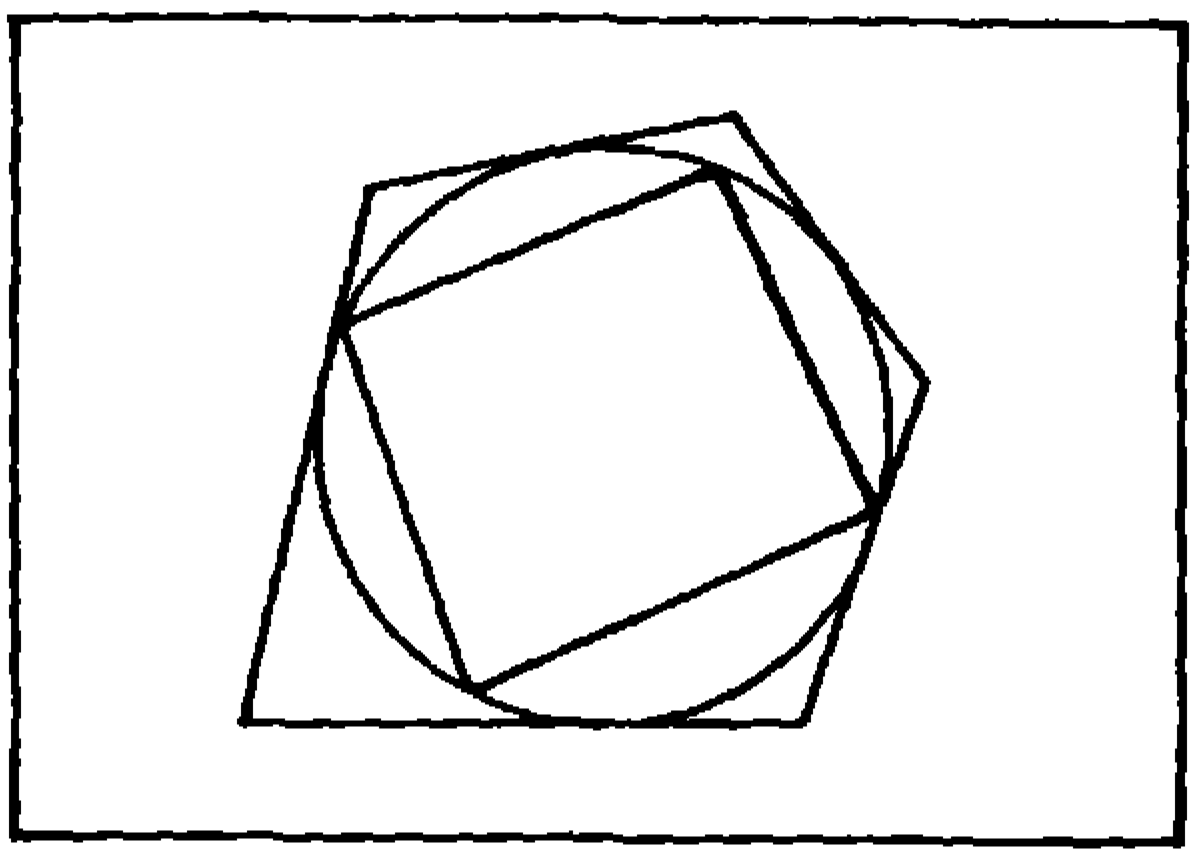
حرف أو رمز تكون قيمته العددية غير معلومة وتستخرج لتحقق شروطاً معينة مثل الحرف x هو كمية مجهولة في المعادلة $6x + 2 = 1$ والكمية المجهولة قد تعني أحد الحلول في مجموعة الحل في معادلة معينة.

مثال: في المعادلة $x^2 + 2x - 8 = 0$ نسمي x بـ المتغير والكميات المجهولة هي قيم x التي تحقق المعادلة (القيم $x = -4, x = +2$).

INSCRIBED محاط

نقول إن مضلعاً (أو كثير وجوه) ما محاط بتشكل مغلق مكون من خطوط أو منحنيات أو سطوح إذا كان المضلع (أو كثير الوجوه) موجوداً داخل التشكل وكان كل رأس للمضلع (أو كثير الوجوه) واقعاً على التشكل. كما يقال أن تشكلاً ما محاط بمضلع (أو بكثير وجوه) إذا كان كل ضلع في المضلع (كل وجه

في كثير الوجوه) مماساً للتشكل وكان التشكل موجوداً بأكمله داخل المضلع (أو كثير الوجوه). أما إذا كان التشكل A محاطاً بالتشكل B فإننا نقول أن التشكل B محيطاً بالتشكل A.



في الشكل المرافق نجد أن المضلع محاطاً بالدائرة كما أن الدائرة محاطة بدورها بمضلع آخر.

● **الزاوية المحاطة:**

هي الزاوية التي يشكلها وتران يقطعان منحنياً معيناً وتقع نقطتا منتهى الوترين على رأس الزاوية. ويكون المقياس نصف القطري لزاوية محاطة بدائرة نصف قطرها الوحدة مساوياً لطول القوس المقابل للزاوية. فمثلاً طول القوس المقابل لزاوية مقدارها π نصف قطري يساوي π أي 3.14 على وجه التقريب. وهذه النتيجة يمكن أيضاً استنتاجها إذا علمنا أن طول محيط الدائرة يساوي $2\pi r$ حيث r هو طول نصف القطر.

● **الدائرة المحاطة بالمثلث:**

هي دائرة تمس جميع أضلاع المثلث. ويكون مركزها هو نقطة تلاقي منصفات زوايا المثلث. ونصف قطر هذه الدائرة r يساوي:

$$\sqrt{\frac{(\rho - a)(\rho - b)(\rho - c)}{\rho}}$$

حيث a و b و c تمثل أطوال أضلاع المثلث و $\rho = \frac{1}{2}(a + b + c)$.

وتسمى الدائرة المحاطة بالمثلث أحياناً بـ الدائرة الداخلية للمثلث.

● **المخروط المحاط، الاسطوانة المحاطة، المضلع المحاط، المنشور المحاط، الهرم المحاط:**

انظر محيط.

محاط GIRTH

هو طول محيط المقطع المستعرض لسطح عندما يكون هذا الطول ثابتاً لكل المقاطع المستعرضة القائمة في المستويات المتوازية لمستوى ذلك المقطع المستعرض.

محافظ CONSERVATIVE

● **حقل قوة محافظ:**

هو حقل قوة بحيث يكون الشغل المنجز بإزاحة جسيم من مكان إلى آخر لا يعتمد على الممر الذي أزيح عليه الجسيم. وبذلك يكون الشغل المنجز بإزاحة جسيم حول ممر مغلق صفراً. إذا مثلنا الشغل المنجز بواسطة التكامل على خط: $\int_c F_x\, dx + F_y\, dy + F_z\, dz$

بحيث تكون F_x, F_y, F_z المركبات الديكارتية للقوة في الحقل المحافظ، فإن المكامل يكون تفاضلاً تاماً. وكأمثلة على حقول القوة المحافظة نذكر حقل الجاذبية الأرضية والحقول الكهروسكونية. وكأمثلة على حقول غير محافظة نذكر الحقول المغناطيسية الناتجة عن تيار ينساب في سلك وحقول القوة الناتجة بتأثير عمليات احتكاك.

محاكاة SIMULATION

تعني **المحاكاة** بالمعنى الواسع كل الأساليب المعتمدة على استخدام النماذج لدراسة ظاهرة حقيقية معينة، وذلك بدلاً من الدراسة المباشرة للظاهرة نفسها. وسبب استخدام النماذج هو صعوبة دراسة الظاهرة نفسها بسبب الكلفة أو الزمن أو استحالة الدراسة المباشرة نظراً لوجود عوامل خارجية لا يمكن عزلها عن الظاهرة. إن المحاكاة تقدم لنا أدوات لعمل الدراسات الكمية لظواهر مختلفة، كذلك تساعدنا لفهم بعض البنى الرياضية أو لبناء نماذج نظرية ملائمة، أو لتعديل النماذج النظرية الافتراضية طبقاً لنتائج دراسات تجريبية. ويمكن تصنيف أنواع المحاكاة إلى ثلاثة:

(1) **محاكاة بنموذج تجريبي**: قبل التعامل مع الظاهرة الحقيقية نفسها تجرى تجارب على نماذج مصغرة للظاهرة للتحقق من أو لتعديل الافتراضات النظرية المتعلقة بالظاهرة. مثل استخدام النفق الهوائي في ديناميك الموائع.

(2) **محاكاة بالقياس**: عندما يكون التحليل النظرية صعباً بالنسبة لظاهرة معينة، تجرى دراسة على ظواهر مشابهة لاستنتاج نماذج رياضية مناسبة. ويكثر استخدام هذا الأسلوب في العلوم الهندسية، ولكن امتد استخدامه حديثاً إلى علم الاقتصاد والعلوم الطبية لدراسة الأنظمة العصبية في الإنسان وعمل القلوب الصناعية. وتجرى هذه المحاكاة اعتيادياً بواسطة الحاسب الآلي بالقياس.

(3) **محاكاة بالمعنى الضيق**: محاكاة تنفذ بواسطة الحاسب العشري لدراسة المسائل الكبيرة والمعقدة. فإذا كانت المعادلات الرياضية لديناميكية الظاهرة معروفة، فإنه من الممكن محاكاة (أي تمثيل) هذه الظاهرة بواسطة برنامج على الحاسب العشري لتنفيذ هذه المعادلات. وكثيراً ما يستخدم هذا الأسلوب لدراسة الأنظمة مثل أنظمة التحكم بمرور السيارات أو الطائرات أو أنظمة عمل مجموعة من المكائن في المصانع أو أنظمة الإدارة في مؤسسات صناعية أو تجارية كبرى. مثل هذه المحاكاة تسمى **محاكاة نظمية**. إذا كان هناك عامل عشوائي يؤثر في الظاهرة فإن الأعداد العشوائية تلعب دوراً أساسياً في المحاكاة وحينذاك يسمى هذا الأسلوب **بطريقة مونت كارلو**.

انظر **طريقة مونت كارلو**.

محاولة **TRIAL**

نفس تجربة.

انظر تجربة.

المحاولة والخطأ **REGULA FALSI**

طريقة حساب مجهول (مثل جذر عدد) بالابتداء بقيمة واحدة أو عدة قيم تقديرية والسير منها للتوصل لقيمة المجهول باستخدام بعض خصائصه.

وتسمى طريقة الموقع البسيط إذا استخدمت قيمة تقريبية واحدة للمجهول، وطريقة الموقع المضاعف إذا استخدمنا قيمتين. ويستخدم الموقع المضاعف لتقريب الجذور الصماء للمعادلة ولتقريب لوغاريتمات أعداد تحتوي على مراتب معنوية أكثر مما يتوفر في جداول اللوغاريتمات. وتعتمد طريقة المحاولة والخطأ على افتراض أن الأقواس الصغيرة تنطبق على أوتارها المقابلة وهذا يجعل التغير في الفواصل متناسباً مع التغير في التراتيب المناظرة. مثلاً، إذا كانت قيمة $y = f(x)$ تساوي -4 عندما $x = 2$ و 8 عندما $x = 3$ فإن الوتر الواصل بين النقطتين $(2,-4)$، $(3,8)$ يقطع المحور ox عند نقطة يحقق فصلها x العلاقة $\frac{1}{12} = \frac{1}{4}(x-2)$، وبالتالي نحصل على $x = 2\frac{1}{3}$ كقيمة تقريبية لأحد جذور المعادلة $f(x) = 0$. إن طريقة نيوتن في تقريب الجذور هي أحد أمثلة طريقة الموقع البسيط.

انظر نيوتن.

محتمل PROBABLE

قريب من الصحة وقابل للحدوث.

● **انحراف محتمل:**

انظر انحراف.

● **خطأ محتمل:**

انظر انحراف.

محتوى CONTENT

● **محتوى مجموعة نقاط:**

ـ المحتوى الخارج أو الخارجي لمجموعة E من النقاط هو الحد الأدنى الأصغر لمجاميع أطوال عدد منته من الفترات بحيث تكون كل نقطة من نقاط E في واحدة من هذه الفترات وذلك لكل تلك المجموعات من الفترات.

ـ المحتوى الداخل أو الداخلي هو الحد الأعلى الأصغر لمجاميع أطوال

عدد منته من الفترات غير المتشابكة بحيث تكون كل فترة محتواة تماماً في E وذلك لكل تلك المجموعات من الفترات. أو (بشكل مكافىء) هو الفرق بين طول فترة I تحتوي على E والمحتوى الخارج لمتمة E في I. وتسمى هذه أيضاً **بمحتوى جوردان الخارجي** و **محتوى جوردان الداخلي**، إذا كان المحتوى الداخلي يساوي المحتوى الخارجي فإننا نسمي تلك القيمة المشتركة بـ **المحتوى** أو **محتوى جوردان**. إذا كان المحتوى الخارجي صفراً فإن الداخلي أيضاً يكون صفراً ونقول إن للمجموعة محتوى صفر.

مجموعة الأعداد المنطقة في (0,1) لها محتوى خارجي 1 ومحتوى داخلي 0. للمجموعة $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots\}$ محتوى صفر. من الواضح أن التعريف أعلاه هو لمجموعات النقاط على خط. يمكن تعميم هذا التعريف حالة المستوى وإلى حالة أي فضاء إقليدي بعديته n.

محدب

- **المنحنى المحدب في المستوى:**

هو منحنى في المستوى بحيث إذا قطعه مستقيم فإنه يقطعه في نقطتين.

- **الدوال المحدبة المترافقة:**

لتكن f دالة متزايدة لكل $x \geq 0$ وبحيث $f(0) = 0$ ولتكن g معكوس f، فإننا نقول ان الدالتين المحدبتين $F(x) = {}_0\int^x f(t)dt$ و $G(y) = {}_0\int^y g(t)dt$ مترافقتان. وبصورة عامة إن الدالة المحدبة المرافقة للدالة المحدبة $f(x) = F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ معرفة على المجال D تعرف بالقانون:

$$G(y_1, y_2, \ldots, y_n) = \ell.u.b \left[\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - F(x) \right]$$

لكل $x \epsilon D$ (حيث l.u.b يرمز لأصغر حد أعلى).

انظر يونغ.

- **الدالة المحدبة:**

نقول إن الدالة الحقيقية f والتي يحتوي مجالها فترة I دالة محدبة على I إذا كان لكل $I \leftarrow a,b,c$ وبحيث $a<b<c$ فإن $f(b) \leq \ell(x)$ حيث ℓ دالة خطية تتطابق

مع f عند a و b ويمكن البرهنة على أن f تكون دالة محدبة إذا وفقط إذا وقع كل وتر يصل بين نقطتين من بيان f على أو فوق بيان f. كما تكون الدالة f محدبة على I إذا وفقط إذا كان لكل نقطتين x_1 و x_2 في I ولكل عدد x بحيث $0<\lambda<1$ فإن المتباينة التالية متحققة:

$$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda) f(x_2)$$

وتكون كل دالة محدبة مستمرة بالضرورة. وإذا كان المشتق للدالة f مستمراً على I فإن f تكون محدبة إذا وفقط إذا كان $f''(x)\geq 0$ لكل نقطة $x\epsilon I$.

● **محدب (حسب جنسن):**

تكون الدالة الحقيقية f (والتي يكون مجالها محتوى في الفترة I) محدبة (حسب جنسن) إذا كان لكل نقطتين x_1 و x_2 في I فإن المتباينة التالية متحققة:

$$f(\frac{x_1 + x_2}{2}) \leq \tfrac{1}{2} [f(x_1) + f(x_2)]$$

وليس من الضروري أن تكون الدالة المحدبة جنسن مستمرة. ولكنها تكون مستمرة إذا كانت محدودة على كل فترة جزئية من I.

● **التوافق الخطي المحدب:**

انظر خطي ــ توافق خطي.

● **المضلع المحدب وكثير الوجوه المحدب:**

انظر مضلع وكثير الوجوه.

● **المتتالية المحدبة:**

تكون متتالية الأعداد $\{a_1, a_2, a_3, \ldots\}$ محدبة إذا كان $a_{i+1} \leq \frac{1}{2}(a_i + a_i \neq 2)$ لكل i. وإذا عكست المتباينة هذه فإن المتتالية تكون مقعرة.

● **المجموعة المحدبة:**

هي مجموعة تحتوي على القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطتين فيها. وفي فضاء المتجهات تكون المجموعة محدبة إذا كان $rx + (1 - r) y$ في المجموعة لكل x و y في المجموعة بحيث $0<r<1$. وتكون المجموعة A محدبة محلياً إذا كان

لكل نقطة x في A ولكل جوار U يحتوي على x فإنه يوجد جوار محدب V للنقطة x بحيث $x \in V \subset U$.

● **المولد المحدب:**

انظر مولد.

● **السطح المحدب:**

هو سطح بحيث يكون كل مقطع مستو منه منحنياً محدباً.

● **محدب باتجاه نقطة (أو خط أو مستوى):**

نقول إن المنحنى محدب باتجاه نقطة معينة (أو خط معين) عندما تكون كل قطعة منه (مقطوعة بواسطة وتر قاطع للمنحنى) واقعة على نفس الجانب من الوتر الذي تقع عليه النقطة (أو الخط). وإذا كان هناك خط أفقي بحيث يقع المنحنى فوقه (أو تحته) ويكون محدباً باتجاهه فإننا نقول أن المنحنى محدب إلى أسفل (أو إلى أعلى) على الترتيب. ويكون المنحنى محدباً إلى أسفل إذا وفقط إذا كان بياناً لدالة محدبة. ويكون السطح محدباً باتجاه (أو بعيداً عن) مستوى معين إذا كان كل مستوى عمودي على هذا المستوى يقطع السطح في منحنى محدب باتجاه (أو بعيداً عن) خط تقاطع المستويين على الترتيب.

● **الدالة المحدبة المعممة:**

لتكن $F = \{f\}$ عائلة من الدوال المستمرة على الفترة (a,b) بحيث يوجد لكل نقطتين (x_1, y_1) و (x_2,y_2) في $(a,b) \times (a,b)$ و $x_1 \neq x_2$ دالة وحيدة $f \in F$ بحيث $F(x_1) = y_1$ و $F(x_2) = y_2$.

● **الدالة المحدبة لوغاريتمياً:**

هي دالة يكون لوغاريتمها محدباً. ودالة غاما هي الدالة الوحيدة المحدبة لوغاريتمياً الموجبة والمعرفة لكل $x>0$ وتحقق المعادلة الدالة $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ حيث $\Gamma(1) = 1$.

● **الفضاء المحدب قطعاً:**

هو فضاء خطي معير والذي يتمتع بالخاصية التالية: إذا كان $\|x + y\| = \|x\| + \|y\|$ و $y \neq 0$ فإنه يوجد عدد t بحيث $x = ty$. ويكون الفضاء

المنتهي البعدية محدباً قطعا إذاً وفقط إذا كان محدباً بانتظام. أما الفضاء اللامنتهي البعدية فمن الجائز أن يكون محدباً قطعاً دون أن يكون محدباً بانتظام.

● **الفضاء المحدب بانتظام:**

هو فضا خطي معير بحيث لكل $\epsilon>0$ يوجد $\delta>0$ بحيث يكون $\|x-y\|<\epsilon$ إذا كان $\|x\|<1$ و $\|y\|<1$ وكان $\|x+y\|>2-\delta$. ويكون الفضاء المنتهي البعدية محدباً بانتظام إذا وفقط إذا كان كل عنصرين x و y متناسبين كلما كان $\|x+y\| = \|x\| + \|y\|$.

وفضاء هيلبرت يعطينا مثالاً على فضاء محدب بانتظام. ويكون كل فضاء بناخ محدب بانتظام انعكاسياً ولكن العكس غير صحيح حيث توجد فضاءات بناخ انعكاسية ولكنها غير متماثلة مع أي فضاء محدب بانتظام.

مُحْدَث INDUCED

● **بنية محدثة:**

إذا كان هناك تطبيق $f:M \rightarrow N$ بين مجموعتين وكانت هناك بنية رياضية معينة على N فإنه من الشائع في الرياضيات أن نستعمل f لإحداث مشابهة على M وتسمى هذه البنية عادة بـ **البنية المحدثة**. مثلاً: إذا كان N منطوياً ريمانياً عليه مقاس ريماني g وكان M منطوياً تفاضلياً و f تطبيق غمس (انظر غمس) فبإمكاننا استعمال f لتعريف مقاس-ريماني h على M كما يلي:

$$h(X,Y) = g(f_*x, f_*y)$$

وذلك لكل $X,Y \epsilon T_xM$ وكل $x \epsilon M$. ويكون h في هذه الحالة هو المقاس المحدث.

مثال آخر: هو أن يكون f متبايناً وغامراً وأن يكون على N بنية طوبولوجية T فإننا نستطيع أن نستعمل f لتعريف بنية طوبولوجية على M كما يلي:

نأخذ T^* عائلة للمجموعات الجزئية من M والتي هي على الشكل $f^{-1}(U)$

حيث U مجموعة جزئية مفتوحة في (N,T). ومن السهل التحقق من أن T^* تعرف بنية طوبولوجية على M. وتسمى هذه البنية بـ **الطوبولوجيا المحدثة**.

DEFINITE **محدد**

- **التكامل المحدد:**

انظر تكامل.

- **المكاملة المحددة:**

هي عملية إيجاد التكاملات المحددة.

- **التكامل الجزئي المحدد:**

هي أحد التكاملات في تكامل مكرر.

انظر محدد موجب، والشكل التربيعي مثيل المحدد؛ انظر صيغة تربيعية.

BOUNDED **محدود**

- **مبرهنة التقارب المحدود:**

ليكن m قياساً جمعياً عدياً على جبرية من عناصرها مجموعات جزئية لمجموعة T بحيث يكون $m(T) < \infty$ ولتكن $\{S_n\}$ متتالية من دوال قابلة للقياس بحيث يوجد عدد M ويكون $|S_n(x)| \leq M$ وذلك لكل x في T ولكل عدد n. تقول المبرهنة ان كل S_n قابلة للمكاملة وأنه إذا كان هناك دالة S بحيث $\lim_{n \to +\infty} S_n(x) = S(x)$ على T تكون S قابلة للمكاملة، ويكون:

$$\int_T S \, dm = \lim_{n \to \infty} \int\int_T S_n \, d_m$$

إذا استخدمنا مفهوم ريمان للمكاملة يصبح نص المبرهنة كما يلي: لنفترض أنه لمتتالية من الدوال S_n ولفترة I يوجد عدد M بحيث يكون $|S_n(x)| \leq M$ وذلك لكل x في I ولكل عدد n. ولنفترض أيضاً أن S_n قابل للمكاملة ريمانياً على I وأن هناك دالة S قابلة للمكاملة ريمانياً على I بحيث

$\lim_{n \to \infty} S_n(x) = S(x)$ على I. يكون إذا تكامل S على I مساوياً لنهاية تكامل S_n على I عندما $n \to \infty$.

انظر ليبيغ ــ مبرهنة ليبيغ للتقارب، رتيب ــ مبرهنة التقارب الرتيب، متسلسلة ــ مكاملة سلسلة لا منتهية.

● **تحويل خطي محدود:**

انظر خطي ــ تحويل خطي.

● **كمية محدودة أو دالة محدودة:**

هي كمية تكون قيمتها العددية أصغر من أو مساوية لقيمة ثابتة. مثلاً نسبة أي من ضلعي المثلث القائم الزاوية إلى الوتر هي كمية محدودة لأنها دائماً أصغر من أو تساوي 1. هذا يعني أن الدوال sin x و cos x هي دوال محدودة. أما الدالة tan x على الفترة $(0, \frac{\pi}{2})$ فهي غير محدودة.

● **متتالية محدودة:**

انظر متتالية ــ حد متتالية.

● **مجموعة من الأعداد محدودة:**

هي مجموعة أعداد لها حد أدنى وحد أعلى. أو هي مجموعة أعداد x بحيث يوجد عددان A,B يتحقق من أجلها $A \leq x \leq B$ وذلك لكل قيم x.

● **مجموعة من النقاط محدودة:**

هي مجموعة من النقاط بحيث تكون مجموعة المسافات بين نقاطها محدودة، ويسمى الحد الأعلى الأصغر لهذه المسافات قطر المجموعة، نقول ان المجموعة T محدودة كلياً إذا كان لكل $\epsilon > 0$ يوجد مجموعة منتهية من نقاط T بحيث تكون كل واحدة من نقاط T على مسافة أقل من ϵ من نقطة واحدة على الأقل من نقاط هذه المجموعة، يكون الفضاء المقاسي متراصاً إذا وفقط إذا كان تاماً ومحدداً كلياً.

● **تغير محدود:**

انظر تغير ــ تغير كلي لدالة.

● دالة محدودة جوهرياً:

هي دالة f بحيث يوجد عدد k وتكون مجموعة الأعداد x التي تحقق المتباينة $|f(x)| > k$ ذات قياس قيمته صفر، الحد الأدنى الأكبر للأعداد k يسمى العظوم الجوهري للقيم $|f(x)|$.

ARITHMOMETER **محسبة**

وهي إحدى الآلات الحاسبة.

RESULTANT **محصلة**

● محصلة مجموعة معادلات كثيرات الحدود:

هي العلاقة بين المعاملات والتي نحصل عليها بحذف المتغيرات والتي تساوي الصفر إذا كان لمجموعة المعادلات حل مغاير للصفر. وتسمى المحصلة أحياناً «المتبقي».

مثال: لتكن لدينا مجموعة المعادلات:

$$ax + by + c = 0$$

$$\alpha x + \beta y + \gamma = 0$$

$$\ell x + my + n = 0$$

عندئذٍ تكون المحصلة:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ \alpha & \beta & \gamma \\ \ell & m & n \end{vmatrix} = 0$$

كما أن معين المعاملات لمجموعة معادلات خطية عددها n وتحتوي على n مجهولاً هو محصلة هذه المعادلات وهذه المحصلة تساوي الصفر إذا وفقط إذا كان لمجموعة المعادلات حل مغاير للصفر. أما بالنسبة للمعادلتين:

$$f(x) = a_0x^m + a_1x^{m-1} + \ldots + a_m = 0, \quad a_0 \neq 0$$

$$g(x) = b_0x^n + b_1x^{n-1} + \ldots + b_n = 0, \quad b_0 \neq 0$$

فإن المحصلة تعطى بالشكل:

$$R(f, g) = a_0^n \, g(r_1) \, g(r_2) \dots g(r_m)$$

حيث $r_1, r_2, \dots, r_m$ هي جذور $f(x) = 0$. كما أن العبارة السابقة تساوي المعين التالي الذي يحتوي على n صفاً تدخل فيها معاملات f(x) و m عموداً تدخل فيها معاملات g(x):

$$\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_m & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_1 & a_2 & \dots & \dots & a_m & 0 \dots 0 \\ 0 & 0 & a_0 & a_1 & a_2 \dots & \dots a_m & 0 & \dots 0 \\ \hline b_0 & b_1 & b_2 & \dots & b_n & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b_0 & b_1 & b_2 & \dots & \dots & b_n & 0 \dots 0 \end{vmatrix}$$

وقد تم الحصول على هذا المعين من طريقة سيلفستر الدواليكية.

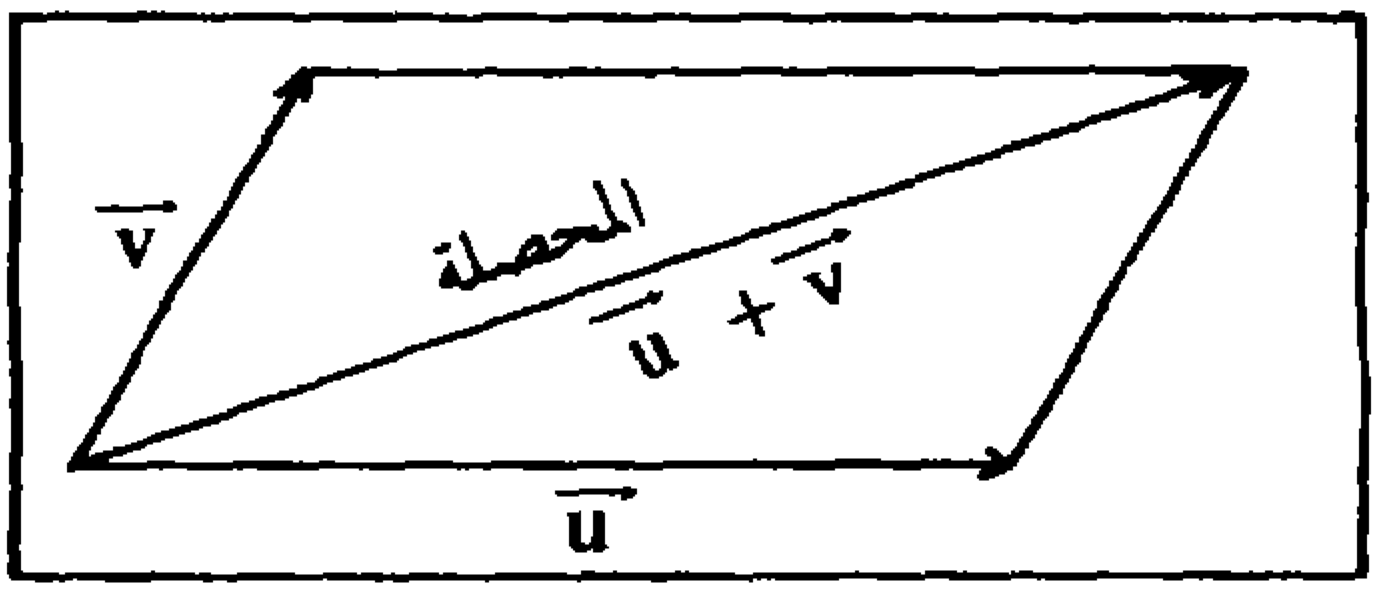
انظر مميز، سيلفستر.

- **محصلة دالتين:**

هي نفس ملتف دالتين.

- **محصلة متجهين (قوى، سرع، تسارعات..):**

هي متجه جديد يساوي مجموع المتجهين الأصليين ويعطي بقطر متوازي الأضلاع المنشأ على هذين المتجهين.



LOCATION محل

- **مبرهنة المحل (أو مبدأ المحل):**

وهي تتعلق بالبحث عن محل تواجد أصفار (جذور) معادلة.

انظر جذر ــ جذر معادلة.

مُحَل LOCALISED

● **متجه محل:**

المتجه المحل عند نقطة A في الفضاء الإقليدي ذي ثلاثة الأبعاد هو زوج مرتب من النقاط (A,B) أو هو قطعة مستقيمة موجهة $\vec{AB}$ نقطة أساسها A. أما المتجه $\vec{AA}$ فهو الصفر المتجه أو المتجه الصفري عند A.

محل هندسي LOCUS

● **المحل الهندسي:**

هو أية مجموعة من النقط أو المستقيمات أو المنحنيات التي تحقق شرطاً واحداً معطى مسبقاً أو عدة شروط معطاة. إذا حققت إحداثيات مجموعة من النقط معادلة معينة فإننا نسمي هذه المجموعة المحل الهندسي لهذه المعادلة وتكون هذه المعادلة هي **معادلة المحل الهندسي**.

مثال: المحل الهندسي للنقط متساوية البعد عن مستقيمين متوازيين هو مستقيم ثالث مواز للمستقيمين السابقين ويقع في منتصف المسافة بينهما.

مثال: المحل الهندسي للنقط متساوية البعد عن نقطة ثابتة هو دائرة مركزها النقطة الثابتة ونصف قطرها يساوي البعد الثابت.

● **المحل الهندسي لمتباينة:**

هو مجموعة من النقط التي تحقق إحداثياتها المتباينة المعطاة. وتسمى هذه المجموعة أحياناً **مجموعة الحل لمتباينة**. وهكذا **فالمحل الهندسي** للمتباينة $x > 2$ في فضاء أحادي البعد هو جزء المحور ox الواقع على يمين النقطة $x = 2$ دون أن يحتوي هذه النقطة. كما أن المحل الهندسي للمتباينة $2x - 3y - 6 < 0$ في فضاء ثنائي البعد هو جزء المستوى الواقع تحت المستقيم $2x - 3y - 6 = 0$.

محلي LOCAL

● **قيمة محلية:**

هي تماماً مثل قيمة مكانية. انظر مكان.

محلياً LOCALLY

- متراص محلياً: انظر متراص.
- متصل محلياً: انظر متصل.
- محدب محلياً: انظر محدب.
- إقليدي محلياً: انظر إقليدي.
- منته محلياً: انظر منته.

محمل (في المساحة أو مسح الأراضي) BEARING

- محمل خط:

وهوالزاوية بين هذا الخط وخط الشمال ـ الجنوب، أي أن محمل أي خط هو اتجاهه بالنسبة لخط الشمال ـ الجنوب.

- محمل نقطة بالنسبة لنقطة أخرى:

هو محمل الخط الذي يصل هاتين النقطتين.

محور AXIS

انظر مخروط؛ أسطوانة؛ قطع ناقص؛ مجسم قطع ناقص؛ قطع زائد؛ قطع مكافىء، حزمة ـ حزمة مستويات؛ محور أساسي استناد ـ محور استناد؛ متناظر ـ تشكلات هندسية متناظرة.

- محور لمنحنٍ أو لسطح:

ونعني به محور تناظر.

- محور منظورية:

انظر منظوري.

- محور دوران:

انظر مجسم ـ مجسم دوران.

- **محور تناظر:**

نقول ان التشكل الهندسي متناظر بالنسبة إلى خط مستقيم Δ يدعى محور التناظر إذا كان يوجد مقابل أي نقطة P في التشكل نقطة أخرى Q في التشكل أيضاً بحيث يكون Δ عموداً منصفاً للقطعة QP.

انظر متناظر.

- **محور إحداثيات أو محور إحداثي:**

وهو خط مستقيم نقيس عليه إحداثيات النقط.

انظر ديكارتي ــ إحداثيات ديكارتية.

- **محور كبير ومحور صغير لقطع ناقص:**

انظر قطع ناقص.

- **محور قطبي:**

انظر قطبي ــ إحداثيات قطبية في المستوى.

- **محاور رئيسية للعطالة:**

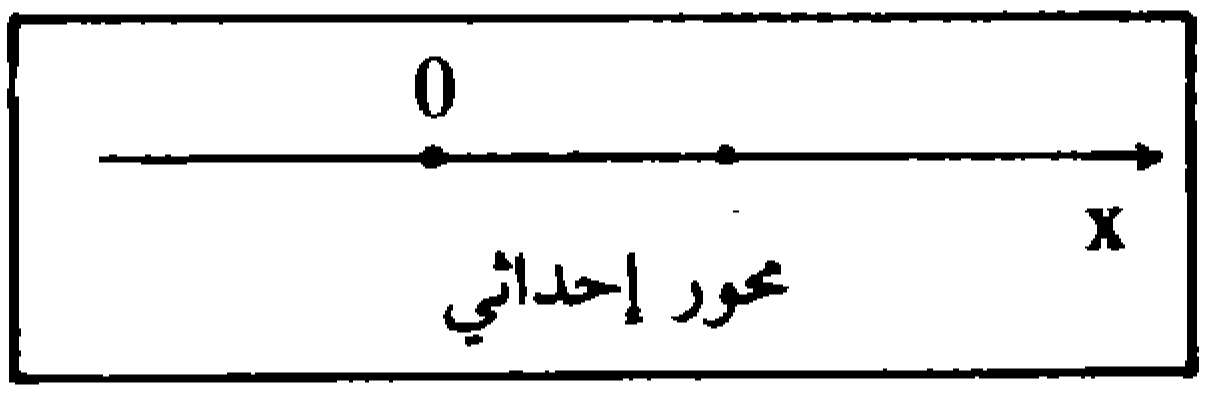
انظر عزم ــ عزم العطالة.

- **محاور حقيقية وتخيلية:**

انظر آرغند ــ رسم آرغند التخطيطي.

- **محاور مستعرضة ومترافقة لقطع زائد:**

انظر قطع زائد.



- **محور Z** — **Z-axis**

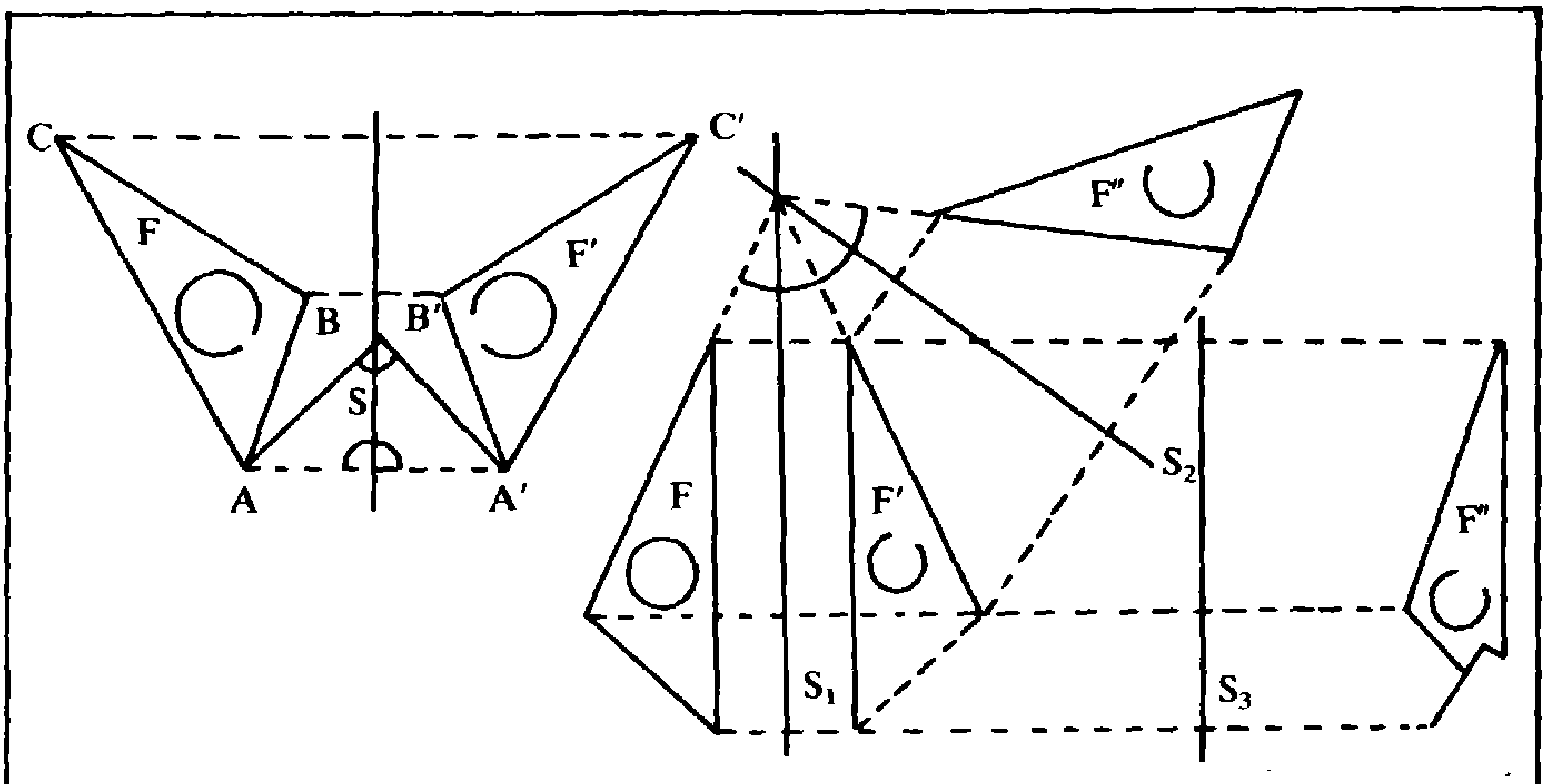
انظر ديكارتي: إحداثيات ديكارتية.

محوري — **AXIAL**

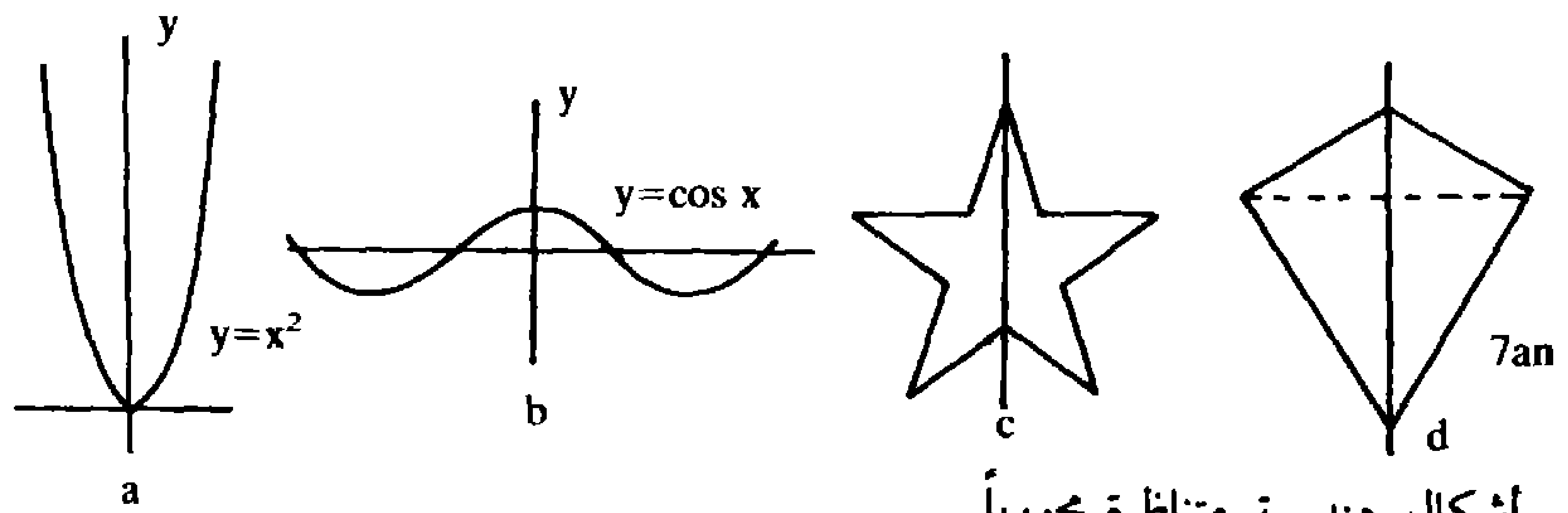
- **تناظر محوري:**

وهو تناظر بالنسبة إلى خط مستقيم.

ونقول إن الخط هو محور التناظر.



S_3, S_2, S_1, S هي محاور التناظر.



أشكال هندسية متناظرة محورياً.

TRANSFORM OF — محوّل

● **محوّل عنصر في زمرة:**

يعرّف محوّل العنصر a في الزمرة G بواسطة العنصر x المنتمي إلى G بأنه العنصر $b = x^{-1}ax$. وتسمى المجموعة المكونة في كل محوّلات a بواسطة جميع عناصر الزمرة G بأنها مجموعة مرافقات العنصر a. كما تسمى هذه المجموعة بالمجموعة المرافقة لعناصر G ويرمز لها بالرمز G_a.

فإذا أخذنا محوّلات زمرة جزئية وفق عناصر G فإننا نحصل على زمر جزئية مختلفة تسمى مجموعة الزمر الجزئية المرافقة.

كما أن أي زمرتين جزئيتين من هذه المجموعة تكونان مترافقتين فيما بينهما.

● محوّل مصفوفة A:
هو مصفوفة B نحصل عليها بالشكل التالي $B = P^{-1}AP$ حيث P هي مصفوفة غير منفردة أي $\det B \neq 0$.
انظر زمرة؛ لا متغير ـ زمرة جزئية لامتغيرة.

محيد **UNIMODULAR**

● مصفوفة محيدة:
مصفوفة مربعة معينها يساوي 1.

محيرة **PARADOX**

هي قضية تبدو بوضوح أنها خاطئة، ولا يمكن برهان عدم صحتها بسهولة.

انظر بناخ ـ محيرة بناخ ـ تارسكي؛ انظر بورالي ـ فورتي؛ انظر غاليله؛ انظر هاوسدروف؛ انظر بطرسبورغ؛ انظر راسل؛ انظر زينو.

محيّـرة بطرس بورغ **PETERSBURG PARADOX**

نفرض أن أوس وبيسان يرميان قطعة نقود بحيث يدفع أوس لبيسان 2^n ليرة إذا كان وجه قطعة النقد الذي يظهر للأعلى هو طرة $n - 1$ مرة ونقش في الرمية التي رقمها n وتنتهي اللعبة.

فإذا حددنا عدد الرميات بـ n فإن بيسان سوف تدفع فقط

$$\sum_{1}^{n} \left(\tfrac{1}{2}\right)^k 2^{k-1} = \tfrac{1}{2}n$$

لأوس حتى يلعب هذه اللعبة معها.

● محيرة بطرس بورغ:
طرح هذه المحيّـرة دانيال برنولي (1700-1782) في أكاديمية بطرس بورغ. تظهر هذه المحيرة في المباراة التالية: ترمي قطعة نقد عدداً من المرات إلى أن

تظهر أول طرة، فإذا ظهرت أول طرة في المرة r تنتهي المباراة ويكسب اللاعب الثاني 2 من الدنانير. إن كسب اللاعب الثاني هو متغير عشوائي يأخذ القيم $2^1, 2^2, 2^3, \ldots$ بالاحتمالات المناظرة $\frac{1}{2}, (\frac{1}{2})^2, (\frac{1}{2})^3$. وبذلك يكون توقع (التوقع الرياضي) كسب اللاعب الثاني $\sum_{r=1}^{\infty} 2^r(\frac{1}{2})^r$ وهذا لانهائي. والمحيرة في هذه المباراة هي أن اللاعب الثاني سيحصل على ربح صافي في هذه المباراة مهما دفع من مال (لأن توقع كسبه لانهائي) إلى اللاعب الأول. ويمكن تحوير هذه المباراة لكي تكون عادلة بإضافة الشرط التالي: يحدّد عدد ثابت $N(> 1)$ ويشترط انتهاء المباراة وعدم كسب اللاعب الثاني أي شيء إذا لم تظهر طرة في خلال أول N من الرميات. وبذلك يكون توقع كسب اللاعب الثاني $\sum_{r=1}^{\infty} 2^r(\frac{1}{2})^r = N$ وهو المبلغ الواجب أن يدفعه اللاعب الثاني لكي تكون المباراة عادلة.

محيط — CIRCUMFERENCE

(1) انظر دائرة.

(2) هو حدود كل منطقة محصورة داخل منحن بسيط مغلق (كالمضلع مثلاً).

- **محيط الكرة:**

هو محيط أي دائرة كبرى على هذه الكرة.

محيط — PERIMETER

هو طول المنحنى المغلق. مثل محيط الدائرة والقطع الناقص ومجموع أضلاع مضلع. انظر متساوي المحيط.

محيطي — CIRCUMSCRIBED

نقول عن تشكل من الخطوط أو المنحنيات أو السطوح أنه محيطي بالنسبة لمضلع (أو كثير وجوه) إذا كانت كل رؤوس المضلع (أو كثير الوجوه) تقع على التشكل وكان المضلع نفسه يقع داخل هذا التشكل.

نقول عن مضلع (أو كثير الوجوه) أنه محيطي بالنسبة لتشكل إذا كان كل ضلع من أضلاع المضلع (أو كل وجه من وجوه كثير الوجوه) مماساً للتشكل وكان التشكل نفسه يقع داخل المضلع (أو كثير الوجوه). إذا كان شكل ما محيطياً حول شكل ثان فإننا نقول إن هذا الأخير **محاط** بالأول. كما أن الاصطلاح «تشكل محيط» يستعمل كمرادف لتشكل محيطي. وبشكل خاص، فإن **الدائرة المحيطة** بمضلع هي الدائرة التي تمر برؤوس المضلع ويكون الضلع في هذه الحالة **محاطاً** بالدائرة.

إذا كان المضلع نظامياً كان طول ضلعه s فإن نصف قطر الدائرة يكون

$$r = \frac{s}{2} \csc \frac{180^0}{n}$$

إذا كان المضلع مثلثاً أضلاعه a,b,c وكان $\ell = \frac{1}{2}(a + b + c)$ فإن r يكون

$$r = \frac{abc}{4\sqrt{(\ell - a)(\ell - b)(\ell - c)}}$$

إذا كان المضلع نظامياً له n ضلعاً فإن مساحته تكون $\frac{1}{2} r^2 \sin \frac{360^0}{n}$

ويكون محيطه $2r\, n \sin \frac{180^0}{n}$

حيث أن r هو نصف قطر الدائرة المحيطة. **المضلع المحيط** بدائـرة هو مضلع بحيث يكون كل واحد من أضلاعه مماساً للدائرة وتكون الدائرة في الحالة هذه مجاطة بالمضلع.

انظر **محاط** ـ دائرة محاطة بمثلث.

إذا كان المضلع نظامياً فإن مساحته تكون $n\, r^2 \tan \frac{180^0}{n}$

أما محيطه فيكون $2n\, r \tan \frac{180^0}{n}$

حيث أن r هو نصف قطر الدائرة المحاطةو n عدد أضلاع المضلع.

إذا كان طول ضلع المضلع s وكان n عدد الأضلاع فإن نصف القطر يكون $\frac{1}{2} s \cot \frac{180}{n}$

● **الكرة المحيطة:**

بكثير وجوه هي كرة تمر بكل رؤوسه. ونقول عن كثير الوجوه أنه محاط بالكرة.

أما الكرة المحاطة بكثير وجوه فهي كرة مماسة لكل وجوهه ونقول عندها أن كثير الوجوه محيط بالكرة.

● **الهرم المحيط بمخروط:**

هو هرم تكون قاعدته محيطة بقاعدة المخروط ويكون لكل من الهرم والمخروط نفس الرأس. ونقول إن المخروط محاط بالهرم.

● **المخروط المحيط بهرم:**

هو مخروط تكون قاعدته محيطة بقاعدة الهرم ورأسه منطبق على رأس هذا الهرم ويكون الهرم والحالة هذه محاط بالمخروط.

● **موشور محيط بأسطوانة:**

هو موشور تكون كل من قاعدتيه مستواة مع قاعدة من قاعدتي الأسطوانة ومحيطة بها. وتكون الوجوه الجانبية للموشور مماسة للسطح الأسطواني، ونقول أن الأسطوانة محاطة بالموشور.

أما الأسطوانة المحيطة بالموشور فهي أسطوانة تكون كل من قاعدتيها مستواة مع قاعدة من قاعدتي الموشور ومحيطة بها. الحروف الجانبية للموشور تكون عناصر للأسطوانة ونقول ان الموشور محاط بالأسطوانة.

مخادع ILLUSORY

● **الارتباط المخادع:**

هو ارتباط مهم بين متغيرين مع عدم اقتضاء وجود علاقة سببية بينهما. فمثلاً يوجد ارتباط إيجابي بين المجتمع السكاني في مصر واستهلاك الكهرباء في الجزائر حيث أنهما مترابطان إيجابياً مع الزمن.

- اقتران مخالف التغير:

انظر اقتران.

- حقل متجهات مخالف التغير:

انظر متجه ـ حقل متجهات مخالف التغير.

- دليل مخالف التغير:

انظر موتر.

- المشتق المخالف التغير لموتر:

المشتق المخالف التغير للموتر $t^{a_1 \ldots a_p}_{b_1 \ldots b_q}$

هو الموتر $t^{a_1, \ldots, z_{p,j}}_{b_1 \ldots b_q} = g^{j\sigma} t^{a_1 \ldots a_p}_{b_1 \ldots b_{q,\sigma}}$

(تستعمل هنا اصطلاح التجميع) حيث أن g^{ij} هي $\frac{1}{g}$ ضرب متعامل g_{ij}

في المعين $g = \{g_{ij}\}$ و $t^{a_1 \ldots a_p}_{b_1 \ldots b_{q,\sigma}}$ هو المشتق الموافق التغير.

انظر موافق التغير ـ المشتق الموافق التغير لموتر.

كريستوفل ـ رموز كريستوفل.

REDUCET مختزل

- معادلة تكعيبية مختزلة:

هي المعادلة التي تكتب بالصيغة $y^3 + py + q = 0$ وهي الصيغة التي تأخذها المعادلة التكعيبية العامة $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ وذلك بتعويض $x = y - a/3$.

- معادلة تفاضلية مختزلة:

انظر معادلة تفاضلية.

مختصر ABRIDGED

● ضرب مختصر:

انظر ضرب.

● ترميز بلوكر المختصر:

وهو ترميز يستعمل لدراسة المنحنيات، ويقوم على إعطاء رمز لكل دالة بحيث إذا ساوينا الدالة بالصفر يكون المنحنى محلها الهندسي وتختزل هذه الطريقة دراسة المنحنيات إلى دراسة كثيرات الحدود من الدرجة الأولى. مثلاً إذا كان $L_1 = 0$ يرمز إلى $2x + 3y - 5 = 0$ و $L_2 = 0$ يرمز إلى $x + y - 2 = 0$ فإن $k_1L_1 + f_{12}L_2 = 0$ يرمز إلى عائلة الخطوط التي تمر بالنقطة المشتركة (1,1) بين L_1 و L_2.

انظر حزمة ـ حزمة خطوط خلال نقطة.

مختل DEFECTIVE

● المعادلة المختلة:

انظر معادلة ـ المعادلة المختلة.

● العدد المختل:

انظر عدد ـ العدد المختل.

مختلط MIXED

● جداء مختلط: انظر جداء.

● عبارة مختلطة: هي مجموع كثير حدود مع كسر جبري.

● عدد مختلط:

هو عدد مؤلف من جزء صحيح وآخر كسري، مثل $5\frac{7}{8}$.

● عشري مختلط: انظر عشري.

● مشتق جزئي مختلط: انظر جزئي.

مختلف الأضلاع SCALENE

● **مثلث مختلف الأضلاع:**

مثلث ليس فيه ضلعان متساويان. (مثلث مستو أو كروي).

مختلف المركز ECCENTRIC

● **التشكلات المختلفة المركز:**

هي تشكلات مراكزها غير متطابقة. وفي العادة يستخدم هذا التعبير عند الكلام عن دائرتين.

● **زاوية الاختلاف المركزي والدوائر:**

انظر قطع ناقص وقطع زائد ــ المعادلات الوسيطية للقطع الزائد.

مخرج DENOMINATOR

مخرج الكسر هو الحد الواقع تحت خط الكسر أي الحد الذي يقسم الصورة. فمثلاً مخرج الكسر $\frac{2}{3}$ هو 3.

● **المخرج المشترك:**

انظر مشترك.

مخروط CONE

(1) المخروط هو سطح مخروطي.

انظر مخروطي ــ سطح مخروطي.

(2) هو مجسم محصور بين منطقة في المستوى (تسمى **القاعدة**) وبين السطح الذي تشكله المستقيمات الواصلة بين نقاط حدود القاعدة من جهة ونقطة ثابتة لا تقع في مستوى القاعدة من جهة أخرى. وتسمى هذه المستقيمات بعناصر المخروط. أما النقطة الثابتة فهي رأس المخروط. (وللدقة نقول إن

المخروط هو السطح الذي يحد هذا المجسم). المسافة العمودية بين الرأس ومستوى القاعدة تسمى **ارتفاع المخروط**. إذا كان للقاعدة مركز فإن الخط الواصل بين هذا المركز والرأس يسمى **محور المخروط**. إذا كانت القاعدة دائرة أو قطعاً ناقصاً فإننا نقول إن المخروط **دائري أو ناقصي**. كما يعرف المخروط الدائري أحياناً على أنه المخروط الذي تكون تقاطعاته مع المستويات العمودية على المحور والتي لا تقاطع القاعدة يجب أن تكون دوائر.

- **المخروط الدائري المائل**:

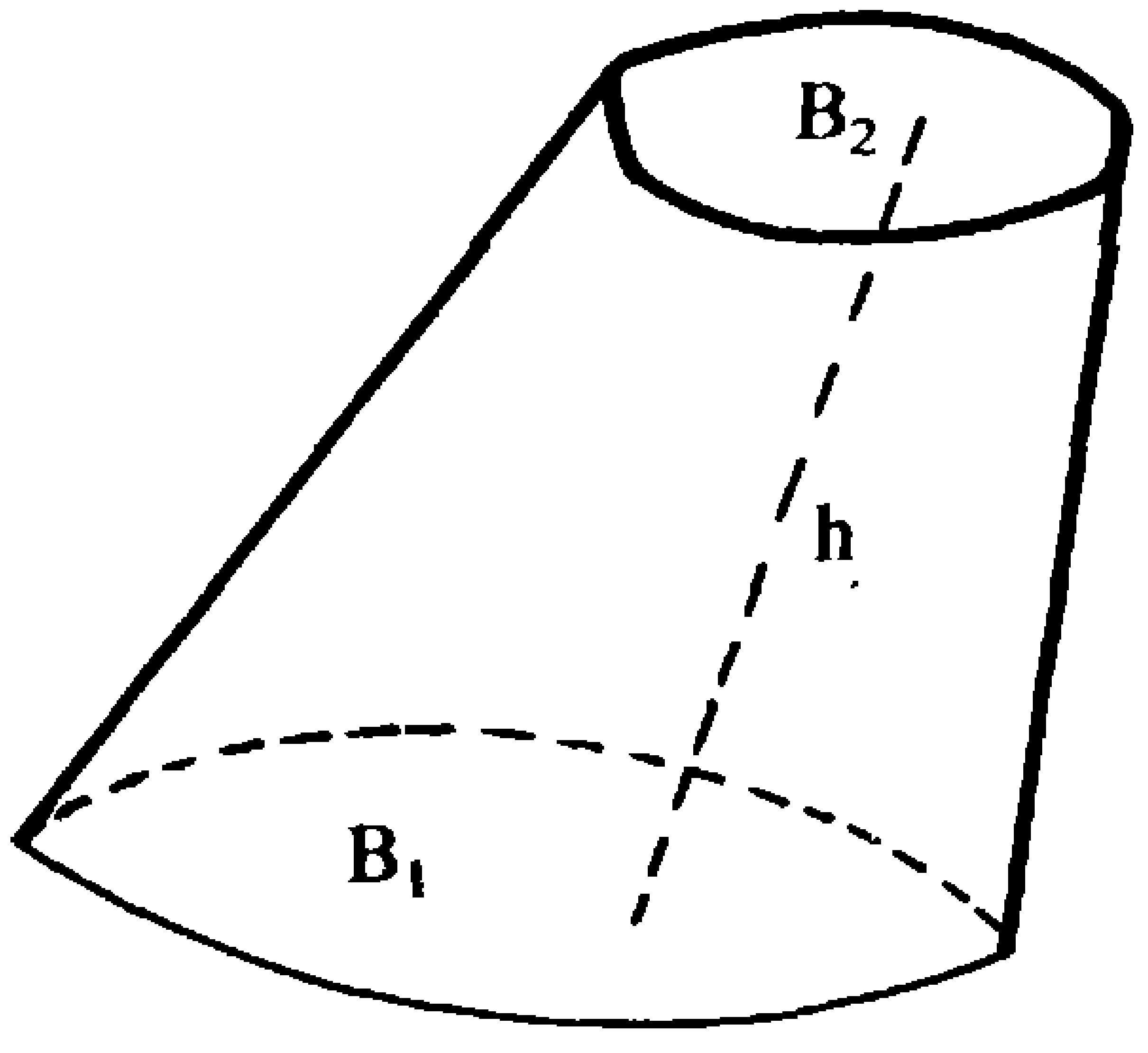
هو مخروط دائري ولا يكون محوره عمودياً على قاعدته.

- **المخروط الدائري القائم أو مخروط الدوران**:

هو مخروط دائري ومحوره عمودي على قاعدته وقد يطلق على هذا المخروط أحياناً اسم **المخروط الدائري** فقط. يمكننا أن نولد المخروط الدائري القائم عن طريق دوران مثلث قائم الزاوية حول إحدى ساقية. أو دوران مثلث متساوي الساقين حول ارتفاعه. **الارتفاع الجانبي** لمخروط دائري قائم هو طول أي من عناصره، **المساحة الجانبية** هي مساحة السطح المولد بواسطة العناصر. (إذا كان المخروط دائرياً قائماً فإن هذه المساحة تساوي πrh حيث أن r هو نصف قطر القاعدة و h هو الارتفاع الجانبي). **حجم المخروط** هو ثلث حاصل ضرب مساحة القاعدة بالارتفاع إذا كان المخروط دائرياً ونصف قطر قاعدته r وارتفاعه s فإن الحجم يكون $\frac{1}{3}\pi r^2 s$.

- **جذع مخروط**:

هو جزء من المخروط بحيث يكون هذا الجزء محدوداً بين القاعدة ومستوى مواز لهذه القاعدة (انظر الشكل).



جذع مخروط

حجم جذع المخروط يساوي $\frac{1}{3}h(B_1+B_2+\sqrt{B_1B_2})$ حيث B_1, B_2

ترمزان إلى مساحتي القاعدتين و h هو ارتفاع الجذع (المسافة بين مستوى القاعدة والمستوى الآخر).

● **المساحة الجانبية لجذع مخروط دائري قائم:**

تساوي $\pi \ell (r + r')$ حيث أن ℓ هو الارتفاع الجانبي و r, r' نصفا قطري القاعدتين.

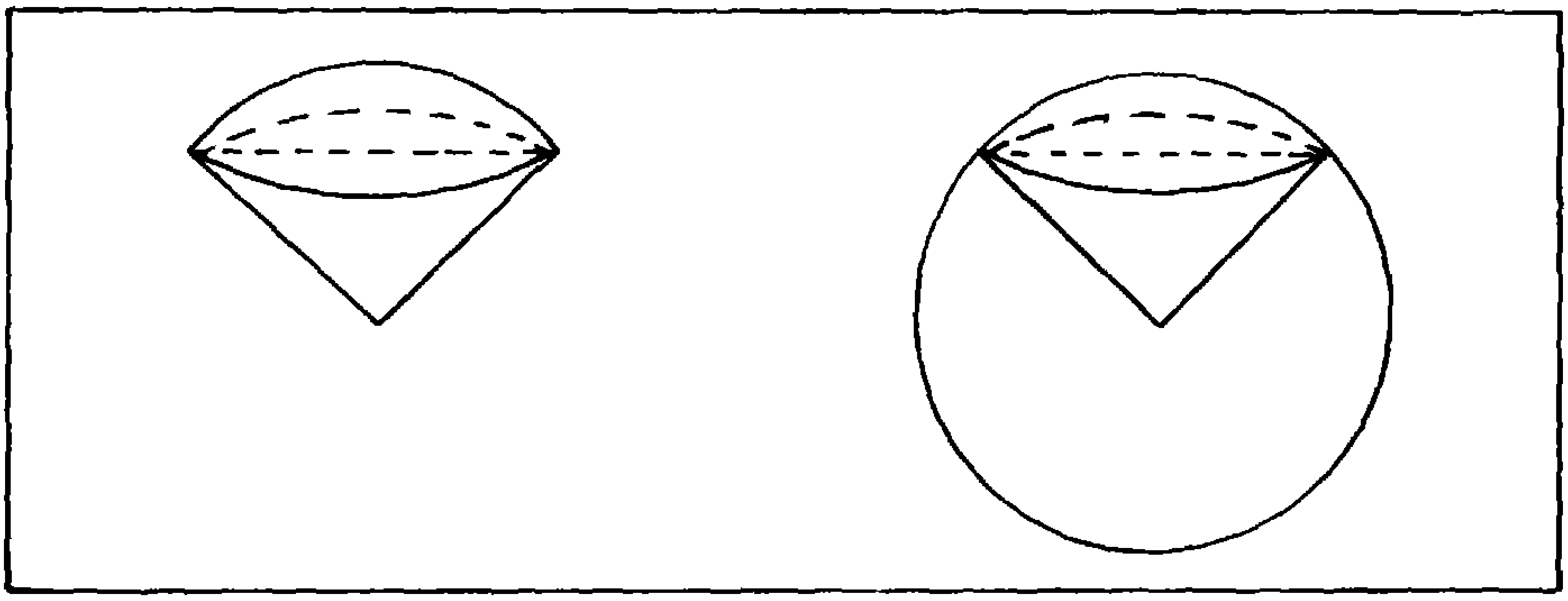
● **تسطير مخروط:**

انظر تسطير.

● **مخروط كروي:**

هو سطح مؤلف من السطح الكروي لقطعة كروية والسطح المخروطي المعرف بواسطة الدائرة المحددة للقطعة الكروية كقاعدة ومركز الكرة كرأس.

انظر **مخروطي ـ سطح مخروطي**.



● **حجم المخروط الكروي:**

يساوي $\frac{2}{3}\pi r^2 h$ حيث أن r هو نصف قطر الكرة و h هو ارتفاع قاعدة المنطقة.

انظـر منطقة.

● **مخروط مماسي لسطح ثنائي الدرجة:**

هو مخروط يكون كل من عناصره مماسًا للسطح. وبشكـل خاص، **المخروط المماس لكرة** هو أي مخروط دائري تكون عناصره مماسات للكرة. إذا تركنا كرة لتقع في مخروط دائري، يكون هذا المخروط مماساً للكرة.

● مخروط مقطوع:

هو قطعة من مخروط محصورة بين مستويين غير متوازيين بحيث لا يثقب خط تقاطعهما المخروط. ويسمى المقطعان المستويان قاعدتي المخروط المقطوع.

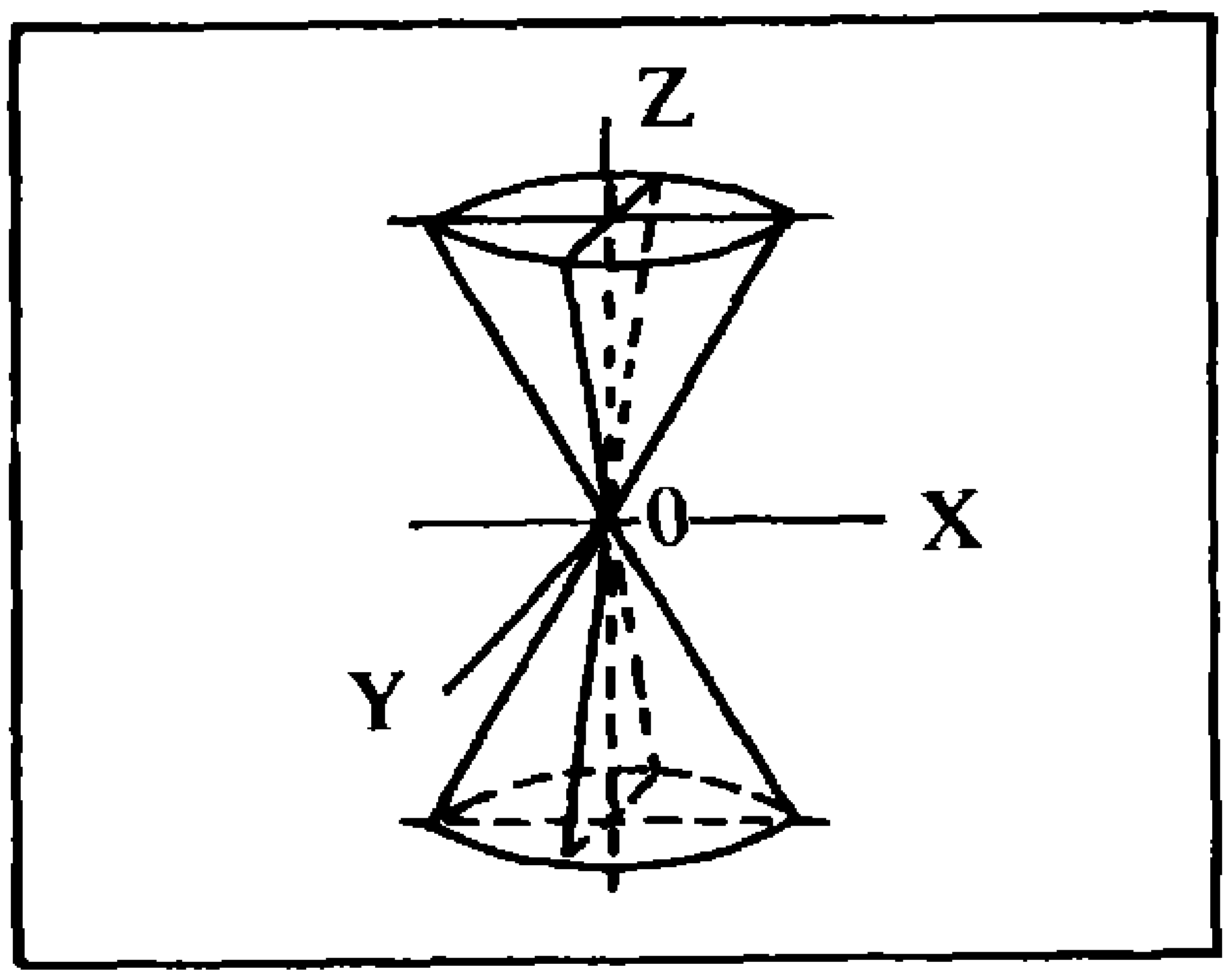
● قطع مخروطي:

انظر مخروطي.

CONICAL مخروطي

● سطح مخروطي:

هو اتحاد كل المستقيمات التي تمر بنقطة ثابتة وتقطع منحنياً ثابتاً. ونسمي النقطة الثابتة بالرأس أو الذروة أما المنحنى فيسمى بالدليل. كما يسمى كل من المستقيمات مولداً أو مولدة. كل معادلة متجانسة في الاحداثيات الديكارتية المتعامدة هي معادلة سطح مخروطي رأسه عند نقطة الأصل.



● سطح مخروطي تربيعي:

هو كل سطح مخروطي يكون دليله واحداً من القطوع المخروطية.

● سطح مخروطي دائري:

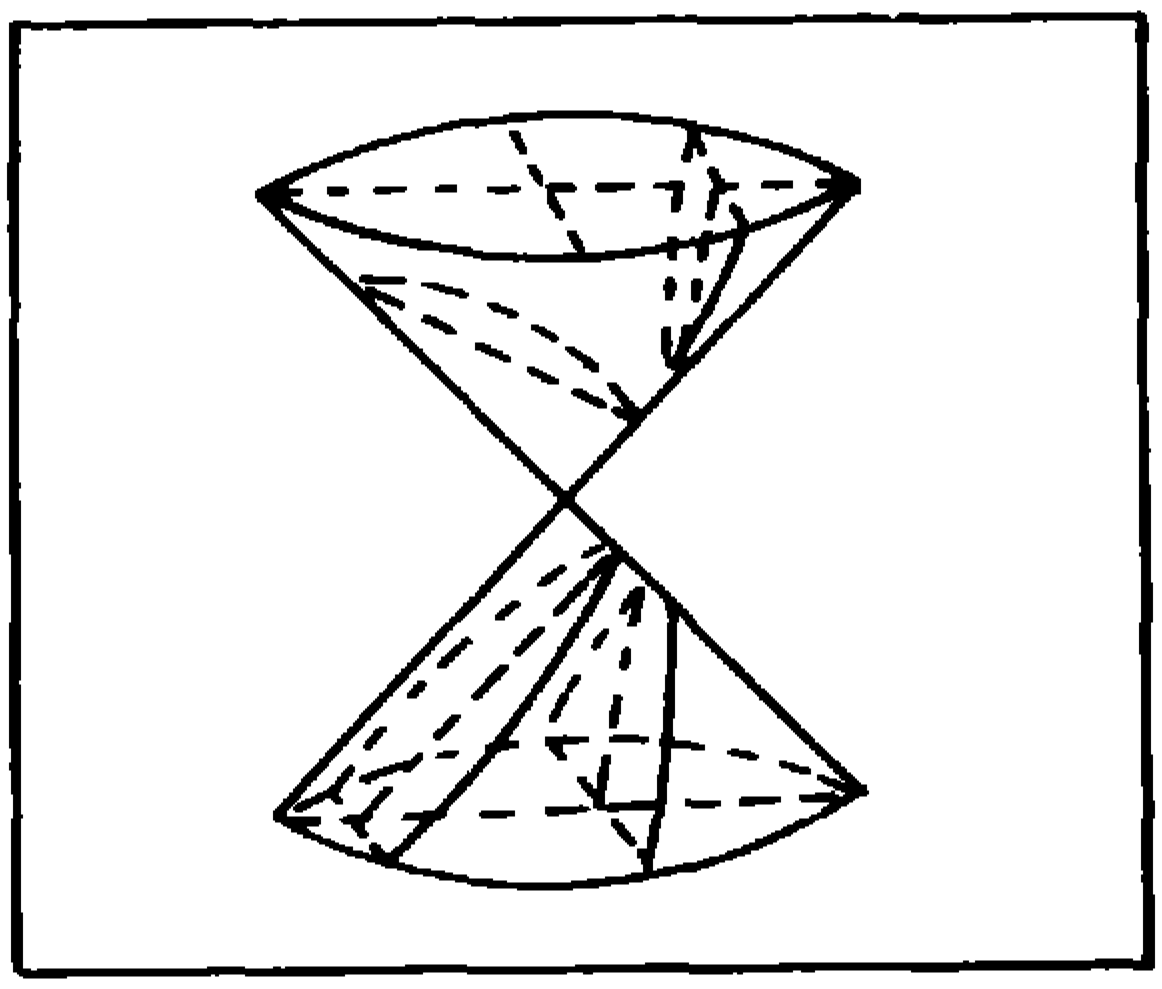
هو سطح مخروطي يكون دليله دائرة ويكون رأسه واقعاً على المستقيم العمودي على مستوى الدائرة والمار بمركزها. إذا كان الرأس عند نقطةالأصل ومستوى الدليل عمودياً على محور z فإن معادلة المخروطي في المتغيرات الديكارتية المتعامدة تكون: $x^2 + y^2 = kz^2$

CONIC مخروطي

القطع المخروطي هو المحل الهندسي لنقطة تتحرك بحيث تكون نسبة بعدهما عن نقطة ثابتة إلى بعدهما عن خط ثابت ثابتة. وتسمى هذه النسبة

الثابتة بـ **الاختلاف المركزي** للمنحنى. تسمى النقطة الثابتة بـ **البؤرة** والخط الثابت بـ **الدليل**. نرمز عادة للاختلاف المركزي بالحرف e.

إذا كان e = 1 فإن المقطع المخروطي يكون **قطعاً مكافئاً**.



إذا كان e<1 فهو **قطع ناقص**. وإذا كان e>1 فهو **قطع زائـد**. وتسمى هذه المنحنيات مخروطيات أو قطوعاً مخروطية لأنه بالإمكان الحصول عليها عن طريق أخذ مقاطع مستوية من سطح مخروطي. (أنظر داندولان). هناك عدة أشكال لمعادلة القطع المخروطي، مثلاً:

(1) إذا كان الاختلاف المركزي e وكانت البؤرة عند القطب وكان الدليل عمودياً على المحور القطبي وعلى مسافة q من القطب لكانت معادلة القطع المخروطي:

$$r = (eq) / (1 + e \cos \theta)$$

أما إذا أخذنا الاحداثيات الديكارتية وكانت البؤرة نقطة الأصل وكان الدليل عمودياً على محور x وعلى مسافة q من البؤرة لحصلنا على المعادلة التالية:

$$(1 - e^2)\, x^2 + 2e^2qx + x^2 = e^2q$$

(2) المعادلة الجبرية العامة من الدرجة الثانية بمتغيرين تمثل قطعاً مخروطياً (بما فيها القطوع المخروطية المضمحلة) أي أن أية معادلة من هذا النوع تمثل واحداً مما يلي:

قطعاً ناقصاً، قطعاً زائداً، قطعاً مكافئاً، خطاً مستقيماً، خطين مستقيمين أو نقطة. وذلك إذا كان هناك نقطة حقيقية على الأقل تحقق المعادلة.

انظر مميز ــ مميز معادلة تربيعية بمتغيرين.

(3) انظر **قطع زائد**، **قطع ناقص**، **قطع مكافيء**.

● **أوتار بؤرية لقطع مخروطي:**

انظر بؤري.

● **الخاصية البؤرية أو الصوتية أو الضوئية للقطوع المخروطية:**

انظر الخاصية البؤرية تحت **قطع زائد، قطع ناقص، قطع مكافىء.**

● **قطر القطع المخروطي:**

انظر **قطر.**

● **قطع مخروطي مضمحل:**

هو نقطة أو خط مستقيم أو خطان مستقيمان لأن كلاًّ من هذه هو شكل نهائي لمخروطي. مثلاً إذا قطع مستوى سطحاً مخروطياً ليعطي قطعاً مكافئاً وإذا حركنا هذا المستوى إلى وضع بحيث يحتوي على عنصر واحد من عناصر السطح المخروطي فإن القطع المكافىء يقترب من خط مستقيم (معدود مرتين). أما إذا جعلنا رأس المخروط يتراجع إلى ما لا نهاية فإن القطع المكافىء يؤول إلى خطين متوازيين. مثال آخر هو القطع الناقص الذي يتحول إلى نقطة إذا حركنا المستوى بشكل نجعله يمر بالرأس ولا يحتوي على أي عنصر من عناصر السطح المخروطي. كما أن القطع الزائد يتحول إلى خطين متقاطعين إذا جعلنا المستوى يمر برأس المخروط. كل هذه الحالات النهائية يمكن الحصول عليها جبرياً عن طريق تغيير الوسطاء في المعادلات المختلفة لهذه المنحنيات.

انظر **مميز ــ مميز لتربيعي عام.**

● **قطوع مخروطية متبائرة:**

انظر **متبائرة.**

● **قطوع مخروطية متشابهة التماكن:**

نقول عن قطعين مخروطيين أنهما متشابها التماكن إذا كانا من نفس النمط (أي أن يكون الاثنان قطعين ناقصين أو قطعين زائدين أو قطعين مكافئين) وإذا كانت محاورهما متوازية.

● **قطوع مخروطية مركزية:**

هي القطوع المخروطية التي لها مراكز أي القطوع الزائدة والقطوع الناقصة.

انظر **مركز.**

● مماس لقطع مخروطي عام:

(1) إذا كانت معادلة القطع المخروطي الديكارتية هي:

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0$$

فإن معادلة المماس عند النقطة (x_1,y_1) تكون:

$$ax_1x + b(xy_1 + x_1y) + (y_1y + d(x + x_1) + e(y + y_1) + f = 0$$

(2) إذا كانت معادلة المخروطي في الاحداثيات الديكارتية المتجانسة هي:

$$a_{ij} = a_{ji}, \qquad \sum_{i,j=1}^{3} a_{ij}\, x_i\, x_j$$

فإن معادلة المماس عند النقطة (b_1,b_2,b_3) هي: $\sum_{i,j=1}^{3} a_{ij}\, b_i\, x_j = 0$

انظر احداثيات ـ احداثيات متجانسة.

مخطط

لتكن M مجموعة وليكن $x{:}M \rightarrow R^n$ تطبيقاً مجاله مجموعة جزئية U في M. نقول ان x مخطط بعديته n إذا كان مدى x مجموعة جزئية مفتوحة في R^n. وإذا استعملنا دوال الإسقاط $p_i{:}R^n \rightarrow R$ فإن المخطط x يُعرِّف على U مجموعة من الدوال الاحداثية:

$$i = 1, \ldots, n \qquad x^i = p_i{}^o x$$

بحيث يكون $x = x^1, \ldots, x^n$، وبذلك إذا كانت m نقطة في U نستطيع أن نستعمل x لنعطي m الاحداثيات $xm = (x^1m, \ldots, x^nm)$.

مخطط **CHART**

● مخطط انسيابي

(في حسابات الحاسبات):

هو رسم تخطيطي فيه صناديق معلمة وأسهم تدل على النموذج أو المنوال

المنطقي الذي تسير عليه المسألة. وهو عادة لا يحتوي على لغة أو تعليمات أو أوامر.

انظر تشفير؛ برمجة ـ برمجة الآلة حاسبة.

- **مخطط في منطوى:**

انظر منطوي ـ أطلس في منطوى.

مُـخرَج — **OUTPUT**

هو كل المعلومات التي تخرج من الآلات الحاسبة بعد تغذيتها بمعطيات وتخرج هذه المعلومات إما مطبوعة أو على شاشة.

مخفَض — **DEPRESSED**

- **المعادلة المخفضة:**

هي المعادل الناتجة بعد تخفيض عدد جذور معادلة ما.

فمثلاً المعادلة $x^2 - 2x + \ = 0$ هي المعادلة المخفضة والناتجة من قسمة المعادلة $x^3 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$ على الكمية $x - 1$.

مخلخل — **RARE**

- **مجموعة مخلخلة:**

هي مجموعة كثيفة في لا مكان.

انظر كثيف ـ مجموعة كثيفة.

مخمِّن — **ASSESSOR**

وهـو الشخص الذي يقـدّر (يخمّن) قيمة الأمـلاك كأسـاس لفرض الضريبة.

مدى — RANGE

● **مدى (دالة):**

هو مجموعة القيم التي تأخذها الدالة. فمثلاً مدى الدالة $f(x) = x^2$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة إذا كان مجال الدالة مجموعة الأعداد الحقيقية.

● **مدى التغير:**

هو مجموعة القيم التي يأخذها المتغير.

● **مدى (إحصاء):**

إذا كانت كل كتلة التوزيع الاحتمالي كائنة ضمن مسافة منتهية فإنه يوجد حد أعلى g للمجموعة $\{x|F(x) = 0.\}$ وحد أدنى G للمجموعة $\{x|F(x) = 1\}$ (حيث تمثل F(x) دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي x). إن الفترة (g,G) ستحوي كل كتلة التوزيع الاحتمالي، ويسمى طول الفترة (G-g) **مدى التوزيع الاحتمالي** وهو يستعمل أحياناً كمقياس للتشتت أما **مدى العينة** فيعرّف على أنه الفرق بين أكبر وأصغر مشاهدة في العينة. وبصورة أدق لو كانت $X_{(1)} < X_{(2)} < \ldots < X_{(n)}$ هي الاحصاءات المرتبة لعينة حجمها n فإن مدى هذه العينة هو $X_{(n)} - X_{(1)}$.

مدى ربيعي — INTERQUARTILE RANGE

هو الفرق بين الربيع الأول والربيع الثالث للتوزيع. وهذا يغطي النصف الأوسط من قيم توزيع التكرار.

مدار — ORBIT

لنأخذ M منطوياً تفاضلياً. ونأخذ G زمرة تحويلات تؤثر على M، أي أن هناك دالة $(\Phi: G \times M \rightarrow M)$ بحيث:

(i) لكل $(g \in G)$ نعرف الدالة $(\psi_g: M \rightarrow M)$ بواسطة: $\psi_g(m) = \Phi(g,m)$

ويكون (ψ_g) المعرف أعلاه تماثلاً تفاضلياً على M.

(ii) $\psi_g \circ \psi_h = \psi_{gh}$ إذا كانت $(m \in M)$ فإن مدار النقطة m هو المجموعة:

$$0(m) = \{ \Phi(g,m) \mid g \in G\}$$

كما ترمز بعض الكتب إلى $\Phi(g,m)$ بالرمز (gm) وبذلك يكون المدار هو المجموعة

$$0(m) = \{gm \mid g \in G\}$$

مدبّب — LEPTOKURTIC

● توزيع مدبّب:

انظر تفلطح ــ مفلطح.

مُدخل — INPUT

● مركّبة المدخل:

هي أية مركبة في آلة حاسبة تستخدم لإدخال المسائل إلى الآلة. وكأمثلة على مركبات المدخل نورد الآلة الكاتبة، آلة ثقب البطاقات، شريط تسجيل أو لوحة مفاتيح عددية.

مدرّج — GRADUATED

أي مقسّم إلى فترات بعلامات مثل تدريج المسطرة والمنقلة والمحر... الخ.

مدرج تكراري — HISTOGRAM

انظر تردد ــ منحنى التردد.

مدوّر **ROUND**

● **زاوية مدورة:**

زاوية قيمتها 360^0. مرادفها زاوية محيطية كاملة.

مدور **CIRCLED**

انظر متوازن.

مديد **EXTENSIVE**

لتكن T زمرة طوبولوجية و A مجموعة جزئية من T. نقول أن S مجموعة مديدة في T إذا تقاطعت A مع كل مثيل زمرة مكتنزة في T. (أنظر مكتنز). وتستخدم هذه المجموعة في تعريف فكرة المعاودة. (أنظر معاودة).

وإذا كانت T هي مجموعة الأعداد الحقيقية R أو مجموعة الأعداد الصحيحة Z فإن A تكون مديدة في R (أو Z) إذا وفقط إذا احتوت A على متتالية تسير إلى $+\infty$ ومتتالية أخرى تسير إلى $-\infty$.

وإذا كانت A مديدة في T فإن كلا من A^{-1} و tA لكل $t \in T$ تكون مديدة أيضاً.

ويمكن البرهنة على أن العبارات التالية متكافئة:

(أ) A مديدة في T.

(ب) $T = AP$ لكل مثيلة زمرة مكتنزة P في T.

(جـ) $T = Atp$ لكل مثيلة زمرة مكتنزة P في T وكل $t \in T$.

(د) A تقطع كل انسحاب لكل مثيل زمرة مكتنزة في T.

مرافق **CONJUGATE**

● **مرافق المصفوفة العقدي:**

انظر مصفوفة.

● **أعداد جبرية مترافقة:**

هي مجموعة جذور للمعادلة الجبرية غير القابلة للاختزال وذات معاملات منطقة من النوع

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_0 = 0$$

مثال: $\frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{7})$ و $\frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{7})$ عددان مترافقان لأنهما جذران للمعادلة $x^2 + x + 2 = 0$.

● **زاويتان مترافقتان:** انظر زاوية.

● **قوسان مترافقان:**

قوسان غير متشابكين يكوّن اتحادهما دائرة كاملة.

● **محور مرافق للقطع الزائد:** انظر قطع زائد.

● **عددان عقديان مترافقان:** انظر عقدي.

● **دالتان محدبتان مترافقتان:** انظر محدّب.

● **منحنيان مترافقان:**

منحنيان يكون الواحد منهما منحنى برتراند بالنسبة للآخر. إن المنحنيات التي تملك أكثر من مرافق واحد هي المنحنيات المستوية والمنحنيات اللولبية الدائرية فقط.

● **أقطار مترافقة:**

قطر معين والقطر الواقع بين الأوتار المتوازية التي تعرّف ذلك القطر المعين. تكون الأقطار المترافقة في الدائرة متعامدة. كما تكون محاور القطع الناقص أقطاراً مترافقة. وبصورة عامة لا تكون الأقطار المترافقة متعامدة.

انظر قطر ــ قطر القطع المخروطي.

● **قطر مرافق لمستوى قطري لثنائي الدرجة المركزي:**

هو القطر الذي يحتوي على جميع مراكز التقاطع الناتجة من تقاطع ثنائي الدرجة المركزي مع مستويات متوازية لقطر معين، كذلك نقول أن المستوى القطري مرافق لذلك القطر.

● **اتجاهان مترافقان عند نقطة على سطح:**

هما اتجاها زوج من الأقطار المترافقة لمبين دوبان عند النقطة الزائدية أو الناقصية P على السطح S. ويوجد اتجاه مرافق وحيد لأي اتجاه معين على S خلال النقطة P، وهذا يعني وجود عدد لامنته من أزواج الاتجاهات المترافقة عند P على S. كما يكون الاتجاهان المترافقان رئيسين إذا كانا متعامدين. ومن غير الممكن تعريف اتجاهات مترافقة عند نقطة مكافئة أو مستوية. ونعرّف مميز المستوى المماسي للسطح S، عندما تنزلق نقطة التماس على امتداد منحنى C، بأنه مماس السطح S الذي يكون اتجاهه مترافقاً مع اتجاه C.

انظر أدناه **نظام منحنيات مترافقة على سطح.**

● **ثناءات ومتجهات ثناوية مترافقة.**

انظر ثناء.

● **عناصر مترافقة في زمرة وزمر جزئية مترافقة:**

انظر تحويل.

● **عناصر مترافقة في المعين:**

هي العناصر التي يحل بعضها محل بعضها الآخر عند استبدال الأعمدة بالصفوف في المعين. فمثلاً العنصر a_{24} الواقع في الصف الثاني والعمود الرابع هو مرافق العنصر a_{42} الواقع في الصف الرابع والعمود الثاني. وبصورة عامة فإن a_{ij} هو مرافق العنصر a_{ji} حيث يمثل a_{ij} العنصر الواقع في الصف i والعمود j ويمثل a_{ji} العنصر الواقع في الصف j والعمود i.

انظر معين.

● **دوال توافقية مترافقة.**

انظر توافقي ـ دوال توافقية.

● **مجسمان زائديان مترافقان:**

هما مجسمان زائديان يمكن كتابة معادلتيهما، بعد اختيار مناسب للمحاور الاحداثية، بشكل $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ $\quad -\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

ومن صفات هذين المجسمين أن أي مستو يحتوي على المحور المشترك $z = 0$ يجب أن يقطع المجسمين في قطعين زائديين مترافقين.

انظر مجسم قطع زائدي ـ مجسم قطع زائدة بشطر أو بشطرين.

- **عددان تخيليان مترافقان:**

انظر عقدي ـ عددان عقديان مترافقان.

- **نقطتان مترافقتان بالنسبة لقطع مخروطي:**

هما نقطتان P_1 و P_2 في موقعين معينين بحيث إذا رسمنا مماسين للقطع المخروطي من النقطة P_2 فإن P_1 تقع على المستقيم الواصل بين نقطتي التماس، أوهما نقطتان P_1 و P_2 مترافقتان توافقياً مع نقطتي تقاطع القطع المخروطي مع المستقيم الواصل بينهما. وإذا كانت $\sum_{i,j=1}^{3} a_{ij}x_ix_j = 0$ معادلة القطع المخروطي حيث x_3,x_2,x_1 هي إحداثيات ديكارتية متجانسة و $a_{ij} = a_{ji}$ فـإن النقـطتـين (x_1,x_2,x_3) و (y_1,y_2,y_3) متـرافقتـان إذا وفقط إذا كـان $\sum_{i,j=1}^{3} a_{ij}x_iy_i = 0$.

انظر أدناه مترافقان توافقيان بالنسبة إلى نقطتين.

- **مرباعان مترافقان:** انظر مرباع.

- **جذران مترافقان:**

(1) جذران أصمان ثنائيا الحد ومترافقان.

أنظر أصم.

(2) جذران يشكلان عددين جبريين مترافقين.

- **جذور مترافقة:** نفس أعداد جبرية مترافقة.

- **سطحان مسطران مترافقان:** انظر مسطر.

- **فضاء مرافق:**

إذا كان V فضاء متجهات على الحقل العددي F فإن الفضـاء المرافق للفضاء V هوفضاء متجهات V^* تكون عناصره دوال خطية مجالها V ومداها

يقع ضمن F. وإذا كان V منتهي البعدية فإن للفضاءين V و V^* نفس البعدية ويكون V متماثلاً مع فضائه المرافق الثاني $(V^*)^*$ حيث نعرف العنصر F_x في $(V^*)^*$ والمقابل للعنصر x في V بالعلاقة $F_x(f) = f(x)$ من أجل كل f في V^*. وبصورة خاصة إذا كان N فضاء متجهات معيراً (حقيقياً أو عقدياً) وإذا كانت f دالة (دالي) خطية مستمرة مجالها N ومداها يقع ضمن مجموعة الأعداد الحقيقية أو العقدية فإنه يوجد عدد أصغري يسمى معيار f ويرمز له بالرمز $\|f\|$ بحيث: $\|x\|.\|f\| \quad |f(x)|$ لأجل كل x في N.

وتشكل مجموعة كل هذه الدوال (الداليات) f فضاء خطياً تاماً معيراً (أو فضاء بناخ) وهذا الفضاء هو الفضاء المرافق الأول للفضاء N. وإذا كان N منتهي البعدية فإن N وفضاءه المرافق الثاني يكونان متطابقين (أي متقايسين). ويكون كل فضاء خطي معير متقايساً مع فضاء جزئي من الفضاء المرافق الثاني (أنظر انعكاس فضاء بناخ انعكاسي).

أما إذا كان N فضاء هيلبرت مع متتالية تامة ومتعامدة معيرة $u_1, u_2, \ldots$ فإن متتالية الدوال $f_n(x) = (x, u_n)$ لأجل $n = 1, 2, \ldots$ تكون تامة ومتعامدة معيرة في الفضاء المرافق الأول وتكون المقابلة

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i u_i \longleftrightarrow \sum_{i=1}^{\infty} \bar{a}_i f_i$$

مقابلة متقايسة بين الفضاءين.

مرادف: **فضاء ثنوي؛ فضاء قرين؛ زمرتان جزئيتان مترافقتان.**

انظر تماثل.

- **نظام منحنيات مترافقةعلى سطح:**

عائلتان أحاديتا الوسيط في المنحنيات المعرفة على سطح معين S بحيث:

(أ) يمر منحن واحد فقط من كل عائلة من كل نقطة P من نقاط السطح S.

(ب) يكون اتجاها مماسي هذين المنحنيين عند P اتجاهين مترافقين على السطح S عند النقطة P.

انظر سابقاً **اتجاهان مترافقان عند نقطة على سطح.**

تشكل المنحنيات الوسيطية نظاماً مترافقاً إذا وفقط إذا كان $D' \equiv 0$ على S.

انظر سطح ـ **معاملات السطح الأساسية**.

وكمثال على ذلك فإن خطوط التحدب تشكل نظاماً مترافقاً وهو النظام المتعامد الوحيد.

- **مترافقان توافقيان بالنسبة إلى نقطتين:**

ليكن L مستقيماً ماراً من النقطتين P_1 و P_2. إن أي نقطتين تقسمان L داخلياً وخارجياً بنفس النسبة هما نقطتان مترافقتان توافقيا بالنسبة للنقطتين P_1 و P_2. كذلك نقول أن P_1 و P_2 مترافقتين توافقياً بالنسبة للنقطتين الأخريين.

- **مستقيمان مترافقان تزاوياً:**

انظر متزاو.

- **اتجاهات مترافقة وسطياً على سطح:**

اتجاهات تؤخذ عند نقطة معينة P على السطح S بحيث تصنع هذه الاتجاهات زوايا متساوية مع خطوط تحدب P عند S. وإذا كان التحدب الغاوسي للسطح S موجباً عند P فإن الاتجاهات المترافقة وسطياً حقيقية كما أن نصف قطر التحدب الناظمي s للسطح P في كل من هذين الاتجاهين يكون مساوياً لمتوسط نصفي القطرين الرئيسيين ρ_1 و ρ_2. أي أن $R = \dfrac{(\rho_1 + \rho_2)}{2}$

- **منحن مرافق وسطياً على سطح:**

هو المنحنى C الذي يكون مماساً لاتجاه مرافق وسطياً على سطح معين S عند كل نقطة من نقاط C.

- **طريقة الاتجاهات المترافقة:**

هي تعميم لطريقة التدرجات المترافقة وتستخدم لحل جملة n من المعادلات الخطية في n من المجاهيل. وبموجب هذه الطريقة ليس هناك داع لوضع قيود خاصة على الاتجاهات المترافقة.

● طريقة التدرجات المرافقة:

طريقة تكريرية لحل n من المعادلات في n من المجاهيل $X = (x_1,x_2,...,x_n)$. وتبدأ الطريقة بتقدير ابتدائي $\vec{X}_0$ للحل ثم يتبع ذلك خطوات تصحيحية بشرط أن تكون باتجاهات مترافقة مع بعض بالنسبة إلى مصفوفة المعاملات. ونختار هذه الخطوات نتكون باتجاهات تدرجية ضمن الشرط المذكور أعلاه، بالنسبة إلى دالة تربيعية صفرية القيمة عند الحل $\vec{X}$ للمسألةالأصلية. وتكون مجموعات الرواسب الناتجة من العملية ناظمية بالتبادل.

انظر مرافق ـ نقاط مترافقة بالنسبة لقطع مخروطي.

● طريقة المرافقات المتتالية:

طريقة تكريرية تستخدم في نظرية المتغير المعقد لتقريب قيمة دالة تحليلية تطبق تزاوياً مجال قريب الدائري على داخل دائرة. ويمكن اعتبار هذا التطبيق بمثابة الخطوة الثانية في عملية من خطوتين لتطبيق مجال بسيط الاتصال بصورة متزاوية على داخل دائرة.

مرباع — QUATERNION

هو رمز من الشكل $x = x_0 + x_1 i + x_2 j + x_3 k$ (*)

حيث x_0, x_1, x_2, x_3 هي أعداد حقيقية وهو نوع من التعميم للأعداد العقدية. أما i.j.k فتعرف على أنها

$$i = (0,1,0,0),\ j = (0,0,1,0),\ k = (0,0,0,1)$$

حيث تشير الأعداد داخل الأقواس إلى x_0,x_1,x_2,x_3 الموافقة لـ i,j,k.

نعرف على المجموعة المعرفة بالشكل (*) بعض العمليات.

ضرب سلمي: يعرف بالشكل $cx = cx_0 + cx_1 i + cx_2 j + cx_3 k$.

الجمع: إذا كان $y = y_0 + y_1 i + y_2 j + y_3 k$ فإن

$$x + y = (x_0 + y_0) + (x_1 + y_1)i + (x_2 + y_2)j + (x_3 + y_3)k$$

الضرب: لضرب x بـ y فإننا نجري عملية ضرب شكلية بين x و y على أن نأخذ بالاعتبار الاصطلاحات التالية:

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1$$

$$ij = -ji = k, jk = -kj = i, ki = -ik = j$$

تشكل مجموعتا المربعات **حلقة قسمة وحقل متخالف**. تحقق هذه المجموعة كل موضوعات الحقل ما عدا القانون التبديلي لعملية الضرب.

وأول من اكتشف المرباعات هو العالم العظيم هاميلتون.

انظر **فروبينيوس** ـ مبرهنة فروبينيوس.

- **مرباع مرافق**:

نعرف مرافق المرباع $x = x_0 + x_1i + x_2j + x_3k$ بالشكل $\overline{x} = x_0 - x_1i - x_2j - x_3k$.

أما خواص المرافق فهي

$$\overline{x + y} = \overline{x} + \overline{y}, \overline{x.y} = \overline{x}.\overline{y}$$

$$x.\overline{x} = \overline{x}.x = x^2_0 + x^2_1 + x^2_2 + x^2_3 = N(x)$$

ويسمى العدد N(x) **معيار** x. ويتحقق من أجل كل y,x العلاقة

$$N(xy) = N(x).N(y)$$

مربع SQUARE

(في الحساب والجبر) هو حاصل ضرب كمية في نفسها.

(في الهندسة) هو شكل رباعي ذو أضلاع متساوية وزوايا متساوية. أو مستطيل ضلعاه المتجاوران متساويان ومساحة المربع تساوي مربع طول أحد أضلاعه.

- **أعداد مربعة**:

هي الأعداد التي تكون مربعات أعداد صحيحة أخرى. والأعداد

49, 36, 25, 16, 9, 4, 1

هي أعداد مربعة.

- **طريقة المربعات الأصغر:** انظر أصغر.
- **مجموع مربعات:** انظر انكفاء وتباين ــ تحليل التباين.
- **مجموع مربعات مجمع:** انظر مجمع.
- **مربع كامل:** انظر كامل.
- **مربعات سحرية:** انظر سحري.
- **مصفوفة مربعة:** انظر مصفوفة.

مرتب ORDERED

- **تجزئة مرتبة:**

انظر تجزئة.

- **ثلاثية مرتبة:**

هي مجموعة مؤلفة من ثلاثة عناصر نأخذ فيها الترتيب بعين الاعتبار ونرمز لها بالشكل (x_1,x_2,x_3).

- **زوج مرتب:**

هو مجموعة من عنصرين نعتبر أحدهما هو الأول والآخر هو الثاني ونرمز للزوج المرتب عادة بالشكل (x,y) ونسمي أحياناً x المسقط الأول و y المسقط الثاني. وهكذا فالزوج $(1,3)$ لا يساوي $(3,1)$.

- **مجال كامل مرتب، حقل كامل مرتب:**

انظر مجال، حقل.

- **مجموعة بسيطة الترتيب:**

نفس مجموعة مرتبة كلياً.

- **مجموعة حسنة الترتب:**

هي مجموعة مرتبة كلياً (سلسلة) بحيث يكون لأية مجموعة جزئية منها B عنصر أول x (وهو بالتعريف عنصر يسبق جميع عناصر المجموعة B أي يحقق العلاقة $x \lesssim b$ من أجل أي عنصر b ينتمي إلى B).

مثال (1): إن مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة هي مجموعة حسنة الترتيب. بأخذ العلاقة ≤ أي الترتيب الطبيعي.

مثال (2): إن مجموعة الأعداد الصحيحة وفق علاقة الترتيب الطبيعي ≤ ليست حسنة الترتيب.

مثال (3): إن مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة وفق علاقة الترتيب ≤ ليست حسنة الترتيب لأن مجموعة الأعداد التي هي أكبر من 2 ليس لها عنصر أول.

- **مجموعة مرتبة:**

هي مجموعة A مع علاقة ترتيب معرفة عليها وقد تكون هذه المجموعة مرتبة جزئياً أو كلياً.

نوه هنا إلى أن المجموعة المرتبة كلياً تسمى أيضاً سلسلة.

- **مجموعة مرتبة تسلسلياً:**

نفس **مجموعة مرتبة كلياً**.

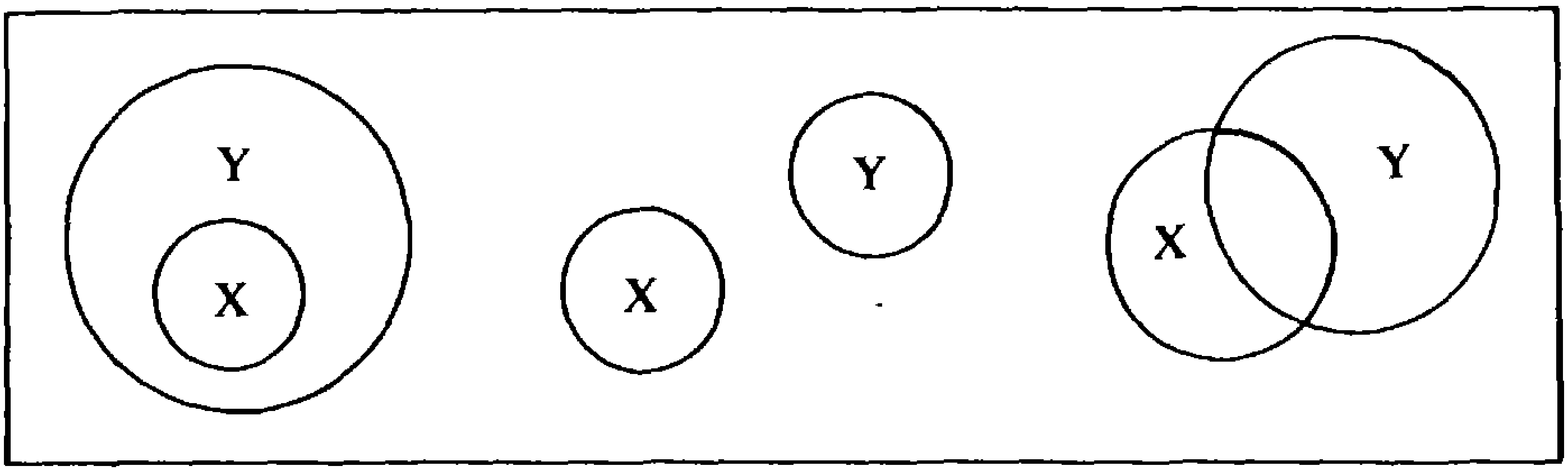
- **مجموعة مرتبة جزئياً:**

هي مجموعة A مع علاقة ترتيب جزئي ≾ معرفة عليها. أو هي الزوج $(A,\precsim)$.

انظر **علاقة ترتيب جزئي**.

مثال (1): الزوج $(A,\subseteq)$ هو مجموعة مرتبة جزئياً حيث A هي مجموعة المجموعات الجزئية في مجموعة S أما ⊆ فهي علاقة الاحتواء.

لاحظ هنا أن ⊆ هي **علاقة ترتيب جزئي** معرفة على A لأن هناك مجموعات جزئية في S غير قابلة للمقارنة وفق العلاقة ⊆ كما يبين الشكل



● مجموعة مرتبة خطياً:

هي نفس مجموعة مرتبة كلياً.

● مجموعة مرتبة كلياً:

هي مجموعة A مع علاقة ترتيب كلي $\leq$ معرفة عليها.

● مرتب من n:

ونرمز له بالشكل $(x_1,x_2,\dots,x_n)$ حيث x_1 هو العنصر الأول، x_2 هو العنصر الثاني، وهكذا. . أي أن تبديل مكان أي عنصرين يؤدي إلى مرتب آخر.

ويمكن تمثيل الزوج المرتب من الأعداد هندسياً بنقطة في المستوي تكون فيه x **فصل النقطة** و y **ترتيب النقطة**.

موضوعة تسيرميلو

إن أية مجموعة يمكن أن تكون حسنة الترتيب إذا افترضنا أنه يمكن اختيار عنصر واحد بشكل خاص في أية مجموعة جزئية غير خالية T. وتسمى هذه الموضوعة عادة **موضوعة الاختيار**.

انظر اختيار؛ **أنظر زورن ـ مأخوذة زورن**.

مرتبة ORDER

● مرتبة التماس لمنحنيين:

هي قياس يمكننا من معرفة مدى قرب هذين المنحنيين من بعضهما بجوار النقطة التي لهما فيها مماس مشترك.

وبشكل أدق ليكن لدينا المنحنيان $(G)\ y = g(x)$, $(F_1)\ y = f(x)$

وليكن

$$f(x_0) = g(x_0)\ ,\ f'(x_0) = g'(x_0), \dots, f^{(n)}(x_0) = g^{(n)}(x_0)$$
$$f^{(n+1)}(x_0) \neq g^{(n+1)}(x_0)$$

عندئذ فإن للمنحنيين (F) و (G) مرتبة تماس هي n.

- **مرتبة الجذر:**

نفس دليل الجذر.

انظر دليل.

- **مرتبة دالة ناقصية:**

هي مجموع مراتب أقطاب الدالة في متوازي أضلاع ذي دور ابتدائي. ونشير هنا إلى أنه لا يوجد دوال ناقصية ذات مرتبة تساوي 0 أو 1.

إذا كانت مرتبة الدالة الناقصية تساوي k فإنها تأخذ عند كل قيمة عقدية k مرة في متوازي أضلاع ذي دور ابتدائي.

- **مرتبة معادلة تفاضلية:**

هي مرتبة أعلى مشتق يظهر في المعادلة التفاضلية.

انظر تفاضلي ـ معادلة تفاضلية.

- **مرتبة منحن أو سطح جبري:**

هي درجة معادلة المنحني أو السطح. وهي أكبر عدد من النقط (الحقيقية أو التخيلية) التي يتقاطع بها خط مستقيم مع المنحنى أو السطح.

- **مرتبة نقطة تفرع لسطح ريماني:**

نقول بأن النقطة P هي نقطة تفرع من المرتبة $k \geq 1$ لسطح ريماني إذا كان $k + 1$ شطراً من السطح الريماني معلقة معاً في P.

- **مرتبة الوحدات:**

عندما نكتب العدد 7895 فإن كل رقم 7,8,9,5 يقع في مكان يحدد قيمته ونسمي أمكنة هذه الأرقام والقيم المحددة لها على النحو التالي:

5 يقع في مرتبة الآحاد أي أنه يضرب بواحد عند حساب قيمة الرقم 5 والرقم 9 يقع في مرتبة العشرات ولذا نضربه بـ10.

أما الرقم 8 ففي مرتبة المئات و7 في مرتبة الآلاف، وهكذا.

- فروق من المرتبة الأولى، الثانية، الثالثة: انظر فرق.
- مرتبة اللانهاية: انظر لانهاية.
- مرتبة «جبرية»: انظر جبرية ـ جبرية على حقل.
- مرتبة نقطة من a لدالة تحليلية: انظر تحليلي ـ نقطة من a لدالة تحليلية.
- مرتبة المشتق: انظر مشتق ـ مشتق من مرتبة عليا.
- مرتبة الزمرة: انظر زمرة؛ دور ـ دور عنصر في زمرة.
- مرتبة متناهي الصغر: انظر متناهي الصغر.
- مرتبة المقدار (الكبر): انظر مقدار ـ مرتبة مقدار.
- مرتبة قطب دالة تحليلية: انظر منعزل ـ نقطة منفردة منعزلة لدالة تحليلية.

مرحلة **STAGE**

انظر نهاية.

مرشّح **FILTER**

لنفرض أن Y فضاء ما. ويعرف المرشح F في Y بأنه العائلة

$$\{A\alpha \mid \alpha \in I\} = F$$

من المجموعات الجزئية غير الخالية (حيث I مجموعة دليلة) بحيث تحقق الخاصتين التاليتين:

(1) $A\alpha \cap A_\beta \in F$ لكل α و β في I.

(2) إذا كانت $A\alpha \in F$ وكانت $B \supset A\alpha$. فإن $B \in F$.

والمرشح الأعظمي: هو مرشح لا يمكن أن يكون مجموعة جزئية فعلية لأي مرشح آخر. وإذا كان F **مرشحاً أعظمياً** وكانت A مجموعة جزئية من Y فإما أن $A \in F$ أو $(y - A) \in F$ وإذا كان Y فضاء طوبولوجياً فيقال ان المرشح F يقترب من النقطة $x \in Y$ إذا كان كل مجاور للعنصر x ينتمي للمرشح F.

انظر نهاية.

مرشحة أعظمية ULTRAFILTER

انظر مرشحة.

مركب COMPOSITE

● **دالة مركبة:**

(1) أنظر تركيب ــ تركيب دوال.

(2) هي دالة قابلة للتحليل إلى عوامل، أي أنه يمكن كتابتها كحاصل ضرب اثنين أو أكثر من الدوال.

مثلاً:

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y) \ , \ x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$$

وغالباً ما تستعمل هذه التسمية مع الدوال كثيرة الحدود والقابلة للتحليل إلى عوامل في حقل معين.

● **عدد مركب:**

هو عدد له عاملان أوليان أو أكثر.

مثلاً: 4 ,6 ,10 وذلك لتمييزه عن الأعداد الأولية والعددين 1±.

وينطبق هذا التعريف على الأعداد الصحيحة فقط.

● **فرض مركب:**

انظر فرض.

● **كمية مركبة:**

هي كمية قابلة للتحليل إلى عوامل.

● **مشتق وتفاضل دالة مركبة:**

انظر سلسلة ــ قاعدة السلسلة؛ تفاضل.

● مركبات الاتجاه:

انظر اتجاه ــ أعداد الاتجاه.

● مركبة آلة حاسبة:

هي أيـة عملية آلية أو مفهوم مجرد له دور مميز في عمليات الحساب الآلي.

انظر حساب، تحكم، مدخل، مخرج، خازن.

● مركبة حساب رقمي كموني مبتدىء: (في الحاسبات)

هي مركبة تستطيع أن تأخذ أي واحدة من مجموعة ثابتة متقطعة من الحالات المستقرة وتؤثر وتتأثر بباقي المركبات في الآلة.

انظر دارة ــ دارة قلابة.

● مركبة متجه: انظر متجه.

● مركبة مجموعة من النقاط:

هي مجموعة جزئية متصلة وأعظمية بمعنى أنها غير محتواة في أية مجموعة جزئية أخرى متصلة.

المركبة في مجموعة هي بالضرورة مجموعة جزئية مغلقة في المجموعة.

● مركبة منحن جبري في المستوى:

انظر منحنى ــ منحنى جبري في المستوى.

● مركبة موتر الجهد: (في النظرية الخطية للمرونة)

هي مجموعة من ست دوال تعين حالة الجهد عند كل نقطة في المادة.

● مركبة لتسارع، لقوة، لسرعة:

انظر مركبة متجه.

BARCENTRIC مركتلي

● إحداثيات مركتلية:

لنأخذ $n + 1$ نقطة $P_0, P_1, \ldots, P_n$ في فضاء إقليدي (أو في فضاء متجهات) E_n بحيث لا تقع جميع هذه النقاط في مستو واحد. إذا كانت x أي نقطة في E_n

فإنه يوجد مجموعة واحدة فقط من الأعداد الحقيقية $\{\lambda_0,\lambda_1,\ldots,\lambda_n\}$ بحيث تكون

$$x = \lambda_0 P_0 + \lambda_1 P_1 + \ldots + \lambda_n P_n$$

و $\lambda_0 + \lambda_1 + \ldots + \lambda_n = 1$

ونقول أن الأعداد $\lambda_0,\lambda_1,\ldots,\lambda_n$ هي الاحداثيات المركتلية للنقطة x وأن النقطة x هي مركز الكتلة وذلك للكتل $\lambda_0,\ldots,\lambda_n$ عند النقاط $P_0,\ldots,P_n$ على الترتيب.

مركز CENTER

يقصد بكلمة مركز عادة مركز التناظر كما هو الحال بالنسبة لمركز الدائرة أو مركز مضلع نظامي كمركز الدائرة المحاطة.

انظر دائرة، قطع ناقص، مجسم قطع ناقص، مجسم قطع زائد، متناظر ــ تشكلات هندسية متناظرة.

- مركز أساسي:

انظر أساسي.

- مركز تجاذب:

ونعني به مركز الكتلة.

- مركز التشابه أو مركز الشبه لتشكلين:

انظر شعاعياً ــ شكلان متعلقان شعاعياً.

- مركز التقوس:

انظر تقوس ــ تقوس منحنى ــ تقوس سطح؛ جيوديزي ــ تقوس جيوديزي.

- مركز الجاذبية:

ويقصد به مركز الكتلة.

- مركز جرزة:

انظر جرزة ــ جرزة مستويات.

● **مركز الضغط لسطح غمس في سائل:**

هي تلك النقطة التي إذا طبقنا عليها محصلة القوي يحصل التأثير نفسه فيما لو كانت القوى موزعة.

● **مركز كتلة:**

هي نقطة يمكننا أن نعتبر أن كتلة الجسم مركزة عندها دون أن يغير ذلك في تأثير التجاذب بين الأرض وهذا الجسم.

هي النقطة التي تمر من خلالها محصلات قوى الجاذبية العاملة على كل جزيئات الجسم وذلك بصرف النظر عن توجيه هذا الجسم.

هي النقطة التي يكون الجسم حولها في حالة توازن.

هي النقطة بحيث يكون العزم حول أي خط هو نفسه فيما لو كان الجسم مركزاً عندها.

انظر عزم ــ عزم الكتلة.

مركز الكتلة هي تلك النقطة على الجسم والتي يكون لها نفس الحركة التي لجسيم له نفس كتلة الجسم وتفعل عليه محصلة القوى الفاعلة على الجسم. إذا كان الجسم يتألف من مجموعة من الجسيمات يكون مركز الكتلة لتلك النقطة التي يحددها المتجه $\vec{r} = \frac{\Sigma \vec{r}_i m_i}{\Sigma m_i}$

حيث أن $\vec{r}_i$ هو المتجه الذي يحدد موضع الجسيم ذي الكتلة m_i. إذا كان توزيع الكتلة مستمراً فإن المتجه $\vec{r}$ الذي يحدد مركز الكتلة يكون $\vec{r} = \frac{\int_s \vec{v}\, dm}{\int_s dm}$

حيث ان s هو الفضاء الذي يشغله الجسم. وتكون إحداثيات مركز الكتلة $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ معطاة بواسطة

$$\vec{x} = \frac{1}{m}\int_s x\, dm\ ,\ \vec{y} = \frac{1}{m}\int_s y\, dm\ ,\ \vec{z} = \frac{1}{m}\int_s z\, dm$$

حيث m هي كتلة الجسم و x,y,z احداثيات نقطة ما على الجسم كتلتها dm و $\int$ يدل على أن المكاملة تتم على الجسم كله. وتكون المكاملة أحادية،

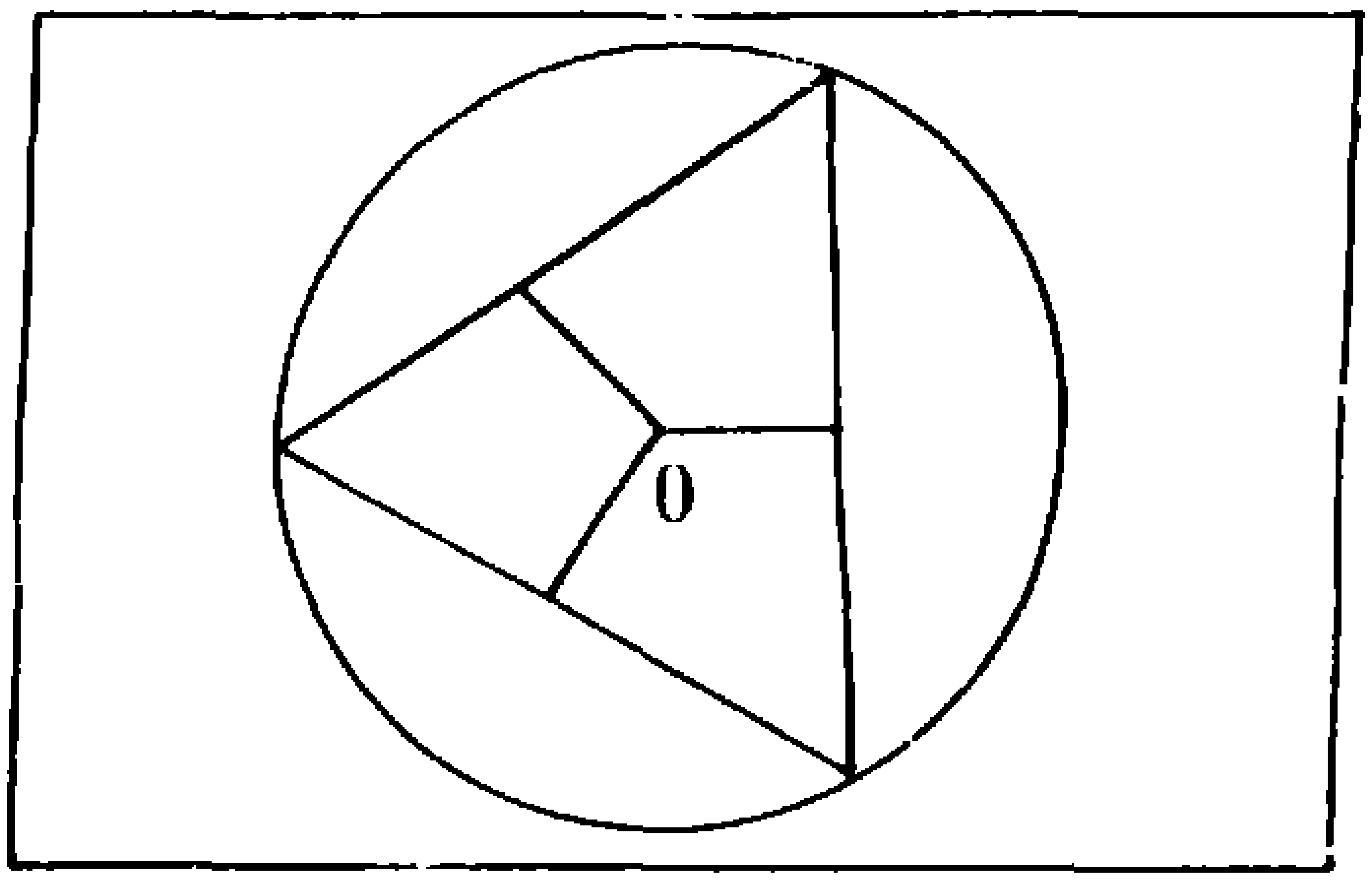
ثنائية أو ثلاثية حسب شكل dm. مثلاً قد تأخذ dm واحداً من الأشكال ρ ds, ρ dxdy, ρ dzdydx حيث أن ρ هي الكثافة.

● مركز منحن:

هي نقطة (إن هي وجدت) يكون المنحنى متناظراً حولها. المنحنيات غير المغلقة (كالقطع الزائد مثلاً) التي تقبل نقطة كهذه تسمى أحياناً مركزية وتسمى النقطة مركز المنحنى ولكن الاستعمال الشائع لكلمة مركز يقصد به المنحنيات المغلقة كالدائرة والقطع الناقص. وتسمى النقطة أيضاً مركز التناظر.

انظر تناظر ـ تناظر تشكل هندسي.

مركز الدائرة المحيطة CIRCUMCENTER



مركز الدائرةالمحيطة هو مركز الدائرة التي تمر في رؤوس المثلث الثلاثة

هو نقطة تلاقي الأعمدة المنصفة لأضلاع المثلث.

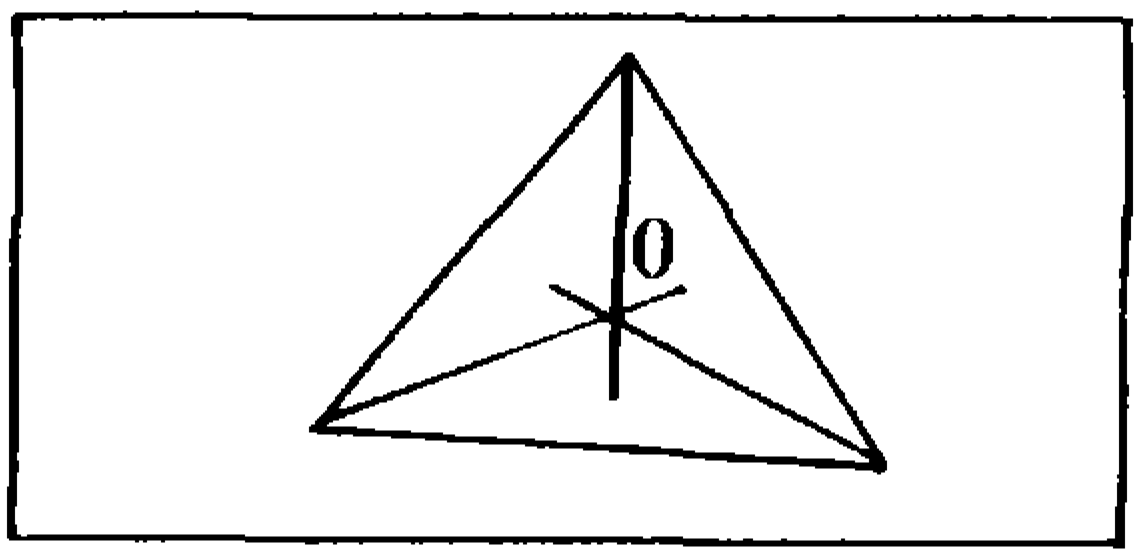
هوالنقطة 0 في الشكل.

مركز خارجي EXCENTER

● المركز الخارجي للمثلث:

هو مركز الدائرة الخارجة للمثلث وهويقع عند تقاطع منصفي الزاويتين الخارجيتين للمثلث.

مركز داخلي INCENTER



● المركز الداخلي للمثلث:

هو مركز الدائرة المحاطة بالمثلث أو هو نقطة تلاقي منصفات زوايا المثلث الداخلية.

مركز متوسط CENTROID

● **مركز متوسط لمثلث:**

انظر أوسط ـ أوسط في مثلث.

● **مركز متوسط لمجموعة:**

هو نقطة تكون إحداثياتها القيم الوسطى لاحداثيات النقاط في المجموعة.

المركز المتوسط لدائرة هو مركز الدائرة.

المركز المتوسط لمثلث هو نقطة تلاقي الأواسط.

أما المجموعات الفضائية التي نستطيع أن نكامل عليها فإن إحداثيات المركز المتوسط $\bar{x},\bar{y},\bar{z}$ تعطى بواسطة:

$$\bar{x} = [\int_s x\, ds]/s$$
$$\bar{y} = [\int_s y\, ds]/s$$
$$\bar{z} = [\int_s z\, ds]/s$$

حيث أن $\int_s$ يعني التكامل على المجموعة و ds عنصر مساحة، عنصر طول أو عنصر حجم حسب بعدية s. يكون المركز المتوسط هو نفسه مركز الكتلة إذا اعتبرنا أن للمجموعة كثافة ثابتة.

انظر مركز ـ مركز كتلة، **تكامل** ـ تكامل محدد، **وسط** ـ قيمة وسطى لدالة.

مركزي CENTRAL

● **إسقاط مركزي:** انظر إسقاط.

● **ثنائيات الدرجة مركزية:** هي مجسمات القطع الزائد ومجسمات القطع الناقص.

● **زاوية مركزية في دائرة:**

هي زاوية يكون كل من ضلعيها نصف قطر.

هي زاوية يكون رأسها عند مركز الدائرة.

● **قياسات النزعة المركزية:**

انظر قياس ـ قياسات النزعة المركزية.

● **مبرهنة النهاية المركزية:** (في الاحصاء)

لتكن $\{x_1,x_2,...\}$ متتالية من المتغيرات العشوائية المستقلة. مبرهنة النهاية المركزية هي مبرهنة تعطي الشروط حتى يأخذ

$$(\sum_{i=1}^{n} X_i - m_n)/s_n$$

توزيعاً طبيعياً تقريباً وذلك إذا كان n كبيراً. حيث أن m_n هو وسط $\sum_{i=1}^{n} X_i$ و S^2_n تباينة.

مثلاً: إذا كانت كل المتغيرات العشوائية لها نفس دالة التوزيع وكان الوسط u منتهياً وكذلك التباين σ^2 فإن توزيع

$$(\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mu)/(\sigma\sqrt{n})$$

يتقارب بانتظام من التوزيع الطبيعي ذي الوسط صفر والتباين 1 وذلك عندما يؤول n إلى ∞. إذا أخذنا الحالة الخاصة التي يكون فيها كل X_i نتيجة تجربة برنولي احتمال النجاح فيها p فإن توزيع

$$[s(n) - np] / [n\, p(1 - p)]^{1/2}$$

يتقارب بانتظام من التوزيع الطبيعي ذي الوسط صفر والتباين 1، حيث أن s(n) هي عدد النجاحات في n من تجارب برنولي.

انظر ثنائي الحد ـ توزيع ثنائي الحد.

● **مخروطيات مركزية:**

هي القطوع الزائدة والقطوع الناقصة.

● **مركزي زمرة:**

هو مجموعة جزئية من الزمرة تضم كل العناصر التي تتبادل مع كل عنصر من عناصر الزمرة، المركزي هو زمرة جزئية لا متغيرة ولكنه من الممكن أن تكون محتواة فعلياً في زمرة جزئية لامتغيرة أخرى.

● **مستوى مركزي ونقطة مركزية لتسطير على سطح مسطر:**

انظر تسطير.

مركم ACCUMULATOR

في الآلات الحاسبة، المركم هو مضيف أو عداد كلما تلقى عدداً يضيفه إلى العدد المخزون لديه.

مرن ELASTIC

● **الأجسام المرنة:**

هي أجسام تملك خاصية الرجوع إلى شكلها وحجمها الأصليين بعد إزالة القوى التي سببت تشوهها.

● **ثوابت المرونة:**

انظر **هوك** ـ قانون هوك المعمم؛ **مرونة** ـ معامل يونغ للمرونة، **وبواسون** ـ نسبة بواسون.

وكذلك انظر **لامي** ـ ثوابت لامي.

مرونة ELASTICITY

إن لكلمة **مرونة** عدة معان نوردها فيما يلي:

(1) تستخدم كلمة المرونة للتعبير عن خاصية الرجوع إلى الشكل والحجم الأصليين عند بعض الأجسام بعد إزالةالقوى التي سببت تشوه هذه الأجسام.

(2) كما تستخدم كلمة المرونة للدلالة على النظرية الرياضية التي تبحث في سلوك الأجسام المرنة. وتختص هذه النظرية بحساب **الجهد والاجهاد** في الأجسام المرنة بعد تعرضها لفعل قوي أو لتشوهات معينة.

والمسألة **الرئيسية الأولى** في المرونة تتعلق بتحديد حالة الاجهاد والتشوه في داخل جسم عندما يتشوه سطحه بطريقة معلومة.

أما المسألة **الرئيسية الثانية** في المرونة فتتعلق بتحديد حالة الاجهاد والتشوه

في داخل جسم عندما يتعرض سطحه لتوزيع معين للقوى الخارجية المؤثرة عليه.

● **المرونة الحجمية:**

تعرف المرونة الحجمية E لجسم ما بالعلاقة

$$E = - V \frac{dP}{dV}$$

حيث V يدل على الحجم و P يدل على الضغط.

معامل يونغ للمرونة

هو مقياس المرونة للمط والانضغاط ويساوي خارج قسمة الاجهاد والجهد الناتج.

مزدوج **PAIRED**

● **مشاهدات مزدوجة:**

انظر متوائمة ـ عينات متوائمة.

مزوال **TRANSIT**

هو أداة لقياس الزوايا تتكون بصورة أساسية من مقراب صغير يدور أفقياً وشاقولياً حيث تؤشر الزوايا التي يدورها على سلم مدرج.

مسألة **PROBLEM**

هي سؤال مطروح للحل.

● **مسألة الألوان الأربعة:** انظر أربعة.

● **صياغة المسألة:**

هي عملية الانتقال من صيغة مبهمة لسؤال أو عدة أسئلة مطروحة إلى

وضع هذه الصيغة بشكل مسألة محددة المعالم سواء من ناحية الغرض أو من ناحية المطلوب. وترتبط عملية صياغة المسألة بما يسمى النمذجة أي عملية الانتقال من واقع عملي ومشاكل تطبيقية مطروحة إلى مسألة محددة المعالم تصف الحالة الواقعية عبر مجموعة من العناصر والعلاقات التي تربط بينها.

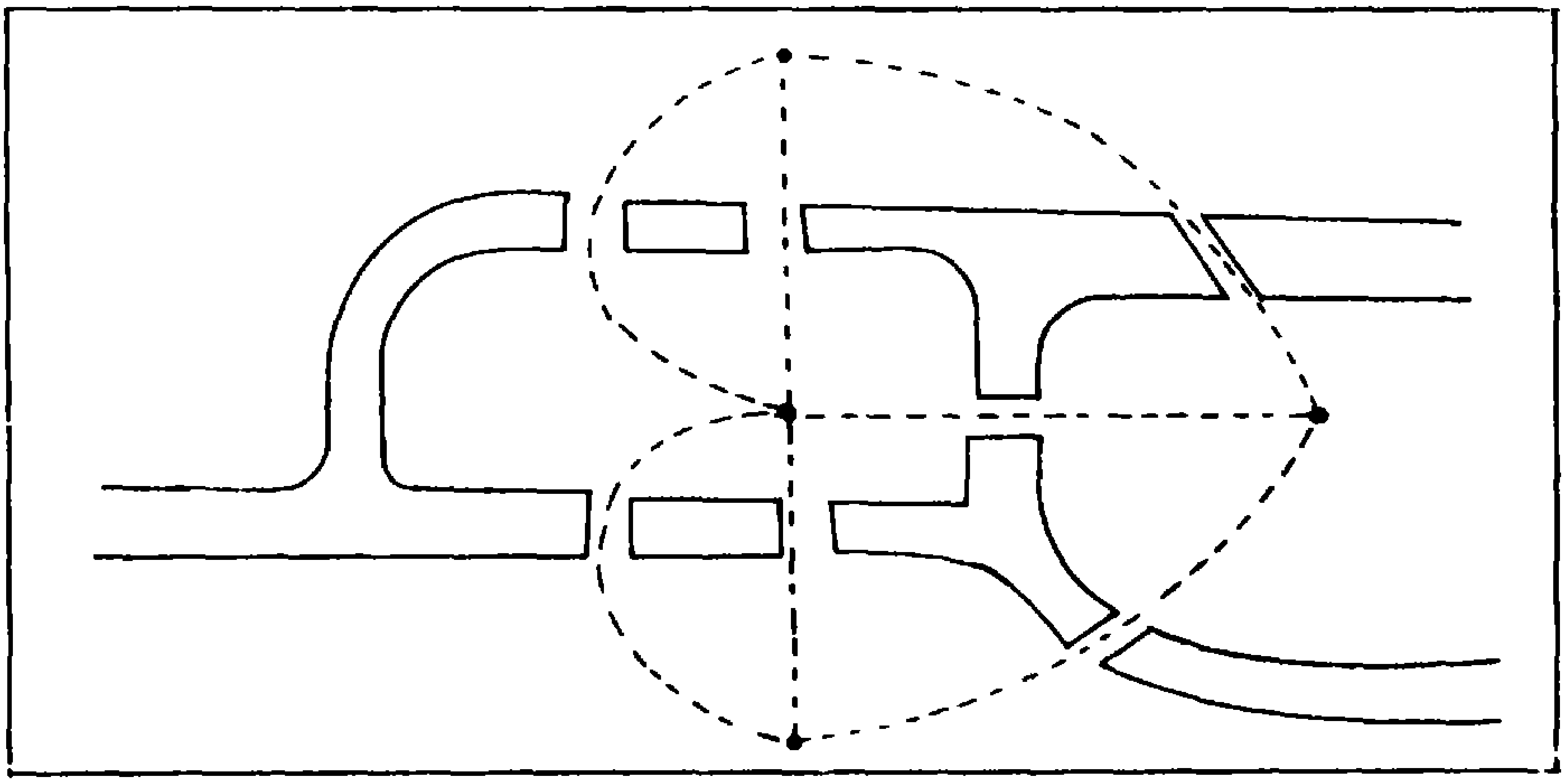
● **مسألة مفتوحة:**

هي مسألة مطروحة ولم يحلها أحد من قبل.

انظر مخمنة.

مسألة جسر كونيغسبرغ — KONIGSBERG BRIDGE PROBLEM

يوجد في مدينة كونيغسبرغ 7 جسور كما هو مبين في الشكل. والمطلوب في المسألة أن تبين أنه من المستحيل عبور الجسور السبعة دون عبور جسر واحد على الأقل أكثر من مرة. وقد تمكن أويلر من برهان هذه المسألة. ومن أجل تحليل هذه المسألة فإنه يمكن أن نستبدل بها شبكة من الرؤوس والقطع المستقيمة المبينة على الشكل بالخطوط المتقطعة. ويمكن هنا أن نبرهن أنه يوجد طريق يجتاز هذه الشبكة دون أن نقطع أي قطعة مستقيمة أكثر من مرة واحدة إذا وفقط إذا كان يوجد عدد من الرؤوس أقل من ثلاثة تنتمي إلى عدد فردي من القطع المستقيمة. ولا بد أن نلاحظ أنه يوجد أربعة رؤوس في مسألة جسر كونيغسبرغ.



مسألة ديدو DIDO'S PROBLEM

هي مسألة إيجاد منحن ذي محيط ثابت معطى ويحيط بأكبر مساحة ممكنة. وإذا كان بامكاننا اختيار جزء من حدود المنحنى كقطعة مستقيمة ذات طول اختياري(على طول نهر مثلاً) فإن المنحنى المطلوب هو نصف دائرة. ويقال أن أول من حل هذه المسألة الملكة ديدو ملكة قرطاجة بشمال افريقيا.

مساحة AREA

● مساحة هلال:

انظر هلال.

● مساحة مجموعة في مستو:

إذا كانت المجموعةمستطيلاً طول ضلعيه المتجاورين b,a، فإن المساحة تكون ab أمام مساحة أية مجموعة محدودة فهي الحد العلوي الأصغر α لمجموع مساحات المستطيلات غير المتشابكة (المتداخلة) والتي تحتويها المجموعة. أو هي الحد الأدنى الأكبر β لمجموع مساحات المستطيلات التي إذا أخذت سوية تغطي المجموعة ويجب أن يكون $\beta = \alpha$. وإذا كان $0 = \beta = \alpha$ نقول ان المساحة مساوية للصفر أما إذا كان $\beta \neq \alpha$ فنقول أنه ليس للمجموعة مساحة.

إذا كان لدينا مجموعة غير محدودة S فإننا نقول ان العدد m هو مساحة S إذا كان للمجموعة $R \cap S$ مساحة لا تزيد على m حيث R أي مستطيل. وتكون مساحة S في هذه الحالة الحد الأعلى الأصغر لمساحات $R \cap S$ وذلك لكل المستطيلات R.

هذا ويمكن استعمال هذا التعريف لايجاد الصيغ المعروفة للمساحات (أنظر مثلاً مساحة الدائرة، مساحة المثلث، الخ..) ويوجد في الحسبان طرق مفيدة جداً لحساب المساحات.

انظر تكامل ـ تكامل محدد.

كما أن طريقة الاستنفاذ مرتبطة بطرق الحسبان أيضاً.

انظر **استنفاذ**.

وتسمى المساحة أحياناً بالمحتوى ذي البعدين.

انظر **محتوى، ديدو، قابل للقياس ـ مجموعة قابلة للقياس، بابوس**.

- **مساحة سطح:**

انظر **سطح ـ مساحة سطح**.

- **تفاضل أو عنصر مساحة:**

انظر **عنصر**.

- **مساحة جانبية:**

لمخروط، أسطوانة، متوازي، إلخ.

انظر هذه الأشكال كلًّا على حدة.

- **العلاقات بين مساحات السطوح المتشابهة:**

النسبة بين مساحات السطوح المتشابهة هي مربع النسبة بين الخطوط المتقابلة (أي مربع نسبة التشابه) فمثلاً، النسبة بين مساحتي دائرتين هي مربع النسبة بين نصف قطريهما.

والنسبة بين مساحتي مثلثين متشابهين هي مربع النسبة بين الأضلاع المتقابلة.

مسار — TRAJECTORY

(1) ممر جسيم متحرك أو جسم سماوي.

(2) هو المنحنى الذي يقطع جميع منحنيات أو سطوح عائلة معينة بنفس الزاوية. والمسار المتعامد هو المنحنى الذي يقطع جميع منحنيات أو سطوح عائلة معينة بزوايا قائمة.

(3) هو المنحنى الذي يحقق قانوناً معيناً مثل مروره بمجموعة معينة من النقاط.

مساعد AUXILIARY

- **دائرة مساعدة لقطع ناقص:**

هي الأكبر بين دائرتي الاختلاف المركزي.

انظر **قطع ناقص.**

- **دائرة مساعدة لقطع زائد:**

انظر **قطع زائد ـ معادلات وسيطية للقطع الزائد.**

- **معادلة مساعدة:**

انظر **تفاضلي ـ معادلات تفاضلية خطية.**

مسافة DISTANCE

- **المسافة الزاوية بين نقطتين:**

هي الزاوية بين الشعاعين المرسومين من نقطة المراقبة وتسمى هذه المسافة أحياناً بـ **المسافة الظاهرية.**

- **المسافة بين خطين:**

(1) إذا كان الخطان متوازيين فالمسافة بينهما هي طول العمود المشترك الذي يصل بين الخطين. وهي تساوي المسافة بين نقطة على أحد الخطين والخط الآخر.

(2) أما إذا كان الخطان متخالفين فإن المسافة بينهما تساوي طول القطعة المستقيمة التي تصل بين الخطين وعمودية عليهما.

- **المسافة بين مستويين:**

المسافة بين مستويين متوازيين تساوي طول القطعة المستقيمة التي يقطعانها من عمود مشترك، أي المسافة بين أحدهما ونقطة على الآخر.

- **المسافة بين نقطتين:**

هي طول القطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين.

(1) في المستوى: المسافة بين النقطتين (x_1,y_1) و (x_2,y_2) تساوي $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

(2) في الفضاء: المسافة بين النقطتين (x_1,y_1,z_1) و (x_2,y_2,z_2) تساوي $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_1 - z_2)^2}$.

● **المسافة بين نقطة ومستقيم أو مستوى:**

هي المسافة العمودية من النقطة للمستقيم أو المستوى. فمثلاً المسافة بين النقطة (x_1,y_1) في المستوى والمستقيم $ax + by + c = 0$ تساوي:

$$\left|\frac{ax_1 + by_1 + C}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$$

وبدون اللجوء للقانون يمكننا إيجاد هذه المسافة بإيجاد نقطة تلاقي العمود النازل من النقطة (x_1,y_1) إلى المستقيم $ax + by + C = 0$ ونسميها (x_2,y_2). فتكون المسافة بين النقطة والمستقيم هي المسافة بين النقطتين (x_1,y_1), (x_2,y_2).

أما المسافة بين النقطة (x_1,y_1,z_1) والمستوى $Ax + By + Cz + D = 0$ فهي:

$$\left|\frac{Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}\right|$$

● **المسافة بين سطح ومستوى المماس:**

لنفرض سطحاً S معادلاته الوسيطية $x = x(u,v)$, $y = y(u,v)$, $z = z(u,v)$ فإن المسافة بين النقطة على السطح المقابلة لـ $(u + du, v + dv)$ ومستوى المماس للسطح S عند (u,v) هي:

$$\tfrac{1}{2}(dxdX + dydY + dzdZ) + e = \tfrac{1}{2}(Ddu^2 + 2D' dudv + D''dv^2) + e = \frac{1}{2}\phi + e,$$

حيث X و Y و Z اتجاهات جيوب تمام الناظم للسطح S و e تمثل الحدود ذات المرتبة 3 أو أعلى في dv,du وكذلك:

$$D = X\frac{\partial^2 x}{\partial u^2} + Y\frac{\partial^2 y}{du^2} + Z\frac{\partial^2 z}{\partial u^2} = \Sigma X\frac{\partial^2 x}{\partial u^2} = -\Sigma\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial u}$$

$$D' = \Sigma \frac{\partial^2 x}{\partial u \partial v} = - \Sigma \frac{\partial X}{\partial u} \frac{\partial x}{\partial v} = - \Sigma \frac{\partial X}{\partial v} \frac{\partial x}{\partial v}$$

$$D'' = \Sigma X \frac{\partial^2 x}{\partial v^2} = - \Sigma \frac{\partial X}{\partial v} \frac{\partial x}{\partial v}$$

انظر **سطح** ـ الشكل التربيعي الأساسي للسطح.

● **المسافة القطبية:**

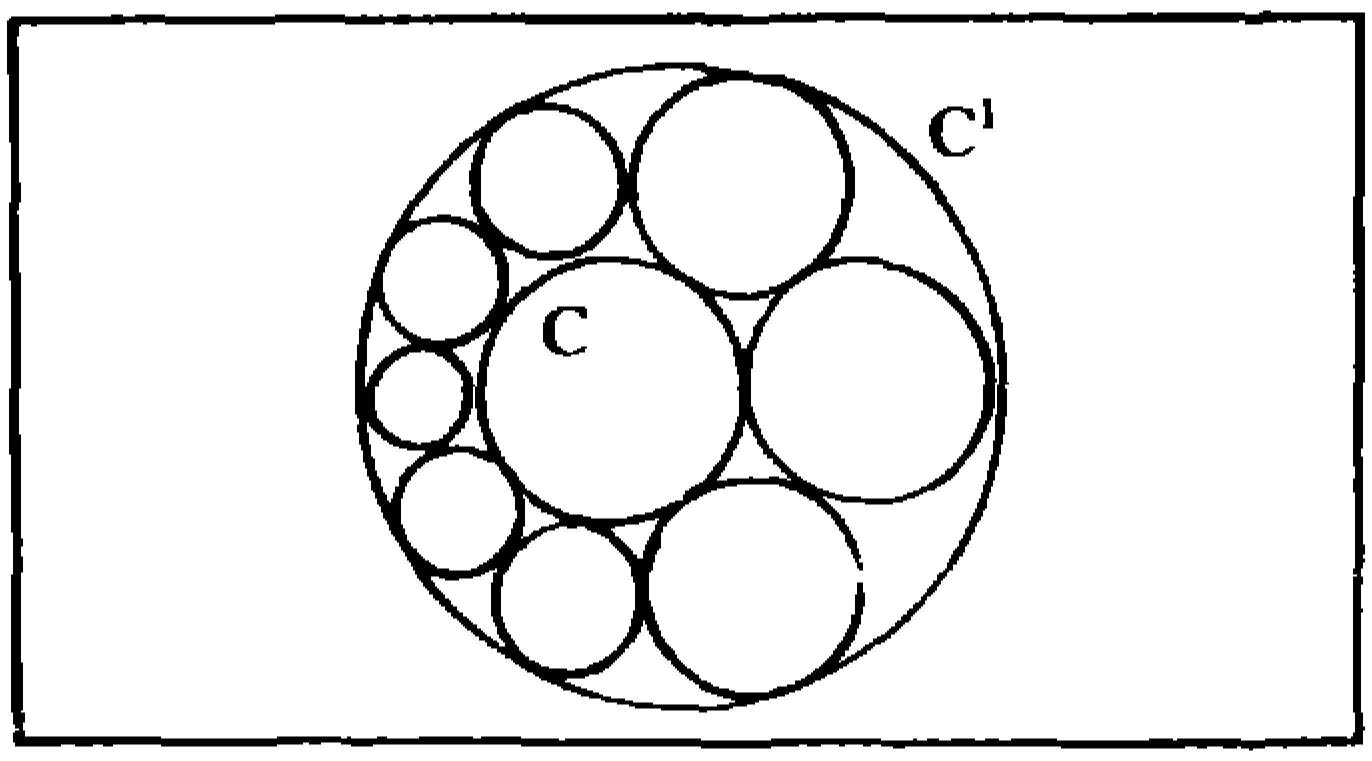
تعبير مرادف لتمام الميل الزاوي.

انظر **تمام الميل الزاوي**.

مسامي

● **مسامية شتاينر:**

لتكن (C و C^1) دائرتين، واحدة منهما داخل الأخرى و $(\Gamma_i)_{i \in N}$ عائلة من الدوائر المماسة لكل من (C و C^1) بحيث لكل $i \in N$ تكون الدائرة Γ_i مماسة خارجياً للدائرة Γ_{i+1}. وتنص مسامية شتاينر على أنه تحت هذه الشروط فإن إحدى الحالتين التاليتين تكون صحيحة:



(1) هناك عدد $(n \in N)$ بحيث $\Gamma_{n+1} = \Gamma_i$.

(2) أو أن يكون $(\Gamma_i \neq \Gamma_j)$ لكل $j \in M$ و i بحيث $i \neq j$.

مساواة EQUALITY

هي علاقة تساوي الأشياء ويعبر عنها في العادة بمعادلة لها طرفان متساويان.

● **مساواة عددين عقديين:**

نقول إن العددين العقديين $a + bi$ و $c + di$ متساويان إذا تساوى

جزءاهما الحقيقيان a و c وتساوى جزءاهما التخيليان b و d أي أن c = a و d = b ومن ناحية أخرى فإن العددين a + bi و c + di يكونان متساويين إذا تساوى **مقياساهما** $\sqrt{a^2 + b^2}$ و $\sqrt{c^2 + d^2}$ وكان الفرق بين سعتيهما $\tan^{-1}(\frac{b}{a})$ و $\tan^{-1}(\frac{d}{c})$ مساوياً لمضاعفات 2π.

● **مساواة مستمرة:**

هي عبارة عن ثلاث كميات أو أكثر بينها إشارات مساواة مثل: a = b = c = d وعلاقة المساواة **علاقة تكافؤ** فهي انعكاسية ومتناظرة ومتعدية.

انظر **علاقة ــ علاقة تكافؤ**.

مستثنى EXCLUDED

● **قانون الوسط المستثنى:**

انظر **تناقض ــ قانون التناقض**.

● **مستدق:**

نقول عن مجموعة جزئية C في فضاء متجهات E أنها **مخروطي ذو رأس عند** x_0 إذا كان لكل $x \in C$ فإن نصف الخط $\{x_0 + \lambda(x - x_0) \mid E\lambda > 0\}$ ينتمي أيضاً إلى C. وإذا كان $x_0 \in C$ بالإضافة لما تقدم فإننا نقول عن المخروطي أنه **مستدق**. وإذا كان $x_0 \notin C$ فإننا نقول عن المخروط أنه **كليل**.

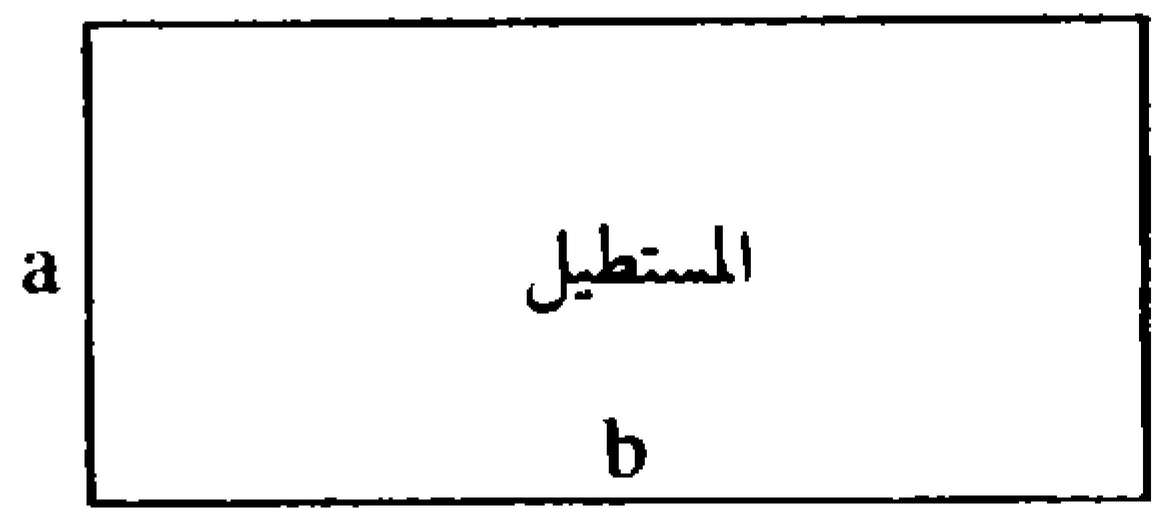
انظر **كليل**.

مستطيل RECTANGLE

هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة وهذا يعني أن جميع زواياه قائمة.

وقطر المستطيل هو المستقيم الواصل بين أي رأسين متقابلين فيه. وإذا كان b,a طولي ضلعي المستطيل فإن طول القطر يساوي $\sqrt{a^2 + b^2}$ ونعرف ارتفاع المستطيل على أنه المسافة العمودية بين أحد أضلاعه (وتسمى **القاعدة**) والضلع المقابل.

وتساوي مساحة المستطيل حاصل ضرب الضلعين المتجاورين. أما محيطه فهو ضعف مجموع ضلعين متجاورين فيه.



RECTANGULAR **مستطيلي**

شبيه بالمستطيل، له أضلاع متعامدة بالتبادل.

- **منطقة مستطيلية:**

انظر منطقة.

- **مجسم مستطيلي:**

متوازي سطوح قائم.

انظر متوازي السطوح.

TRANSVERSAL **مستعرض**

خط مستقيم يقطع مجموعة خطوط مستقيمة.

انظر زاوية و مستعرضية.

- **محور مستعرض للقطع الزائد:**

انظر قطع زائد.

TRANSVERSALITY **مستعرضية**

- **شرط المستعرضية:**

هو شرط يعمم الحقيقة القائلة بأن أقصر قطعة مستقيمة تصل النقطة (x_1,y_1) بمنحنى C يجب أن تكون عمودية على C عند النقطة (x_2,y_2) التي يلتقي عندها المنحنى بالقطعة.

إذا كان لدينا منحنى C معادلاته الوسيطية: $x = X(t), y = Y(t)$ فإن شرط المستعرضية يقول بأن $(f - y' f_y')X_t + f_y' y_t = 0$ يجب أن تتحقق عند

النقطة (x_2,y_2) إذا كانت الدالة y تُصْغر التكامل $I = \int_{x_1}^{x_2} f(x,y,y')dx$ حيث أن (x_1,y_1) ثابتة و (x_2,y_2) مقيدة بأن تقع على C.

- المستعرض:

هو المنحنى الذي يحقق شرط المستعرضية بالنسبة إلى C وإلى التكامل $I = \int_{x_1}^{x_2} f(x,y,y')dx$ والذي يُصْغِر هذا التكامل للنقطة (x_2,y_2) على C.

انظر بؤري ـ نقطة بؤرية.

مستقبل FUTURE

- القيمة المستقبلية لمقدار من النقود:

انظر مقدار.

مستقر STABLE

- تذبذب مستقر:

انظر تذبذب.

- نظام مستقر:

يقال أن النظام الطبيعي الموصوف بجملة المعادلات التفاضلية:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1,\ldots,x_n);\ x_i(t_o) = c_i;\ i = 1,\ldots,n$$

بأنه نظام مستقر إذا عاد إلى حالة توقفية بعد خضوعه لرجفان بمقدار صغير بدرجة كافية ويقال ان النظام مستقر كلياً إذا عاد إلى حالة توقفية بعد خضوعه لرجفان بمقادير اختيارية. انظر توقف.

مستقر تقاربياً ASYMPTOTICALLY STABLE

لتكن M مجموعة جزئية من طور الفضاء X في النظام الديناميكي (X,R,π) نقول ان M مستقرة تقاربياً إذا كانت مستقرة وجاذباً في آن واحد. وتكون M مستقرة تقاربياً بشكل شامل إذا كانت منطقة الجذب A(M) مساوية

للفضاء X (انظر جذب). وإذا كانت M متراصة ولا متغيرة إيجاباً وجاذباً منتظماً فإنها تكون مستقرة تقاربياً. كما يمكن البرهنة على أنه إذا كانت M مستقرة تقاربياً فإنها تكون جاذباً منتظماً. وإذا فرضنا أن X متراصة محلياً ومتصلة محلياً وأن M مستقرة تقاربياً (ومتراصة) فإن M لها عدد منته من المركبات كل منها يكون مستقراً تقاربياً.

مستقل INDEPENDENT

- **موضوعات مستقلة:** انظر موضوعة.
- **معادلات مستقلة:**

جملة معادلات لا يشترط تحقق معادلة ما فيها بمجموعة قيم جميع المعادلات الباقية.

انظر اتساق؛ وانظر تابع ـ معادلات تابعة.

- **أحداث مستقلة:** انظر حدث.
- **دوال مستقلة:**

مجموعة دوال $u_1,u_2,\ldots,u_n$ بالمتغيرات المستقلة $x_1,x_2,\ldots,x_n$ لا ترتبط بأية علاقة بالشكل $F(u_1,u_2,\ldots,u_n)$ بحيث $\partial F/\partial u_i \not\equiv 0$ إذا كان لكل u_i مشتقات أولى جزئية مستمرة أو إذا لم تكن كل F/u_i أصفاراً عند أي نقطة فإن $u_1,u_2,\ldots,u_n$ دوال مستقلة إذا وفقط إذا كان اليعقوبي $D(u_1,u_2,\ldots,u_n)/D(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ لا يطابق الصفر. فمثلاً الدوال $2x + 2y$ و $4x + 6y + 8$ غير مستقلة لأن $4x + 6y + 8 = 2(2x + 3y) + 8$. أما الدوال:

$$u_1 = 2x + 3y + z,\ u_2 = x + y - z,\ u_3 = x + y$$

فهي مستقلة، لأن اليعقوبي التابع لها

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -1$$

لا يساوي صفراً.

● متغيرات عشوائية مستقلة:

ليكن X_1 و X_2 متغيرين عشوائيين بدالة توزيع تراكمي مشترك $F_{x_1,x_2}(t_1,t_2)$. نقول أن X_1 و X_2 متغيران مستقلان إحصائياً إذا كان $Fx_1,x_2(t_1,t_2) = Fx_1(t_1).^Fx_2(t_2)$ لأجل جميع قيم t_1 و t_2 حيث $Fx_1(t_1)$ هي دالة التوزيع التراكمي الهامشي للمتغير X_1 و $Fx_2(t_2)$ هي دالة التوزيع التراكمي الهامشي للمتغير X_2. وبصورة عامة نقول ان المتغيرات العشوائية $x_1,x_2,\ldots,x_n$ مستقلة إحصائياً إذا كان $Fx_1,x_2,\ldots, x_n(t_1,t_2,\ldots,t_n) = Fx_2(t_2)\ldots Fx_n(t_n)$ لأجل جميع قيم $t_1,t_2,\ldots,t_n$ حيث $Fx_1,x_2,\ldots,x_n(t_1,t_2,\ldots,t_n)$ هي دالة التوزيع التراكمي المشترك للمتغيرات العشوائية وحيث $Fx_1(t),Fx_2(t_2),\ldots, Fx_n(t_n)$ هي دوال التوزيعات التراكمية الهامشية للمتغيرات $x_1,x_2,\ldots,x_n$ على التوالي. إذا كان x_1 و x_2 مستقلين إحصائياً، فإن معامل الارتباط يساوي صفراً. كذلك فإن $E(X_1X_2) = E(X_1)E(X_2)$.

انظر عشوائي ــ متغير عشوائي ومتجه عشوائي.

مستقيم **STRAIGHT**

مستمر بنفس الاتجاه بدون انعطاف أو انحراف.

● خط مستقيم: انظر خط ــ خط مستقيم.

● زاوية مستقيمة: انظر زاوية ــ زاوية مستقيمة.

مستقيمي **RECTILINEAR**

أي يتكون من خطوط مستقيمة أو محدود بخطوط مستقيمة.

● مولدات مستقيمية:

انظر مسطر و مجسم قطع زائد و مجسم قطع مكافىء.

● حركة مستقيمية:

وهي حركة على طول خط مستقيم.

انظر سرعة.

● **دالة مستمرة مطلقاً:**

بالنسبة لفترة I **تعرف الدالة المستمرة مطلقاً** بأنها دالة f مجالها يحتوي على I، والتي لها الخاصية التالية: لكل عدد موجب ϵ يوجد عدد موجب η بحيث إذا كانت $(a_1,b_1), (a_2,b_2),\ldots,(a_n,b_n)$ مجموعة منتهية من الفترات غير المتقاطعة. بحيث يكون مجموع أطوال هذه الفترات أقل من η فيكون $\sum_{i=1}^{n} |f(a_i) - f(b_i)| < \varepsilon$ ويمكن إعطاء تعريف مكافىء لهذا التعريف، وذلك إذا سمحنا أن تكون مجموعة الفترات قابلة للعد بدلاً من منتهية. **وتكون الدالة المستمرة مطلقاً** دالة مستمرة وذات **تغير محدود**. كما تكون الدالة f مستمرة مطلقاً على فترة مغلقة ومحدودة $[a,b]$ إذا وفقط إذا وجدت دالة g بحيث $f(x) = {}_a\int^k g(t)dt$ لكل $x \epsilon [a,b]$ حيث يمكن أن يكون التكامل تكامل ليبيغ.

انظر رادون ــ مبرهنة رادون فيكوديم.

● **الدالة المستمرة:**

تكون الدالة $f:X \to Y$ من الفضاء الطبولوجي X إلى الفضاء الطبولوجي Y، **مستمرة عند النقطة** x إذا كان لكل جوار w للنقطة f(x) يوجد جدار U للنقطة x بحيث $f(U) \subset W$. ونقول أن f مستمرة إذا كانت مستمرة عند كل نقطة في X. ويمكن البرهنة على أن f مستمرة إذا وفقط إذا كان $f^{-1}(U)$ مجموعة مفتوحة في X لكل مجموعة مفتوحة U في X إذا وفقط إذا كان $f^{-1}(H)$ مجموعة مغلقة في X لكل مجموعة مغلقة H في X. وإذا كان مجال ومدى f من الأعداد الحقيقية أو العقدية فإن f تكون مستمرة عند x_0 إذا كان لكل عدد موجب ε يوجد عدد موجب δ بحيث $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ عندما $|x - x_0| < \delta$ حيث x في مجال f. وهذا يعني أن $\lim_{x \to x_0} f(x) = x_0$ إلا إذا كانت x_0 نقطة منعزلة. وتكون الدالة مستمرة على المجموعة S إذا كانت مستمرة عند كل نقطة في S. ومن الأمثلة على الدوال المستمرة نذكر دوال كثيرات الحدود، الدوال المثلثية، الدوال الأسية، الدوال اللوغاريتمية.

وتكون الدالة مستمرة عند جميع النقاط التي تكون عندها الدالة قابلة للمفاضلة. وتكون الدالة $f(x,y)$ في متغيرين x و y مستمرة عند (a,b) إذا كان لكل عدد موجب ε يوجد عدد موجب δ بحيث $|f(x,y) - f(a,b)| < \varepsilon$ عندما تكون المسافة بين (a,b) و (x,y) أقل من δ حيث (x,y) في مجال f وهذا يعني أن $\lim_{(x,y) \to (a,b)} f(x,y) = f(a,b)$ إذا لم تكن (a,b) نقطة منعزلة.

انظر لا استمرار و منتظم ـ استمرارية منتظمة.

- المباراة المستمرة:

انظر مباراة.

- مستمر من اليسار ومن اليمين:

تكون الدالة الحقيقية القيمة f مستمرة من اليمين عند x_0 إذا كان لكل $\varepsilon > 0$ يوجد $\delta > 0$ بحيث $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ إذا كان $x_0 < x < x_0 + \delta$ وتكون مستمرة من اليسار إذا كان لكل $\varepsilon > 0$ يوجد $\delta > 0$ بحيث $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ عندما يكون $x_0 - \delta < x < x_0$. وتكون الدالة مستمرة من اليمين (أو اليسار) على (a,b) إذا كانت مستمرة من اليمين (أو اليسار) على (a,b).

انظر نهاية ـ نهاية على اليمين دالة.

- دالة مستمرة في جوار نقطة:

تكون الدالة مستمرة في جوار النقطة إذا كان هناك جوار للنقطة بحيث تكون الدالة مستمرة عند كل نقطة فيه. فالدالة $f(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ تكون مستمرة في جوار $(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ إذا كان يوجد عدد موجب ε بحيث تكون f مستمرة عند $(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ إذا كان $|x_i - a_i| < \varepsilon$ لكل i أو إذا كان $[\sum_{i=1}^{n} |x_i - a_i|^2]^{\frac{1}{2}} < \varepsilon$.

- متغير عشوائي مستمر:

انظر عشوائي ـ متغير عشوائي.

- سطح مستمر في منطقة معطاة:

هو بيان دالة مستمرة في متغيرين. وهو المحل الهندسي للنقاط التي تحقق

احداثياتها المستطيلية معادلة على الشكل $z = f(x,y)$ حيث f مستمرة في x و y في المنطقة من مستوى (xy) والتي هي مسقط السطح على المستوى (xy).

مثال: فالكرة التي مركزها نقطة الأصل تكون سطحاً مستمراً لأن $z = \sqrt{r^2 - (x^2 + y^2)}$ دالة مستمرة على وفي الدائرة $x^2 + y^2 = r^2$ وللكلام عن الكرة كلها لا بد من أخذ الإشارة السالبة للجذر. ولذا فيمكن النظر للكرة على أنها سطح متعدد القيم (أو ثنائي القيمة).

- **دالة مستمرة جزءاً جزءاً:**

انظر جزءاً جزءاً.

- **دالة مثيلة المستمرة:**

إذا كان لكل عدد موجب اختياري ϵ تحقق الدالة الحقيقية f العلاقة $f(x) < f(x_0) + \varepsilon$ لكل x في جوار ما للنقطة x_0 فإنه يقال ان f دالة مثيلة المستمرة علوياً عند x_0. وإذا كان $f(x) > f(x_0) - \varepsilon$ لكل x في جوار ما للنقطة x_0 فإن f تسمى بـ مثيلة المستمرة سفلياً.

وتكون الدالة مثيلة المستمرة علوياً إذا كانت النهاية الأعلى لـ f(x) عندما $x \to x_0$ أقل أو يساوي $f(x_0)$ وتكون الدالة مثيلة المستمرة سفلياً إذا كانت النهاية الأولى لـ f(x) عندما $x \to x_0$ أكبر أو يساوي $f(x_0)$.

مثال: الدالة
$$f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$
مثيلة المستمرة علوياً ولكن ليست مثيلة المستمرة سفلياً عند $x = 0$.

CONTINUED مستمر

- **جداء مستمر:**

هو جداء أكثر من عاملين أو جداء عدد لا منته من العوامل، ونرمز له بالرمز Π الدلائل المناسبة، مثلاً:

$$\prod_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right) = \left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{2}{3}\right)\left(\tfrac{3}{4}\right)\ldots\left(\frac{n}{n+1}\right)\ldots$$
هو جداء مستمر.

● كسر مستمر:

انظر كسر ـ كسر مستمر.

● مساواة مستمرة:

انظر مساواة.

مستو PLANE

المستوى هو السطح الذي يحقق الخاصة التالية:

إذا رسمنا أي مستقيم مار بنقطتين واقعتين على السطح فإن هذا المستقيم يقع بكامله على السطح.

● مستويات متسامتة:

انظر متسامت.

● المستوي العقدي:

انظر عقدي.

● المستويات الاحداثية:

انظر ديكارتي ـ الاحداثيات الديكارتية.

● المستوى القطري:

انظر قطري.

● معادلة مستو:

تعطى المعادلة العامة للمستوى في الفضاء الثلاثي بالعلاقة $Ax + By + Cz + D = 0$ بحيث لا تكون A,B,C جميعها أصفاراً بوقت واحد. ويكون المتجه (A,B,C) عمودياً على المستوى. ويتم تعيين معادلة المستوى في الاحداثيات الديكارتية القائمة بعدة أشكال:

(1) **شكل التقاطع**: إذا قطع المستوى من المحاور الاحداثية ox,oy,oz أطوالاً جبرية a,b,c على الترتيب فإن معادلة المستوى تأخذ الشكل $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

(2) **شكل النقط الثلاث**: إذا كان المستوى يمر من ثلاث نقط معلومة $M_1(x_1,y_1,z_1)$; $M_2(x_2,y_2,z_2)$; $M_3(x_3,y_3,z_3)$ فإن معادلة هذا المستوى تعطى بالعلاقة:

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

(3) **الشكل الناظمي**: إذا كان المستوى يمر من النقطة $M_0(x_0,y_0,z_0)$ ويتعامد مع المتجه (ℓ,m,n) فإن معادلة هذا المستوى تعطى بالعلاقة: $\ell(x - x_0) + m(y - y_0) + n(z - z_0) = 0$.

● **بعد نقطة عن مستو**:

يعطى بعد النقطة $M(a,b,c)$ عن المستوى $Ax + By + Cz + D = 0$ بالعلاقة: $\delta = \dfrac{|Aa + Bb + Cc|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

● **نصف مستو**: انظر نصف.

● **مستويان متعامدان**: انظر متعامد.

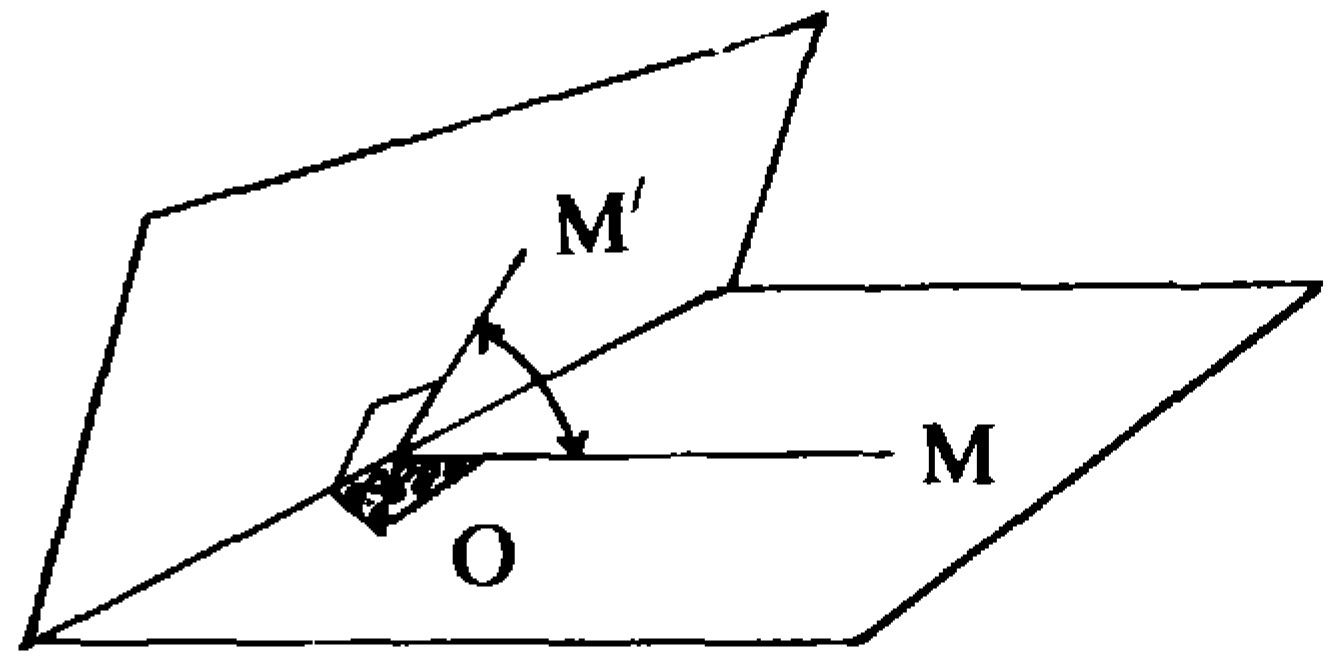
● **مستويان متوازيان**: انظر يوازي.

● **حزمة مستويات**: انظر حزمة.

● **الزاوية المستوية للزاوية الزوجية**:

هي الزاوية MOM' الكائنة بين مستقيمين متقاطعين يقع كل منهما على وجه من وجوه الزاوية الزوجية بحيث يتعامد هذان المستقيمان مع حرف الزاوية الزوجية وتسمى هذه الزاوية عادة مقياس الزاوية الزوجية.

انظر الشكل.



الزاوية المستوية للزاوية الزوجية

مستواة COPLANAR

أي تقع في نفس المستوى.

- **خطوط مستواة:**

خطوط تقع في نفس المستوى.

- **نقاط مستواة:**

نقاط تقع في المستوى. ومن الواضح أن أي ثلاث نقاط لا بد أن تكون مستواة، كما أن أي أربع نقاط معطاة بواسطة احداثياتها الديكارتية المتعامدة تكون مستواة إذا وفقط إذا كان المعين التالي صفراً.

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix}$$

إذا لم يكن هذا المعين صفراً فإن قيمته تساوي حجم متوازي السطوح المنشأ على النقط الأربع.

مستوى مقوّم RECTIFYING PLANE

إن المستوى المقوّم لمنحن فضائي عند نقطة معينة هومستوى المماس وثنائي الناظم للمنحنى عند تلك النقطة.

انظر قابل للانبساط.

مستوى LEVEL

- **خطوط التساوي:**

انظر كفاف ـ خطوط الكفاف.

مسراني ERGODIC

● **نظرية المسرانية:**

هي النظرية التي تبحث في التحويلات الحافظة للقياس. وعلى الأخص دراسة المبرهنات المتعلقة بنهايات الاحتمالات والأوساط الموزّنة. وعلى سبيل المثال نورد المبرهنة التالية:

إذا كان T تحويلاً متبايناً وغامراً ومحافظاً على القياس ويؤثر على منطقة مفتوحة ومحدودة G في فضاء X بعديته n أي $T:G \to G$ فإنه توجد مجموعة M قياسها صفر بحيث إذا كانت $x \notin M$ وكان U جواراً لـ x فإن النقاط $T(x), T^2(x), T^3(x), \ldots$ تكون في U بتردد نهائي موجب ومحدد، أي أن النهاية $\lim_{n\to\infty} [\sum_{1}^{n} \phi_k(x)]/n$ موجودة وموجبة حيث: $\phi_k(x) = \begin{cases} 1 & T^k(x) \in U \\ 0 & T^k(x) \notin U \end{cases}$

وتنص مبرهنة بيرخوف المسرانية على أنه إذا كان T تحويلاً محافظاً على القياس من الفترة (0,1) على نفسها وإذا كانت f قابلة لتكامل ليبيغ على الفترة (0,1) فإنه توجد دالة f^* قابلة لتكامل ليبيغ على (0,1) بحيث:

$$f^*(x) = \lim_{n \to \infty} \frac{f(x) + f(T(x)) + \ldots + f(T^n(x))}{n+1}$$

أينما كان تقريباً على (0,1).

مسطّر RULED

● **سطح مسطر مرافق لسطح مسطر معطى:**

ليكن S سطحاً مسطراً معطى. السطح المسطر المرافق هو سطح مسطر بحيث تكون تسطيراته مماسات للسطح S عند نقاط خط المضيق L وعمودية على تسطيرات S عند نقاط L المقابلة.

● **سطح مسطر:**

السطح المسطر هو سطح يمكن توليده عن طريق تحريك خط مستقيم، ويسمى هذا المستقيم بالمولد المستقيمي.

ـ **السطح المضاعف التسطير:** هو سطح مسطر يقبل مجموعتين مختلفتين من المولدات.

ـ **السطوح الثنائية الدرجة:** هي السطوح المضاعفة التسطير الوحيدة.

ـ **السطح المسطر المتخالف:** هو سطح مسطر غير قابل للانبساط.

انظر **قابل للانبساط**.

ـ **تسطيرات السطح المسطر:** هي المواضع المختلفة للمولّد المستقيمي.

ـ **الدليل:** هو أي منحنى يحتوي على نقطة على الأقل من نقاط كل تسطير وتكون نقاطه على التسطيرات. ومن السطوح المسطرة نذكر المخروط، الأسطوانة مجسم القطع المكافىء الزائدي، مجسم القطع الزائد من شطر واحد.

انظر **تسطير**.

مسطرة RULER

حرف مستقيم مدرج بوحدات خطية. إذا استعملت وحدات الطول الإنجليزية يكون طول المسطرة قدماً واحداً مدرجاً إلى كسور البوصة.

مسطرة حاسبة SLIDE RULE

أداة ميكانيكية للمساعدة في العمليات الحسابية، وذلك باستخدام اللوغاريتمات. وتتكون من مسطرتين واحدة تنزلق في أخدود بالمسطرة الأخرى التي تحتوي على تدريج لوغاريتمي. وبواسطة هذه المسطرة الحاسبة تتحول عملية الضرب وعملية القسمة إلى عملية جمع وطرح اللوغاريتمات.

● أسطوانة مُسقِطة:

هي الأسطوانة التي تتعامد مولداتها مع أحد المستويات الاحداثية بينها تمر هذه المولدات من منحن معلوم في الفضاء. ويوجد عادة ثلاث أسطوانات مسقطة، تتعلق كل أسطوانة منها بأحد المستويات الاحداثية. إلا إذا وقع المنحنى في مستوى يوازي أحد المستويات الاحداثية، ويتم تعيين الأسطوانة المسقطة لمنحنى معين بتقاطع السطحين. $f(x,y,z) = 0, g(x,y,z) = 0$ (⋆) من حذف z من المعادلتين السابقتين حيث نحصل على المعادلة: $F(x,y) = 0$ وهذه المعادلة تمثل أسطوانة مولداتها توازي oz. وهي الأسطوانة المسقطة الأولى. ونحصل على باقي الأسطوانات من حذف y وحذف x بين المعادلتين (✱).

مثال: ليكن لدينا المنحنى المعين بالعلاقتين:

$$x + y + z = 0, x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

عندئذ فإن معادلات الأسطوانات المسقطة تأخذ الشكل:

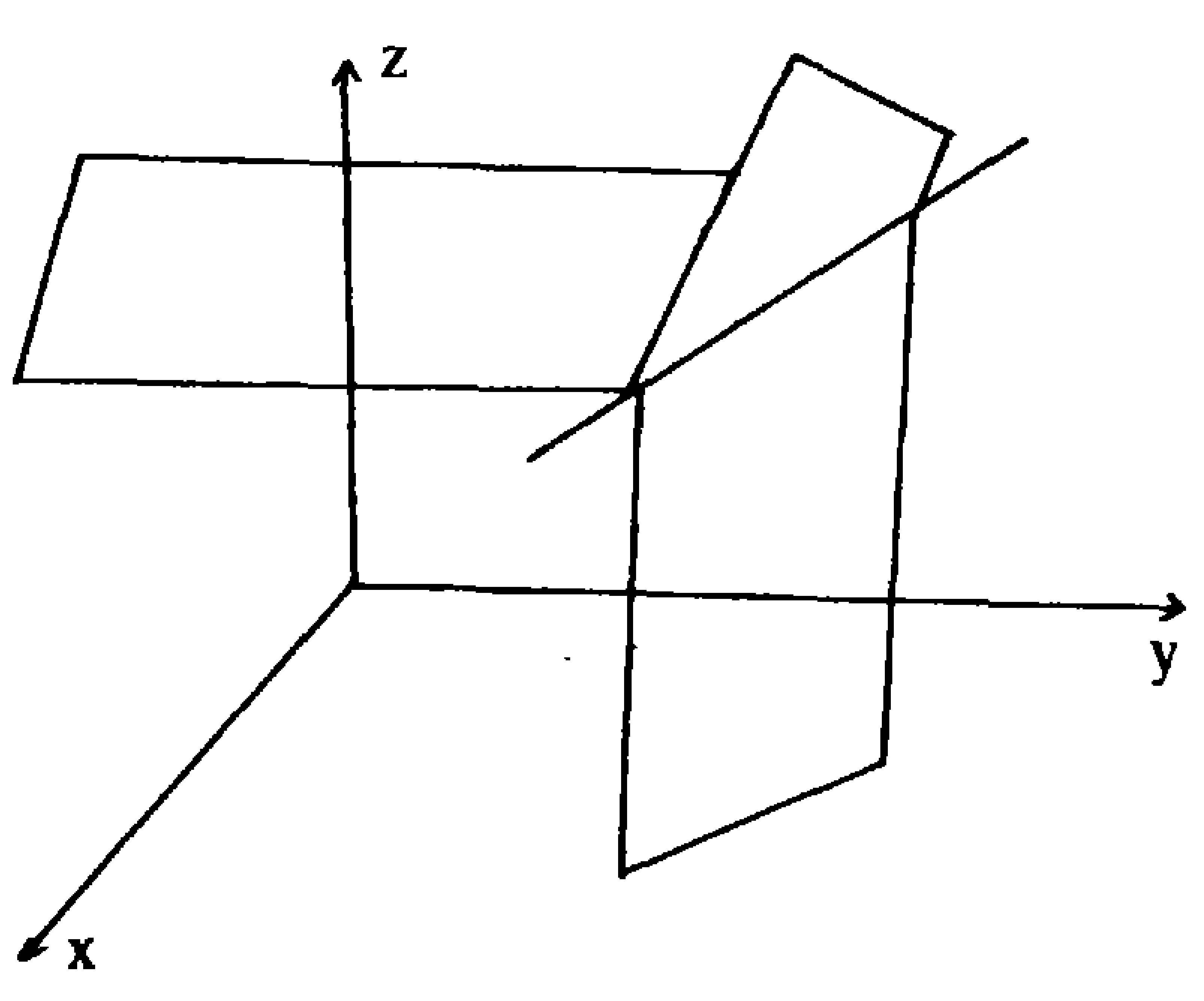
$$x^2 + y^2 + xy = \frac{1}{2}, x^2 + z^2 + xz = \frac{1}{2}, y^2 + z^2 + yz = 1/2$$

وهي تمثل أسطوانات ناقصية.

● مستوى مسقط لمستقيم في فضاء:

هو المستوى المار من مستقيم في الفضاء والمتعامد مع أحد المستويات الاحداثيات (أو يوازي أحد المحاور الاحداثية).

ويوجد عادة ثلاثة مستويات ما لم يـواز المستقيم أحد المحاور الاحداثية.



مستويات مُسْقطة

فإذا كانت معادلة المستقيم في الفضاء هي:

$$\frac{x - x_0}{\ell} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$$

فإن معادلات المستويات المسقطة هي المعادلات الناتجة من حذف إحدى النسب في المعادلات السابقة.

أما إذا كانت معادلة المستقيم معطاة بتقاطع مستويين:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

$$ax + by + cz + d = 0$$

فإن معادلات المستويات المسقطة هي المعادلات التي تنتج من حذف z أو y أو x بين معادلتي المستويين.

مسموح

لنأخذ M منطوياً ريمانياً بعديته n وليكن $f:W \to R^{n+1}$ غمساً أو طمراً حيث أن W مجموعة جزئية مفتوحة من M. نقول أن f مسموح إذا كان متقايساً وإذا كان هناك حقل من النواظم المعيرة ξ على W بحيث يكون A مؤثراً متناظراً مقابلاً للشكل الأساسي الثاني للتطبيق f بالنسبة للحقل ξ. أما A فهو حقل المؤثرات على M من النمط 1,1 والمعرف بواسطة $A(X) = -\nabla'_x \xi$ حيث ترمز ∇' إلى الصلة الطبيعية على R^{n+1}. كما أن الشكل الأساسي الثاني هو حقل الموترات h على M من النمط (0,2) والمعرف بواسطة $\nabla'_x Y = \nabla_x Y + h(x,y)\,\xi$ حيث ترمز ∇ إلى الصلة الريمانية على M. انظر صلة ــ صلة ريمانية.

مسموح به PERMISSIBLE

- **قيم مسموح بها للمتغير:**

هي القيم التي تكون فيها الدالة معرفة وتنتمي إلى الفترة التي ندرس فيها الدالة. فالقيمة 4 هي قيمة غير مسموح بها للدالة $f(x) = x^2$ التي ندرسها في الفترة [5,8] كما أن $x = 0$ هي قيمة غير مسموح بها للدالة $f(x) = \ln x$.

مسوّر QUANTIFIER

هو عبارة تسبق قضية للدلالة على صحة القضيـة دوماً أو في بعض الحالات الخاصة. وتكون المسورات على نوعين:

أولاً ــ المسوّر الشامل: وهو العبارة «مهما تكن» كأن نقول «مهما تكن x فإن القضية p(x) صحيحة» أو أن نقول إن $n + 2 > 2$ **مهما تكن قيمة n** المنتمية إلى مجموعة الأعداد الطبيعية.

ثانياً ــ المسوّر الوجودي: وهو العبارة «توجد بعض القيم» كأن نقول «توجد بعض القيم x التي تجعل القضية p(x) صحيحة» ونرمز للمسوّر الشامل عادة بالرمز $\forall x$ أما المسوّر الوجودي فنرمز له بالشكل $\exists x$.

مسيطر DOMINANT

- **استراتيجية مسيطرة:**

انظر استراتيجية.

- **المتجه المسيطر:**

إذا كان لدينا المتجهان $\vec{a} = (a_1,a_2,\ldots,a_m)$ و $\vec{b} = (b_1,b_2,\ldots,b_m)$ بحيث يكون $a_i \geq b_i$ لكل $i = 1,2,\ldots,m$ فإننا نقول أن $\vec{a}$ متجه مسيطر بالنسبة لـ $\vec{b}$. وإذا كانت المتباينة الصارمة $a_i > b_i$ متحققة لكل $\vec{i}$ فتكون السيطرة صارمة في هذه الحالة.

مشابهة ANALOGY

هي شكل من أشكال الاستدلال، يستعمل أحياناً في الرياضيات لإيجاد نظريات جديدة. وتقوم هذه الطريقة على أنه إذا تشابهت الأشياء في بعض النواحي فمن المحتمل أن تتشابه في نواح أخرى. ولكن، لا بد بعد ذلك من إيجاد براهين حقيقية للنظريات المستنبطة بهذه الطريقة حتى نتأكد أن هذه النظريات صحيحة.

مشارك ASSOCIATE

في مثيل الزمرة التبديلية وفي الحلقة التبديلية يكون العنصران a,b متشاركين إذا كان هناك عنصران x,y بحيث يكون $a = bx, b = ay$.

- **مصفوفة مشاركة:**

انظر هرميتي ـ مرافق هرميتي لمصفوفة.

مشارك الصفر COZERO

لنفرض أن X فضاء طبولوجياً اختيارياً. نقول ان المجموعة المفتوحة U من X **مشاركة الصفر** إذا كانت هناك دالة مستمرة $f:X \to I$ بحيث $f^{-1}(0) = X - U$ ($I = [0,1]$) ونورد فيما يلي بعض خواص المجموعات المشاركة الصفر:

(1) يكون تقاطع عدد منته من المجموعات المشاركة الصفر مجموعة مشاركة للصفر.

(2) لتكن U مجموعة مشاركة للصفر في X ولتكن A مجموعة جزئية متراصة من الفترة المغلقة $I = [0,1]$. فإن المجموعة $(A,U) = \{f:I \to X \mid f(A) \subset U\}$ تكون مجموعة مشاركة للصفر لكل مجموعة مفتوحة U في X.

مُشبَّع SATURATED

لنأخذ R علاقة تكافؤ على مجموعة X ولتكن A مجموعة جزئية في X نقول عن A بأنها مشبعة بالنسبة إلى R إذا كان $y \in A$ كلما كان $y \in A$ و xRy. وإذا كانت A مشبعة فلا بد أن تكون اتحاداً لبعض صنوف التكافؤ، أي أنه إذا كان C مثلاً واحداً من صنوف التكافؤ فلا يمكن للمجموعة C أن تقطع كلاً من A ومتممها $X - A$ في آن واحد.

- **فرق مشترك:**

الفرق المشترك في المتوالية الحسابية هو الفرق الثابت بين أي حد من حدودها والحد الذي يسبقه.

- **قاسم مشترك أو عامل مشترك:** انظر قاسم ــ قاسم مشترك.
- **مخرج مشترك:**

المخرج المشترك لكسرين أو أكثر هو مضاعف مشترك لمخارج هذه الكسور. مثلاً: المخرج المشترك للكسور $\frac{4}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ هو 12 أو أي من مضاعفات 12.

- **المخرج المشترك الأصغر:**

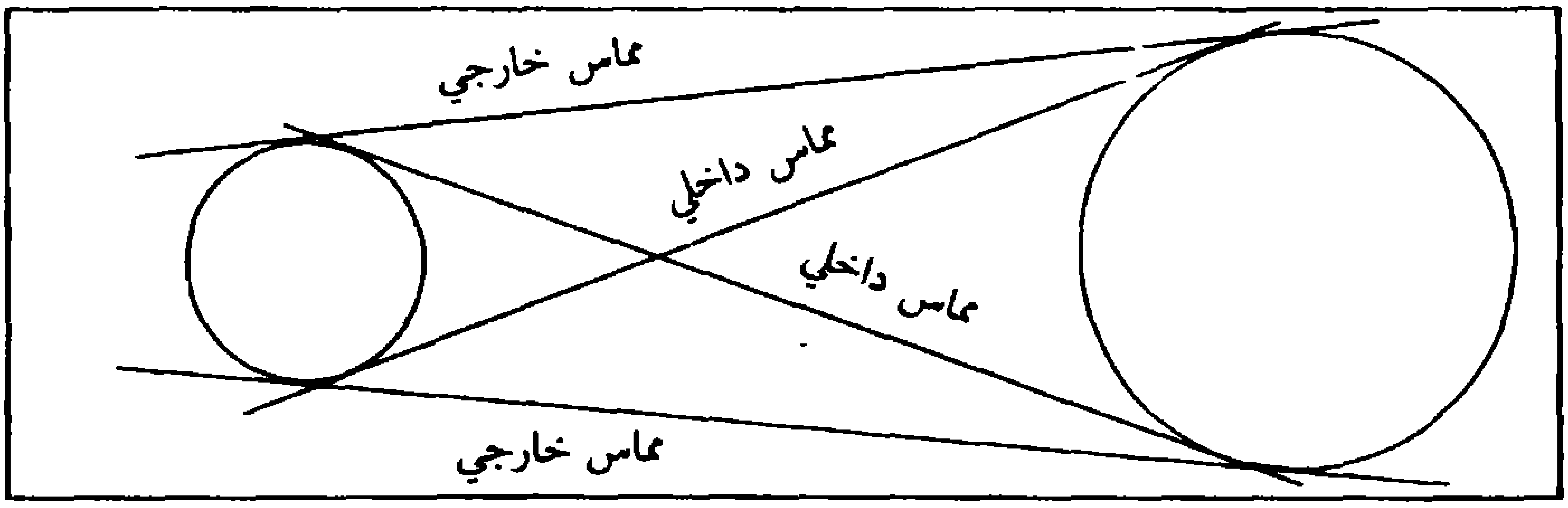
كما يستدل من اسمه هو أصغر مخرج مشترك، أي أنه المضاعف المشترك الأصغر للمخارج. في المثال الذي أخذناه 12 هو المخرج المشترك الأصغر.

- **مضاعف مشترك:** انظر مضاعف.
- **مماس مشترك لدائرتين:**

هو مستقيم يكون مماساً لكل من الدائرتين. إذا كانت كل من الدائرتين خارج الدائرة الأخرى فإنه يكون للدائرتين أربعة مماسات مشتركة.

إذا كانت الدائرتان على نفس الجهة من المماس المشترك نقول أن هذا المماس خارجي وإلا فهو داخلي.

في الحالة المذكورة أعلاه يكون اثنان من المماسات الأربعة خارجيين والآخران داخليين.



مشترك JOINT

- دالة التوزيع المشترك: انظر توزيع ـ دالة التوزيع.
- توقع الحياة المشتركة: انظر توقع ـ توقع الحياة.
- دفعة سنوية مشتركة: انظر دفعة سنوية.
- تأمين الحياة المشتركة: انظر تأمين ـ تأمين الحياة.
- تغير مشترك: انظر تغير ـ تغير مشترك.

مشترك الأطراف COTERMINAL

- زوايا مشتركة الأطراف:

هي زوايا (زوايا تدوير) لها نفس خط الابتداء ونفس خط الانتهاء.
مثلاً: الزوايا $30^\circ, 390^\circ, -330^\circ$ هي زوايا مشتركة الأطراف.

مشتق DERIVATIVE

يعرف مشتق الدالة f بأنه معدل التغير اللحظي بالنسبة للمتغير. لنفرض f دالة معطاة بـ متغير واحد x و Δx عدد موجب أو سالب يضاف إلى x و Δf الزيادة في f المقابلة للتغير في x أي أن $\Delta f = f(x + \Delta x) - f(x)$ وتكون نسبة الزيادة في f هي: $\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{\Delta f}{\Delta x}$ وإذا كانت نهاية $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ عندما تقترب Δx من الصفر موجودة فإن هذه النهاية هي مشتق f عند النقطة x.
ومشتق الدالة f هو دالة أيضاً ويرمز له بأحد الرموز التالية:

$$\frac{df(x)}{dx}, \frac{d}{dx} f(x), D_x f, \frac{df}{dx}, D_x f(x), f'(x)$$

ويكتب مشتق الدالة عند نقطة a بإحدى الطرق التالية:

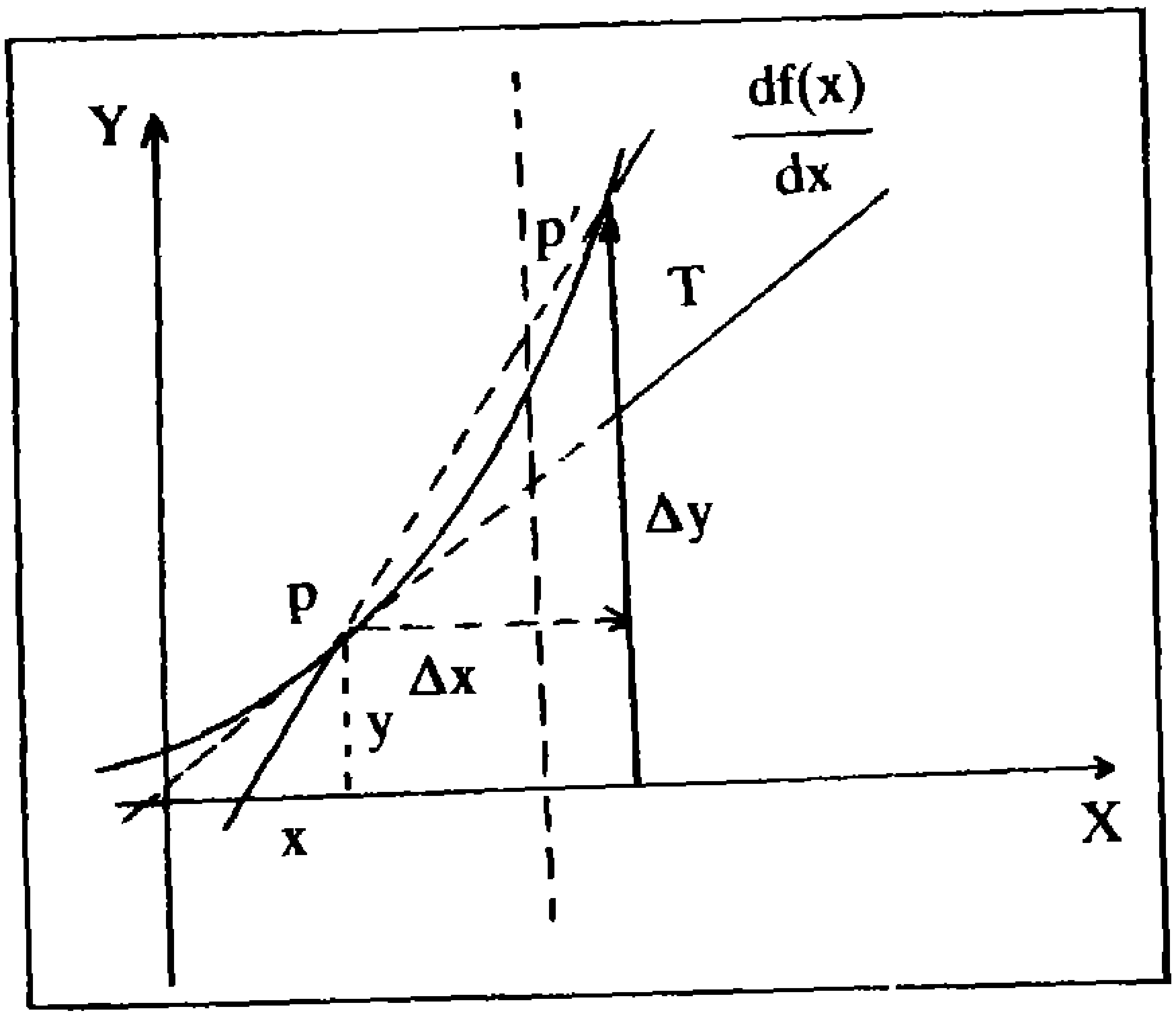
$$f'(a), D_x f(x)x = a, [\frac{df(x)}{dx}]_{x = a}, f'(x) |_{x = a}$$

كما يكتب مشتق الدالة f عند النقطة a بالشكل:

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

ويمكننا إعطاء تفسيرين لمعنى المشتق:

(1) يمكن النظر إلى المشتق على أنه ميل المنحنى. ففي الشكل المرافق تكون النسبة $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ مساوية لميل المستقيم pṕ وبالتالي فإن نهاية $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ عندما تقترب x من الصفر تساوي ميل المماس PT. ولذلك فإن الدالة تكون متزايدة في الفترات التي يكون عندها المشتق موجباً وتكون متناقصة في الفترات التي يكون عندها المشتق سالباً. وإذا كان المشتق صفراً عند نقطة ما فيحتمل أن يكون للدالة قيمة عظمى أو صغرى عند هذه النقطة.



انظر قيمة عظمى.

(2) يمكن النظر إلى المشتق على أنه السرعة العددية أو التسارع لجسيم متحرك. لنفرض أن f(t) هي المسافة التي يقطعها جسيم في زمن قدره t فإن مشتق f عند الزمن t_1 هو سرعة الجسيم عند زمن t_1 وتكون نسبة الزيادة $\Delta f/\Delta t$ مساوية لمتوسط السرعة العددية في فترة زمنية مقدارها Δt. أما مشتق السرعة العددية عند الزمن t_1 (أي المشتق الثاني للمسافة) فيساوي تسارع الجسيم عند الزمن t_1. وهناك العديد من الصيغ لإيجاد المشتقات (انظر صيغ المفاضلة في الملحق).

وعلى سبيل المثال فإن مشتق مجموع دالتين هو مجموع مشتق هذين الدالتين أي: $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$ وكذلك فإن $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$

أما مشتق الدالة F(u) بفرض أن u هي دالة أيضاً في x فنوجده باستخدام قانون السلسلة: $\frac{dF(u)}{dx} = \frac{dF(u)}{du} \cdot \frac{du}{dx}$

ومن هذه القوانين نستنتج أن:

$$D_x(x^3 + x^2) = 3x^2 + 2x$$

$$D_x[x^{\frac{1}{2}} + (x^2+7)^{\pi}] = \tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + \pi(x^2 + 7)^{\pi - 1}(2x),$$

انظر تسارع و تفاضل و مفاضلة و ليبنز و مماس و سرعة.

وإذا كانت الدالة من نمط مختلف كدالة في متغير عقدي أو متغير متجه مثلاً فإن تعاريف مشابهة لما ذكر سابقاً تستخدم لمشتق الدالة. (انظر لاحقاً).

- **قانون السلسلة للمشتقات:**

انظر سلسلة.

- **مشتق موافق التغير لموتر:**

انظر موافق التغير.

- **مشتق دالة في متغير عقدي:**

تكون الدالة ذات المدى العقدي والتي يحتوي مجالها على جوار للعدد العقدي قابلة للتفاضل عند z_0 إذا وفقط إذا كانت $\lim_{z\to z_0} \frac{f(z) - f(z_0)}{z - z_0}$ موجودة. وتسمى هذه النهاية بمشتق f عند z_0 ويرمز له بأحد الرموز التالية: $\left.\frac{df}{dz}\right|_{z = z_0}, f'(z_0), f'(z)\,|_{z = z_0}$

انظر تحليلي ــ دالة تحليلية لمتغير عقدي.

- **المشتق ذو المرتبة العليا:**

هو مشتق لمشتق آخر. فالمشتق الأول للدالة $y = x^3$ هو $y' = 3x^2$ أما مشتقها الثاني فيكون $y'' = 6x$ حيث نحصل عليه بأخذ مشتق المشتق الأول $3x^2$ وبالمثل $y''' = 6$ و $y^{(4)} = 0$.

● مشتق التكامل:

(1) يكون مشتق التكامل $\int_a^x f(t)dt$ موجوداً عند النقطة x_0 ومساوياً لقيمة $f(x_0)$ إذا كانت f قابلة للتكامل على الفترة (a,b) الحاوية على x_0 ومستمرة عند النقطة x_0.

انظر أساسي ــ المبرهنة الأساسية لحساب التكامل.

(2) لنفرض أن الدالة $f(t,x)$ لها مشتق جزئي $f_t(t,x) = \frac{\partial f}{\partial t}$ مستمر في t و x لجميع قيم t في الفترة المغلقة a,b ولجميع قيم x في فترة تحتوي على x_0 كنقطة داخلة وأن $\int_a^b f(t,x)dx$ موجود ومساو لـ F(t) فإن $\frac{dF}{dt}$ موجود ومساو للتكامل $\int_a^b f_t(t,x)dx$ وهذه القاعدة تسمى أحياناً بقاعدة لايبنيتز على الرغم من أن لايبنيتز لم يحدد الشروط على $f(t,x)$.

(3) وإذا ضممنا (1) و (2) فإننا نستنتج باستخدام قانون السلسلة للمفاضلة الجزئية الصيغة التالية:

$$D_t \int_u^v f(t,x)dx = D_t v.f(t,v) - D_t u.f(t,u) + \int_u^v f_t(t,x)dx$$

فمثلاً: $D_y(\int_1^2 (x^2 + y)dx) = \int_1^2 dx = 1$.

كذلك: $D_y(\int_y^{y^2} (x^2 + y)dx) = 2y(y^2 + 4) - (y^2 + y) + \int_y^{y^2} dx$.

● المشتق من المعادلات الوسيطية:

انظر وسيطي ــ مفاضلة المعادلات الوسيطية.

● تفاضل المتجه:

ليكن t وسيطاً لمنحنٍ ما ولنفرض أنه لكل نقطة على المنحنى يوجد متجه $\vec{v}(t)$ معرّف عند النقطة M على المنحنى والتي قيمة وسيطها t. فإن مشتق المتجه بالنسبة لوسيط المنحنى عند النقطة t هو $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t + \Delta \vec{v})}{\Delta t}$ بشرط وجود هذه النهاية.

انظر تسارع و سرعة.

● المشتق الاتجاهي: انظر اتجاهي.

● **المشتق الناظمي**: انظر ناظمي.

● **تفاضل جزئي**: انظر جزئي.

● **تفاضل كلي**:

انظر سلسلة ـ قاعدة السلسلة للمفاضلة الجزئية.

مصاحب — ADJUGATE

● **مصاحب مصفوفة A** (المصفوفة المصاحبة لـ A):

هو مصفوفة مربعة من المرتبة $\frac{n(n-1)...(n-r+1)}{r!}$ نحصل على عناصرها من أخذ جميع **الصغار** من المرتبة r للمصفوفة الأصلية A ووضعها بترتيب ما للحصول على المصفوفة المصاحبة.

مصادرة — POSTULATE

انظر موضوعة.

● **مصادرات اقليدس**:

(1) يمكن رسم خط مستقيم بين أية نقطتين.

(2) أي مستقيمين منتهيين يمكن مدهما بلا حدود.

(3) حول كل نقطة يمكن رسم دائرة بأي نصف قطر يكون مركزها النقطة.

(4) كل الزوايا القائمة متساوية.

(55) **مصادرة التوازي**: إذا قطع مستقيم A مستقيمين L_1 و L_2 واقعين في نفس المستوى بحيث يكون مجموع الزوايا الداخلة على أحد جانبي A أقل من مجموع زاويتين قائمتين فإن المستقيمين L_1 و L_2 لا بد وأن يتلاقيا إذا مدا بشكل كاف في الجانب الذي فيه مجموع الزاويتين أقل من زاويتين قائمتين.

ولا بد من الإشارة هنا أنه لا يوجد إجماع على أن هذه هي المصادرات الوحيدة التي وضعها اقليدس كمصادرات. غير أن خمس المصادرات المذكورة سلفاً معترف بها من قبل الجميع على كونها من الفروض التي وضعها اقليدس كمصادرات.

مصدر SOURCE

في ديناميك الموائع ونظرية الكمون يعرف المصدر بأنه النقطة التي تضاف عندها كمية من المائع إلى المنطقة التي يشغلها هذا المائع. وإذا أزيلت كمية من المائع عند النقطة فإن المصدر السالب يسمى **بالوعة**.

مصفوفة MATRIX

المصفوفة هي ترتيب لمجموعة من العناصر وفق صفوف وأعمدة نضعها عادة داخل قوسين كبيرين أو مستقيمين متضاعفين كما يلي:

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{pmatrix} \qquad \begin{Vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{Vmatrix}$$

وتستخدم المصفوفة عادة من أجل تسهيل دراسة المسائل التي تكون فيها العلاقة بين مجموعة العناصر هي الأمر الأساسي. وننوه هنا لأمر مهم هو أن المصفوفة ليست رمزاً لقيمة عددية كما هي الحال في المعين، بل أن المصفوفة هي كائن رياضي مستقل.

انظر **رمز المصفوفة**.

- **أثر مصفوفة A:**

هو مجموع عناصر القطر الرئيسي في مصفوفة مربعة ونرمز له بالشكل SpA أو TrA وهكذا فإن $SpA = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$.

مثال: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ $\qquad SpA = 5,$

ـ الانقباض: هو عملية إرجاع مصفوفة A ذات مرتبة n إلى أخرى ذات مرتبة $n - 1$ يصار إلى البحث عن قيمتها الذاتية بعد معرفة قيمة ذاتية واحدة للمصفوفة A.

ـ تحويل تعامدي: انظر متعامد.

ـ تحويل وحدي: انظر تحويل.

- **تساوي مصفوفتين:**

نقول بأن المصفوفة $A = (a_{ij})$ تساوي المصفوفة $B = (b_{ij})$ إذا كان لهاتين المصفوفتين نفس المرتبة وتساوت عناصر المصفوفة الأولى مع نظائرها في المصفوفة الثانية. أي إذا كان $a_{ij} = b_{ij}$ من أجل جميع قيم i,j مثال:

$$\begin{pmatrix} x & y \\ z & u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -5 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} 1 = x, 3 = y \\ -5 = z, 0 = u \end{matrix}$$

- **تفريق منفرد القيمة لمصفوفة:**

إن أية مصفوفة $A_{m \times n}$ يمكن أن تفرق إلى حاصل ضرب ثلاث مصفوفات على النحو التالي $A = Q_1 \Sigma Q_2^T$ حيث Q_1 هي مصفوفة تعامدية من المرتبة $m \times m$ و Q_2 هي مصفوفة تعامدية من المرتبة $n \times n$ أما Σ فهي مصفوفة قطرية خاصة من الشكل:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \mu_1 & & & \bigcirc & \\ 0 & \mu_2 & & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \\ & & & \mu_r & \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ونسمي هذا الأسلوب من التفريق بالتفريق منفرد القيمة للمصفوفة A.

- **تكامل مصفوفة دالية:**

هي مصفوفة عناصرها تكاملات عناصر المصفوفة الأصلية.

- **جمع وطرح مصفوفتين:**

إذا كانت $A = (a_{ij}), B = (b_{ij})$ فإن $A + B = C$ بحيث $C = (a_{ij} + b_{ij})$.

مثال: $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$

$$A + B = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}$$

- **رتبة مصفوفة A:**

هي أعلى مرتبة معين جزئي مغاير للصفر تم تشكيله من المصفوفة A.

مثال (1): رتبة المصفوفة $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ تساوي الواحد.

مثال (2): رتبة المصفوفة $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ تساوي 2 لأنه يوجد معين من المرتبة الثانية مغاير للصفر (بالطبع هنا لا يمكن تشكيل معينات من المرتبة الثالثة).

ويساعد مفهوم الرتبة في مسألة إيجاد حل جملة المعادلات الخطية $Ax = b$ حيث نقول بأن هذه الجملة متسقة (انظر متسق) أي قابلة للحل إذا وفقط إذا كانت رتبة المصفوفة A مساوية لرتبة المصفوفة الموسعة $(A\ b)$ التي تتكـون عناصرها من المصفوفة A مع إضافة عمود هو b وهكذا فالجملة:

$$x + y + z + 5 = 0$$

$$5x + y + z - 3 = 0$$

متسقة لأن رتبة المصفوفة: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

تساوي 2 كما أن رتبة المصفوفة الموسعة: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 5 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

تساوي 2 أيضاً.

- **رمز المصفوفة:**

يرمز للمصفوفة عادة بأحد الأحرف اللاتينية الكبيرة ...A,B,X, ويعطى

لكل عنصر من عناصر المصفوفة رقمان أحدهما يشير إلى رقم الصف الذي يقع فيه العنصر والآخر يشير إلى رقم العمود وهكذا نكتب:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \overset{\downarrow j}{\cdots} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & a_{ij} & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \; i \rightarrow \text{(row } i\text{)}$$

فالعنصر a_{32} يقع في الصف الثالث والعمود الثاني، وبشكل عام a_{ij} يقع في الصف رقم i والعمود ذي الرقم j. ولذلك فالمصفوفة تكتب اختصاراً $A = (a_{ij})$ حيث $i \in I = \{1,2,\ldots,m\}$, $j \in J = \{1,2,\ldots,n\}$ كما نكتب مصفوفة أخرى B بالشكل $B = (b_{ij})$ وننوه هنا إلى أن عناصر المصفوفة تسمى أحياناً مداخل المصفوفة.

● **شكل جوردان القانوني:**

لمصفوفة A هو مصفوفة قطرية J تكون فيها عناصر القطر عبارة عن مصفوفات تسمى عادة قوالب جوردان ونكتب:

$$J = \begin{pmatrix} J_1 & & 0 \\ & J_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & J_m \end{pmatrix}$$

وكل قالب من قوالب جوردان هو أيضاً مصفوفة قطرية تكون فيها عناصر القطر عبارة عن قوالب جزئية جوردانية وهكذا فإن:

$$J_i = \begin{pmatrix} J_{i1} & & O \\ & J_{i2} & \\ & & \ddots \\ O & & J_{i\ell} \end{pmatrix}$$

حيث

$$J_{ij} = \begin{pmatrix} \lambda_i & 1 & & O \\ & \lambda_i & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ O & & & \lambda_i \end{pmatrix}$$

و λ_i هي القيم الذاتية للمصفوفة A.

انظر قانوني.

- **شكل قانوني لمصفوفة:**

انظر قانوني.

- **ضرب مصفوفة بعدد:**

لضرب مصفوفة بعدد نضرب جميع عناصر المصفوفة بهذا العدد وهكذا فإن $\lambda A = (\lambda a_{ij})$.

مثال: $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ، $-2A = -2 \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$

- **ضرب مصفوفتين:**

إن حاصل ضرب مصفوفتين $A = (a_{ij})$ و $B = (b_{ij})$ هو مصفوفة $AB = C$ تعرّف عناصرها C_{ij} بالعلاقة $C_{ij} = \Sigma a_{ik} b_{kj}$ أي أننا نحصل على العنصر C_{ij} الواقع في الصف i والعمود j بأخذ مجموع جداءات الصف i من المصفوفة A بعناصر العمود j من المصفوفة B وفقاً لترتيب تلك العناصر.

مثال (1): $B = \begin{pmatrix} x & y \\ z & u \end{pmatrix}$ $\qquad A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$A.B = \begin{pmatrix} ax + bz & ay + bu \\ cx + dz & cy + du \end{pmatrix}, \quad B.A = \begin{pmatrix} xa + yc & xb + yd \\ za + uc & zb + ud \end{pmatrix}$$

نلاحظ مباشرة أن AB لا يساوي بالضرورة BA فإذا كان $AB = BA$ قلنا أن A متبادلة مع B.

مثال (2): لتكن I هي المصفوفة الواحدية فإن $AI = IA = A$ ويبدو جلياً من تعريف ضرب مصفوفتين أن الضرب لا يكون معرّفاً إلا إذا تساوى عدد أعمدة الأولى مع عدد صفوف الثانية. فإذا كانت

$B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$ $\qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$ فإن AB غير معرفة بينما BA معرفة.

● قاسم مبتدىء لمصفوفة:

انظر لا متغير ــ عامل لا متغير لمصفوفة.

● قرين مصفوفة:

انظر قرين.

● قطر رئيسي لمصفوفة مربعة:

هــو مجموعة العناصر الواقعة على قطر المربع الذي يحوي المصفوفة والذي يصل بين العنصر a_{11} في الزاوية اليسرى العليا وبين العنصر a_{nn}. وهكذا فإن القطر الرئيسي للمصفوفة:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

هو مجموعة الأعداد 1,5,9. أما **القطر الثانوي للمصفوفة** فهـو جميع العناصر الواقعة على قطر المربع الآخـر أي 3,5,7.

● قيمة ذاتية لمصفوفة:

هي جذر معادلة كثير الحدود $P(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0$ وتسمى هذه المعادلة بـ **المعادلة المميزة للمصفوفة A**، وتكون هذه المعادلة من الدرجة n عندما تكون مرتبة المصفوفة مساوية n.

● قيم رئيسية لمصفوفة A:

هي الجذور التربيعية غير السالبة للقيم الذاتية للمصفوفة AA^*.

● كثير حدود مميز:

إذا حققت مصفوفة $A_{n \times n}$ المعادلة $A^m + \alpha_1 A^{m-1} + \ldots + \alpha_{m-1} A + \alpha_m I = 0$ حيث $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ هي أعداد ثابتة فإننا نسمي:

$$P(x) = x^m + \alpha_1 x^{m-1} + \ldots + \alpha_{m-1} x + \alpha_m$$

كثير حدود مميزاً للمصفوفة $A_{n \times n}$.

● **كثير حدود مميز أصغري:**

هو كثير الحدود المميز من أصغر درجة والذي تحققه المصفوفة A.

● **مبرهنة كايلي ـ هاميلتون:**

إذا كانت المعادلة المميزة لمصفوفة $A_{n \times n}$ هي:

$$P(\lambda) = \lambda^n + \beta_1\lambda^{n-1} + \dots + \beta_{n-1}\lambda + \beta_n = 0$$

فإن المصفوفة A تحقق المعادلة $P(A) = 0$.

● **متجه ذاتي لمصفوفة:**

هو المتجه غير الصفري x الذي يحقق العلاقة $Ax = \lambda x$ حيث λ هي إحدى القيم الذاتية للمصفوفة A.

● **متعامل عنصر a_{ij} في مصفوفة A:**

هو $(-1)^{i+j}\det A_{ij}$ حيث A_{ij} هي المصفوفة الناتجة من حذف الصف والعمود اللذين يحويان العنصر a_{ij}.

● **مرتبة مصفوفة (بعد مصفوفة):**

هي عدد صفوف وأعمدة المصفوفة وهكذا فإن مرتبة المصفوفة A هي $m \times n$ أي أن لها m صفاً و n عموداً أما مرتبة المصفوفة:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & x \\ a & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

فهي 3×3. وللإشارة إلى مرتبة المصفوفة A نكتبها عادة بـالشكل $A_{m \times n}$ وتكون المصفوفة مربعة إذا تساوى فيها عدد الصفوف والأعمدة، أي إذا كان $m = n$ وفيما عدا ذلك فـ المصفوفة مستطيلة. أما مرتبة المصفوفة المربعة فتعطى بعدد أعمدتها أو صفوفها فقط فالمصفوفة $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$ هي مصفوفة مربعة من المرتبة الثانية.

● مشتق مصفوفة دالية $A(t)$:

هو مصفوفة نرمز لها بالشكل $A'(t)$ وعناصرها هي مشتقات عناصر المصفوفة الأصلية. مثال:

$$A'(t) = \begin{pmatrix} 2t & \cos t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad ، \quad A(t) = \begin{pmatrix} t^2 & \sin t \\ 1 & t \end{pmatrix}$$

● مشتق معكوس مصفوفة دالية $A(t)$:

يعطى بالعلاقة:

$$[\, A^{-1}(t)\,]' = -A^{-1}(t)\, A'(t)\, A^{-1}(t)$$

● مصفوفة $(0,1)$:

هي مصفوفة تتكون جميع عناصرها من العددين 1,0.

● مصفوفة تبديل:

هي مصفوفة لا تحتوي إلا على 0 و 1 بحيث لا يتكرر الواحد مرتين في سطر أو عمود.

مثال: المصفوفة $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

هي مصفوفة تبديل بينما المصفوفة: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

ليست مصفوفة تبديل لأن الواحد مكرر في الصف الأول والعمود الثالث.

● مصفوفة تحويل خطي:

إذا عرّفنا تحويلاً خطياً T بالعلاقة: $y = Tx = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j, \ (i = 1,2,\ldots,n)$

فإن مصفوفة التحويل T هي المصفوفة $A = (a_{ij})$. إذا كان لدينا التحويلان الخطيان T_1 و T_2 المطبقان على التوالي $T_2(T_1x)$ وكانت مصفوفة

التحويل الخطي T_1 هي A_1 و A_2 مصفوفة التحويل T_2 فإن T_2T_1 يكافىء تحويلاً خطياً مصفوفته هي A_2A_1.

مصفوفة تعامدية A:

هي مصفوفة تحقق $A^T = A^{-1}$. من الواضح أنه إذا كانت A حقيقية وحدية فهي تعامدية وبالعكس.

- **مصفوفة ثلاثية القطرية:**

هي المصفوفة التي تقع فيها العناصر المغايرة للصفر على القطر الرئيسي وعلى القطرين الموازيين للقطر الرئيسي والواقعين فوقه وتحته مباشرة. أما بقية العناصر فهي تساوي الصفر، أي أن $a_{ij} = 0$ عندما $|i - j| > 1$.

مثال: المصفوفة $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -4 \end{pmatrix}$

هي مصفوفة ثلاثية القطرية.

- **مصفوفة ذات الخاصية A:**

هي المصفوفة A التي يمكن أن تكتب بالشكل: $\begin{pmatrix} D_1 & F \\ G & D_2 \end{pmatrix}$

بعد سلسلة تبديلات في مواضع الأعمدة أو الأسطر أو كليهما. بحيث تكون D_2,D_1 مصفوفتين مربعتين قطريتين وتكون F,G مصفوفتين مستطيلتين.

- **مصفوفة جامدة:**

هي مصفوفة تحقق العلاقة $A^m = A$ من أجل عدد صحيح موجب m.

- **مصفوفة الجزاء:**

انظر جزاء.

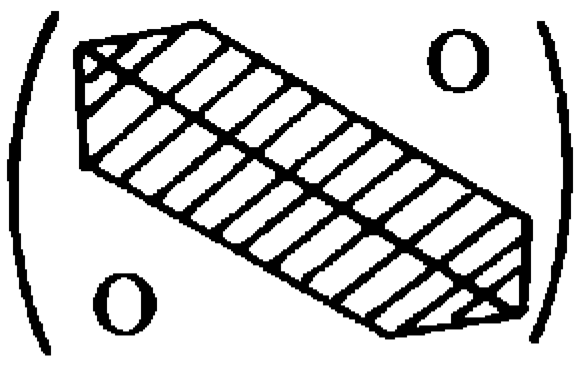
- **مصفوفة جوردان:**

هي مصفوفة مثلثية عليا تنتج من مصفوفة أخرى A بحيث تتوضح القيم الذاتية للمصفوفة A على قطر تلك المصفوفة. انظر جوردان.

● **مصفوفة حزامية:**

هي مصفوفة تحقق الشرط $a_{ij} = 0$ من أجل $i \in I, j \in J, |i - j| > m$

وهذا يعني أن جميع عناصر المصفوفة القريبة من القطر الرئيسي للمصفوفة (تحته أو فوقه) تساوي الصفر ويمكن تمثيلها بالشكل:



● **مصفوفة حقيقية (عقدية):**

هي المصفوفة التي تكون عناصرها أعداداً حقيقية (عقدية).

● **مصفوفة دالية:**

هي المصفوفة التي تكون عناصرها دوال، مثال: $A(t) = \begin{pmatrix} \sin t & t^2 + 1 \\ \operatorname{tg} t & t + t \end{pmatrix}$

ولكي نبين أن المصفوفة A دالية في المتغير المستقل t نكتب:

$$A(t) = (a_{ij}(t)) \qquad (i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n)$$

وللمصفوفات الدالية أهمية خاصة في المعادلات التفاضلية.

● **مصفوفة دوّارة:**

انظر دوّار.

● **مصفوفة رفيقة لكثير حدود مميز:**

إذا كان كثير الحدود المميز لمصفوفة A هو:

$$P(x) = x^m + \alpha_1 x^{m-1} + \ldots + \alpha_{m-1} x + \alpha_m$$

فإن المصفوفة الرفيقة C تعطى بأحد الشكلين التاليين:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & & 0 \\ & 0 & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \ddots & 1 \\ 0 & & & 0 & 1 \\ -\alpha_m & -\alpha_{m-1} & \cdots & -\alpha_2 & -\alpha_1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 0 & & & & -\alpha_m \\ 1 & 0 & 0 & & -\alpha_{m-1} \\ & 1 & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & 0 & -\alpha_2 \\ 0 & & & 1 & -\alpha_1 \end{pmatrix}$$

● مصفوفة سلمية:

هي مصفوفة قطرية تساوت فيها جميع عناصر القطر وتكتب بالشكل:

$$A = \text{diag}\,(a\ a \dots\ a)$$

مثال: $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

● مصفوفة شبه قطرية:

هي مصفوفة قطرية عناصر القطر فيها عبارة عن قوالب (مصفوفات جزئية).

● مصفوفة صفرية:

هي مصفوفة جميع عناصرها أصفـار، أي $a_{ij} = 0$ ونرمز لهذه المصفوفة بصفر كبير 0.

● مصفوفة صفية:

هي مصفوفة مكونة من صف واحد و n عموداً وتكتب على الشكل:

$$A = (a_1\ a_2\ \dots\ a_n)$$

● مصفوفة عمودية:

هي مصفوفة من عمود واحد و n صفاً وتكتب بالشكل:

$$A = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \text{ أو } A = \text{col.}(a_1\ a_2\ \dots\ a_n)$$

وتسمى هذه المصفوفة أحياناً مصفوفة متجه.

● مصفوفة قابلة للاختزال لتمثيل زمرة:

انظر تمثيل.

● مصفوفة قالبية:

هي مصفوفة عناصرها مصفوفات. ويمكن تقسيم المصفوفة عادة بواسطة

مستقيمات أفقية وعمودية لنحصل على مصفوفات جزئية تكوّن بمجموعها عناصر المصفوفة القالبية الممثلة للمصفوفة الأصلية.

مثال:

$$A = \left(\begin{array}{cc|c|cc} 1 & 0 & 2 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & -7 \\ \hline 2 & 2 & 8 & 4 & -6 \\ 1 & 1 & 0 & 5 & 3 \end{array}\right)$$

فالمصفوفات الجزئية هي:

$$A_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} , \quad A_{12} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} , \quad A_{13} = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}$$

$$A_{11} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} , \quad A_{22} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix} , \quad A_{23} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

أما المصفوفة القالبية الممثلة للمصفوفة الأصلية A فتكتب بالشكل

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{pmatrix}$$

- **مصفوفة قطرية:**

هي مصفوفة مربعة تكون فيها جميع العناصر الواقعة فوق القطر الرئيسي وتحته أصفاراً.

مثال:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

وتكتب المصفوفة القطرية بالشكل

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & & 0 \\ & a_{22} & \\ & & \ddots \\ 0 & & a_{nn} \end{pmatrix} \quad \text{أو} \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{nn} \end{pmatrix}$$

أو اختصاراً $A = \text{diag}\,(a_{11}a_{22}\ldots a_{nn})$.

نبوه هنا أنه ليس بالضرورة أن تكون جميع عناصر القطر في المصفوفة القطرية مغايرة للصفر.

- **مصفوفة متردية:**

انظر مميز ـــ معادلة مميزة لمصفوفة.

- **مصفوفة متلاشية:**

هي مصفوفة تحقق $A^m = 0$ من أجل عدد صحيح موجب m.

- **مصفوفة متناظرة:**

هي المصفوفة التي تتساوى فيها العناصر المتناظرة بالنسبة لقطر المصفوفة الرئيسي، ويعبر عن ذلك بالشكل $(a_{ji}) = (a_{ij})$ حيث

$$i \in I = \{1,2,\ldots,n\}$$

$$j \in J = \{ 1,2,\ldots,n \}$$

عندئذ فإن $A = A^T$ هو الشرط اللازم والكافي لتكون المصفوفة متناظرة.

مثال: المصفوفة $\begin{pmatrix} 1 & x & a \\ x & -1 & -7 \\ a & -7 & 5 \end{pmatrix}$

هي مصفوفة متناظرة.

- **مصفوفة متناظرة تخالفياً:**

هي مصفوفة مربعة تحقق الشرط $a_{ij} = -a_{ji}$ من أجل جميع قيم الأدلة

i,j. ويبدو واضحاً أن جميع عناصر القطر في المصفوفات المتناظرة تخالفياً تساوي الصفر.

مثال: المصفوفة $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & -7 \\ -3 & 7 & 0 \end{pmatrix}$

هي مصفوفة متناظرة تخالفياً.

● **مصفوفة مثلثية:**

هي مصفوفة تكون فيها جميع العناصر الواقعة فوق أو تحت القطر الرئيسي مساوية للصفر وتسمى مصفوفة مثلثية عليا (سفلى) إذا كانت جميع العناصر الواقعة تحت (فوق) القطر الرئيسي أصفاراً.

مثال: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

هي مصفوفة مثلثية عليا. بينما $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

هي مصفوفة مثلثية دنيا.

● **مصفوفة موجبة (سالبة) بالتحديد:**

هي مصفوفة متناظرة تحقق الشرط $x^TAx > 0\ (<0)$ من أجل جميع المتجهات x غير الصفرية. وتكون المصفوفة موجبة بالتحديد إذا وفقط إذا كانت جميع قيمها الذاتية موجبة. كما أن الشرط اللازم والكافي لتكون المصفوفة A موجبة بالتحديد هو أن نتمكن من كتابة A بالشكل $A = W^TW$ حيث W هي مصفوفة لا مفردة. كما أن المصفوفة A تكون موجبة بالتحديد إذا وفقط إذا كانت معينات جميع المصفوفات A_k موجبة، حيث

$$A_1 = (a_{11}),\ A_2 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix},\quad A_3 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \ldots, A_n$$

أما إذا كانت المصفوفة A هرميتية فإن شرط كونها موجبة (سالبة) بالتحديد يصبح $x^*Ax > 0 (< 0)$ من أجل $x \neq 0$.

- **مصفوفة لاسالبة (لاموجبة) بالتحديد:**

هي مصفوفة متناظرة تحقق الشرط $x^TAx \geq 0 (\leq 0)$ من أجل أي متجه x.

- **مصفوفة مرافقة:**

هي المصفوفة التي عناصرها مرافقات عناصر المصفوفة الأصلية. ونرمز لها عادة بـ $\bar{A}$.

مثال: $A = \begin{pmatrix} i & 1+i \\ 3 & -5i \end{pmatrix}$ ، $\bar{A} = \begin{pmatrix} -i & 1-i \\ 3 & 5i \end{pmatrix}$

ننبه هنا إلى أن $i = \sqrt{-1}$.

- **مصفوفة معاكسة (معكوس مصفوفة A):**

إذا كان $\det A \neq 0$ فإنه يوجد مصفوفة نرمز لها بـA^{-1} تحقق

$$A^{-1} A = AA^{-1} = 1$$

حيث I هي المصفوفة الواحدية. ومن الواضح أن هذا التعريف يصح فقط من أجل المصفوفات المربعة. وتعطى المصفوفة المعاكسة عادة بالعلاقة

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}(A_{ij})^T$$

حيث A_{ij} هي متعاملات العناصر a_{ij} في المصفوفة الأصلية $A = (a_{ij})$ وهكذا فإن المصفوفة A تقبل معكوساً إذا وفقط إذا كان $\det A \neq 0$.

مثال: $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ، $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

وبضرب هاتين المصفوفتين نحصل على $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

بشرط أن يكون : $\det A \neq 0$

- **مصفوفة المعاملات لجملة معادلات خطية آنية:**

إذا رتبنا مجموعة معادلات خطية فوق بعضها وجعلنا المجاهيل ترد بنفس الترتيب في جميع المعادلات فإن مصفوفة المعاملات هي المصفوفة المكونة من نفس معاملات المجاهيل في المعادلات المأخوذة بنفس الترتيب.

مثال: لتكن لدينا المعادلات:

$$a_1x + c_1z + d_1 + b_1y = 0$$

$$b_2y + d_2 + a_2x + c_2z = 0$$

$$c_3z + d_3 + b_3y + a_3x = 0$$

نرتب المعادلات أولاً لتأخذ المجاهيل نفس الترتيب في كل معادلة فنجد:

$$a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$$

$$a_3x + b_3y + c_3z + d_3 = 0$$

وتعطى مصفوفة المعاملات عندئذ بالشكل

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$$

- **مصفوفة معتدلة:**

هي مصفوفة مربعة A تحقق الشرط $AA^* = A^*A$ حيث A^* هي المرافق الهرميتي للمصفوفة A أي منقول ومرافق A. وتكون المصفوفة معتدلة إذا وفقط إذا أمكن أقطار (جعل المصفوفة قطرية) المصفوفة A بواسطة مصفوفة وحدية.

كما نشير إلى أن أي مصفوفة لامفردة يمكن أن تكتب بصورة جداء مصفوفتين معتدلتين.

● **مصفوفة منفردة:**

نقول بأن المصفوفة A منفردة إذا كان $\det A = 0$ وغير منفردة إذا كان $\det A \neq 0$.

● **مصفوفة موسعة:**

هي المصفوفة المكونة من مصفوفة المعاملات لجملة معادلات خطية آنية مضافاً إليها عمود آخر هو الحدود الثابتة في المعادلات، وهكذا فالمصفوفة الموسعة للمعادلات السابقة (سالفة الذكر في مصفوفة المعاملات) هي

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_2 & b_3 & c_3 & d_3 \end{pmatrix}$$

● **مصفوفة هرميتية:**

هي مصفوفة $A = (a_{ij})$ تحقق الشرط $a_{ij} = \bar{a}_{ji}$ من أجل $j \in J, i \in I$ ومن الواضح أن المصفوفة الحقيقية المتناظرة هي مصفوفة هرميتية. وهكذا فالمصفوفة الهرميتية هي المصفوفة التي تتساوى مع منقول المصفوفة المرافقة للمصفوفة الأصلية ونكتب ذلك بالشكل $(\bar{A}^T) = (\bar{A})^T = A$

أو اختصاراً $A^* = A$.

ومن الواضح أن عناصر القطر الرئيسي للمصفوفة الهرميتية هي أعداد حقيقية.

مثال: المصفوفة $A = \begin{pmatrix} 2 & 1+0 \\ 1-i & -3 \end{pmatrix}$

هي مصفوفة هرميتية.

انظر هرميتي.

● **مصفوفة هرميتية تخالفياً:**

هي مصفوفة A تحقق الشرط $A^* = -A$.

● مصفوفة الواحدة (المصفوفة الواحدية):

هي مصفوفة مربعة تكون فيها عناصر القطر مساوية للواحد أما باقي العناصر فهي أصفار.

مثال $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ، $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

ويرمز للمصفوفة الواحدية عادة بأحد الرمزين I أو E وللدلالة على مرتبة المصفوفة نكتب I_n، E_n.

● مصفوفة وحدية:

نقول بأن A هي مصفوفة وحدية إذا كان $A = (A^*)^{-1}$ أي إذا كان $A^{-1} = A^*$.

● مصفوفة وحيدة العنصر:

هي المصفوفة المكونة من صف واحد وعمود واحد أي $A = (a)$.

مثال: $A = (3)$ هي مصفوفة وحيدة العنصر.

● مصفوفة لامتردية:

هي مصفوفة يتطابق من أجلها كثير الحدود المميز وكثير الحدود الأصغري.

● مصفوفة لامختزلة (غير قابلة للتفريق):

هي مصفوفة A لا يمكن أن توضع بالشكل $\begin{pmatrix} P & Q \\ O & R \end{pmatrix}$

حيث R,P مصفوفتان مربعتان بعمل سلسلة تبديلات بين الأسطر وسلسلة تبديلات بين الأعمدة. وبشكل آخر نقول بأن المصفوفة $A = a_{ij}$ لامختزلة إذا كان من المستحيل إيجاد مجموعتين M,L بحيث

$L \cap M = \phi$, $L \cup M = \{1, 2, ..., n\}$

$L \neq \phi \neq M$ بحيث يكون $a_{lm} = 0$ من أجل جميع $l \in L$, $m \in M$.

- **مصفوفة لامنفردة:**

هي مصفوفة تقبل معكوساً بمعنى أن معين هذه المصفوفة مغاير للصفر.

- **مصفوفات متشابهة:**

نقول أن A و B متشابهتان إذا وفقط إذا كان

$$A = P^{-1}BP$$

حيث P هي مصفوفة لامنفردة.

- **مصفوفات متطابقة:**

نقول بأن A تطابق B إذا وفقط إذا كان

$$A = P^{T}BP$$

حيث P مصفوفة غير منفردة (لامنفردة).

- **مصفوفات متعاطفة:**

نقول بأن A و B متعاطفتان إذا وفقط إذا تحقق

$$A = P^{*}BP$$

حيث P مصفوفة غير منفردة.

- **مصفوفات متكافئة:**

انظر متكافئة.

- **معكوس مصفوفة من اليمين (اليسار):**

إذا حققت المصفوفة A العلاقة $BA = I$ بينما $(AB \neq I)$ قلنا أن للمصفوفة A معكوساً من اليسار، ويتم تعريف المعكوس من اليمين بصورة المشابهة.

- **معكوس معمم لمصفوفة A:**

عندما نريد حل $Ax = b$ حيث A هي مصفوفة $m \times n$ و x متجه من n مجهولاً و b متجه من m معلوماً فإن هذه المعادلة تكون متسقة (انظر متسق) إذا وفقط إذا كان b ينتمي إلى فضاء أعمدة المصفوفة A. فإذا لم يتحقق هذا الشرط فإننا نبحث عن $\bar{x}$ الذي يجعل الفرق $\|A\bar{x} - b\|$

أصغرياً، ونسمي المصفوفة A^+ التي تحقق العلاقة $\bar{x} = A^+b$ بالمعكوس المعمم للمصفوفة A. وتعطى هذه المصفوفة في الحالة العامة بالشكل

$$A^+ = Q_2\Sigma^+Q_1^T$$

حيث $A = Q_2\,\Sigma Q_2^T$

(انظر تقرين منفرد القيمة المصفوفة) بينما

$$\overset{+}{\Sigma} = \begin{pmatrix} \mu^{-1} & & & 0 & \\ 0 & \mu_2^{-1} & & & \\ | & & \mu_r^{-1} & & \\ | & & & 0 & \\ | & & & & \\ 0 & - & - & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

أما إذا كانت المصفوفة A^TA لامنفردة فإن A^+ تأخذ الشكل البسيط

$$A^+ = (A^TA)^{-1}A^T$$

مثال (1): $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ ، $A^TA = \begin{pmatrix} 14 & 33 \\ 33 & 78 \end{pmatrix}$

وهي مصفوفة لامنفردة ويتم تعيين A^+ بسهولة.

مثال (2): ليكن لدينا

$$x + y = 2$$

$$x + y = 4$$

من الواضح أن المعادلتين غير متسقتين، كما أن $A^TA = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

حيث $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ هي مصفوفة المعاملات و $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

هنا نبحث عن تفريق منفرد القيمة للمصفوفة A ويعطى بالشكل

$$A = Q_1 \Sigma Q_2^T = \begin{pmatrix} \frac{2}{2} & \frac{2}{2} \\ \frac{2}{2} & -\frac{2}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{2}{2} & \frac{2}{2} \\ \frac{2}{2} & -\frac{2}{2} \end{pmatrix}$$

وهكذا فإن $A^+ = Q_2 \overset{+}{\Sigma}\ Q_1 T = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{pmatrix} = A^+ b = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

- **معيار مصفوفة A:**

هو عدد غير سالب يقابل المصفوفة A نرمز له بـ$\|A\|$ بحيث يحقق الشروط التالية:

(1) $\|0\| = 0$ و $\|A\| = 0 \Rightarrow A = 0$ حيث 0 هي المصفوفة الصفرية.

(2) $\|A\| = |\alpha|\ \|A\|$ حيث α هو عدد عقدي.

(3) $\|A + B\| \leq \|A\| + \|B\|$ حيث A و B مصفوفتان قابلتان للجمع.

(4) $\|AB\| \leq \|A\|\ \|B\|$ حيث A و B مصفوفتان قابلتان للضرب.

ومن أشهر المعايير لمصفوفة $A = (a_{ij})$ هي

$$\|A\|_I = \max_i \sum_j |a_{ij}|\ ,\ \|A\|_{II} = \max_j \sum_i |a_{ij}|$$

$$\|A\|_{III} = [\Sigma |a_{ij}|^2]^{\frac{1}{2}} = (SpA^* A)^{\frac{1}{2}}$$

ويسمى $\|A\|_{III}$ عادة **المعيار الاقليدي**. ونشير هنا إلى أن معيار مصفوفة لا يتغير إذا ضربنا المصفوفة A من اليمين ومن اليسار بمصفوفة وحدية. انظر وحدية.

وهكذا فإن معيار المصفوفة المعتدلة يساوي مجموع مربعات القيم الذاتية لهذه المصفوفة.

انظر **مصفوفة معتدلة**.

● معين مصفوفة A:

هو المعين الذي صفوفه وأعمدته نفس صفوف وأعمدة مصفوفة مربعة A ونرمز له عادة بالرمز |A| أو det A وهكذا فإن كل مصفوفة مربعة يمكن أن تقابل بعدد هو قيمة معينها.

مثال: معين لمصفوفة $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 23 \end{pmatrix}$

هو العدد $5 = 3 + 2 = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$

● معينات جزئية لمصفوفة $A_{m\times n}$:

إذا أخذنا مجموعة من عناصر مصفوفة $A_{m\times n}$ وحذفنا الصفوف والأعمدة التي تحوي هذه العناصر فإننا نحصل على مصفوفات جزئية من المصفوفة $A_{m\times n}$. فإذا كانت هذه المصفوفات الجزئية مربعة فإنه يمكن تعريف معيناتها المقابلة والتي نسميها المعينات الجزئية للمصفوفة $A_{m\times n}$. وتحدد مرتبة المعينات الجزئية بعدد صفوفة أو أعمدة المصفوفات الجزئية المربعة.

مثال: المعينات الجزئية من المرتبة الثانية للمصفوفة

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

هي $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}$

أما المعينات من المرتبة الأولى فهي 3, 1, -1, 0, 5, 2

ونشير هنا إلى أنللمصفوفة المربعة A_n معيناً واحداً من المرتبة n و n^2 معيناً من المرتبة n−1 وبشكل عام نقول إن عدد المعينات الجزئية من المرتبة k والتي يمكن تشكيلها من المصفوفة $A_{m\times n}$ هو:

$$\frac{m!\, n!}{k!\,(m-k)!\,k!\,(n-k)!}$$

كما ننوه إلى أن المعين الجزئي لمصفوفة A_n من المرتبة $n-1$ يسمى عادة **صغير مصفوفة**.

- **منقول مصفوفة A:**

هي المصفوفة التي نحصل عليها من A بنقل الصفوف إلى مكان الأعمدة والأعمدة إلى مكان الصفوف ونرمز لها عادة بـ A^T أو A'.

مثال:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad A^T = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

ويبدو واضحاً أن $(A^T)^T = A$ وبشكل عام إذا كانت $A = (a_{ij})$ فإن $A^T = (a_{ji})$ عندما $i \in I, j \in J$.

- **نصف القطر الطيفي لمصفوفة A:**

ونرمز له بـ $\lambda(A)$ هو القيمة العظمى بين القيم المطلقة للقيم الذاتية لمصفوفة A.

مصقول — POLISH

- **فضاء مصقول:**

هو فضاء طوبولوجي قابل للفصل و تام و يقبل مقاساً.

مصور توضيحي — PICTOGRAM

هو أي شكل يبين علاقات المتغيرات ببعضها كالبيانات بالأعمدة أو بالخطوط المنكسرة.

انظر رسم بياني ـ رسم بياني إحصائي.

MULTIPLE, COMMON مضاعف مشترك

المضاعف المشترك بين عدة كميات (إثنين أو أكثر) هو كمية تقبل القسمة بدون باق على كل واحدة من هذه الكميات.

مثال: العدد 40 هو مضاعف مشترك للأعداد 4,10,5,2 كما أن $(x^4 - 1)^2$ هو مضاعف مشترك للكميتين $(x - 1)$, $(x^2 + 1)$ وبشكل عام لو كانت لدينا الكميات x,y,z,u فإن الكمية $v = kxyzu$ هي مضاعف مشترك حيث k عدد ما.

- **مضاعف مشترك أصغر لمجموعة كميات:**

هو أصغر كمية تقبل القسمة على كل واحدة من هذه الكميات. وهكذا فإن المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 2,5,10,4 هو 20 كما أن المضاعف المشترك الأصغر للكميتين $(x - 1)$, $x^2 + 1$ هو $(x^2 + 1)(x - 1)$.

DUPLICATION مضاعفة

- **مضاعفة المكعب:**

هي مسألة حل المعادلة $y^3 = 2a^3$ للرمز y باستخدام المسطرة والفرجار. وبمعنى آخر هي مسألة إيجاد حرف مكعب ذي حجم يساوي ضعف حجم مكعب معطى باستخدام المسطرة والفرجار. وحل هذه المسألة مستحيل لأنه لا يمكن تقييم $\sqrt[3]{2}$ باستخدام المسطرة والفرجار نظراً لأن الجذور التربيعية هي النوع الوحيد من الأعداد الصماء التي يمكن تقييمها باستخدام المسطرة والفرجار.

ADDEND مضاف

وهو واحد من الأعداد المراد جمعها. مثلاً 2 أو 3 في المجموع 3 + 2.

مضبوط EXACT

● الفائدة المضبوطة:

انظر فائدة.

● القسمة المضبوطة:

هي قسمة يكون فيها الباقي صفراً. وفي هذه الحالة يكون القاسم قاسمًا مضبوطاً.

● المعادلة التفاضلية المضبوطة (التامة):

انظر تفاضل.

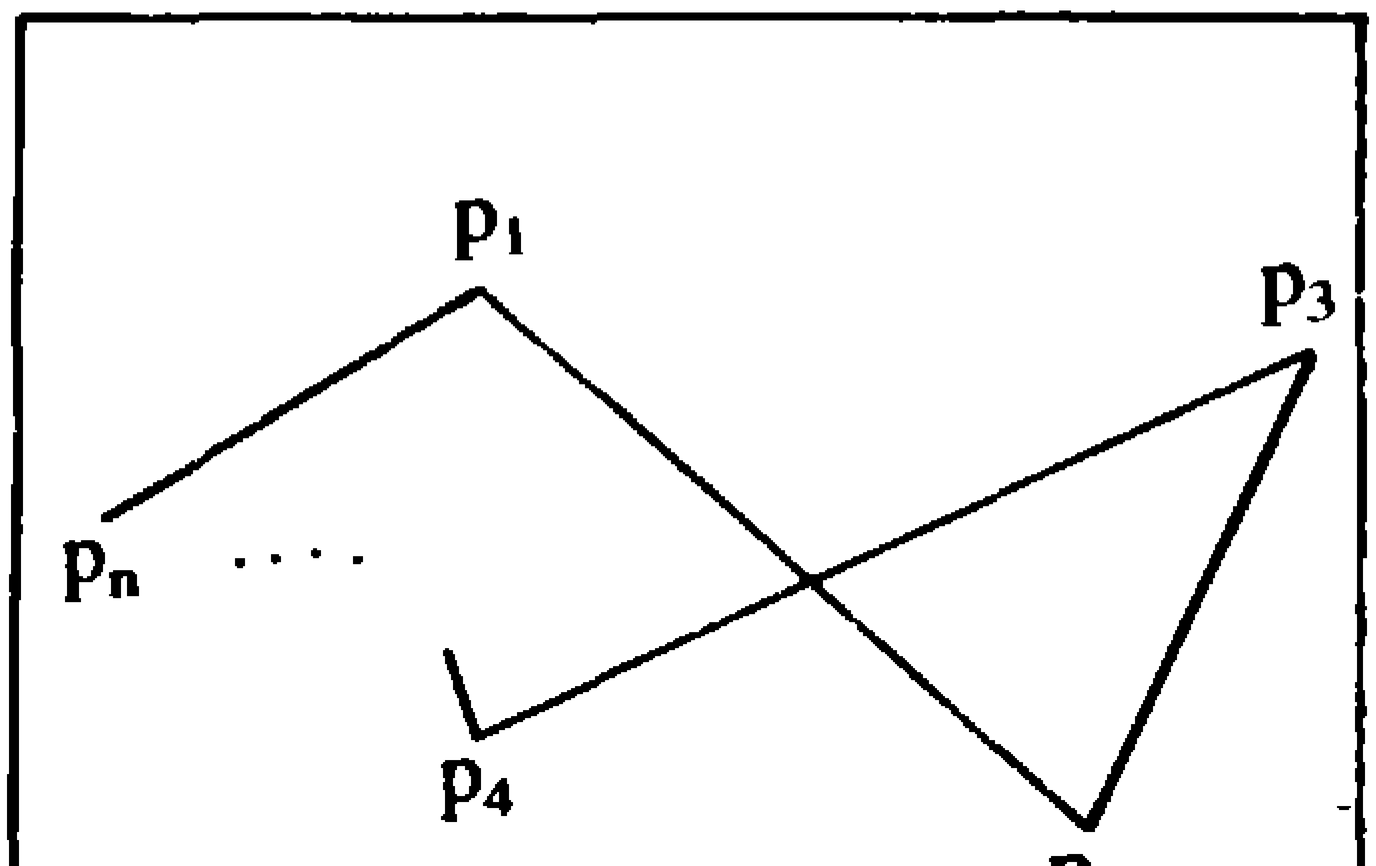
مضروب MULTIPLICAND

● المضروب:

هو العدد الذي يُضرب بعدد آخر نسميه **الضارب**. وهكذا فإن b في حاصل الضرب a.b هومضروب بينها a هو ضارب. وبما أن عملية ضرب الأعداد تبديلية فإننا نحصل على النتيجة نفسها فيما لو أخذنا ضارباً و a مضروباً.

مضلع POLYGON

هو أي شكل مستوى يتألف من n نقطة $p_1,p_2,\ldots,p_n$ تسمى **رؤوس** المضلع ومن القطع المستقيمة $p_1p_2,p_2p_3,\ldots,p_{n-1}p_n,p_np_1$ وتسمى **أضلاع** المضلع. يفترض هنا أن $n \geq 3$ ويطلب في الهندسة المستوية البسيطة أن لا تلتقي هذه القطع المستقيمة إلا عند نهاياتها. وفي هذه الحالة تسمى المضلعات بعدد أضلاعها وفقاً لما يلي: مثلث (3)، رباعي (4)، خماسي (5)، سداسي (6)،



مضلع

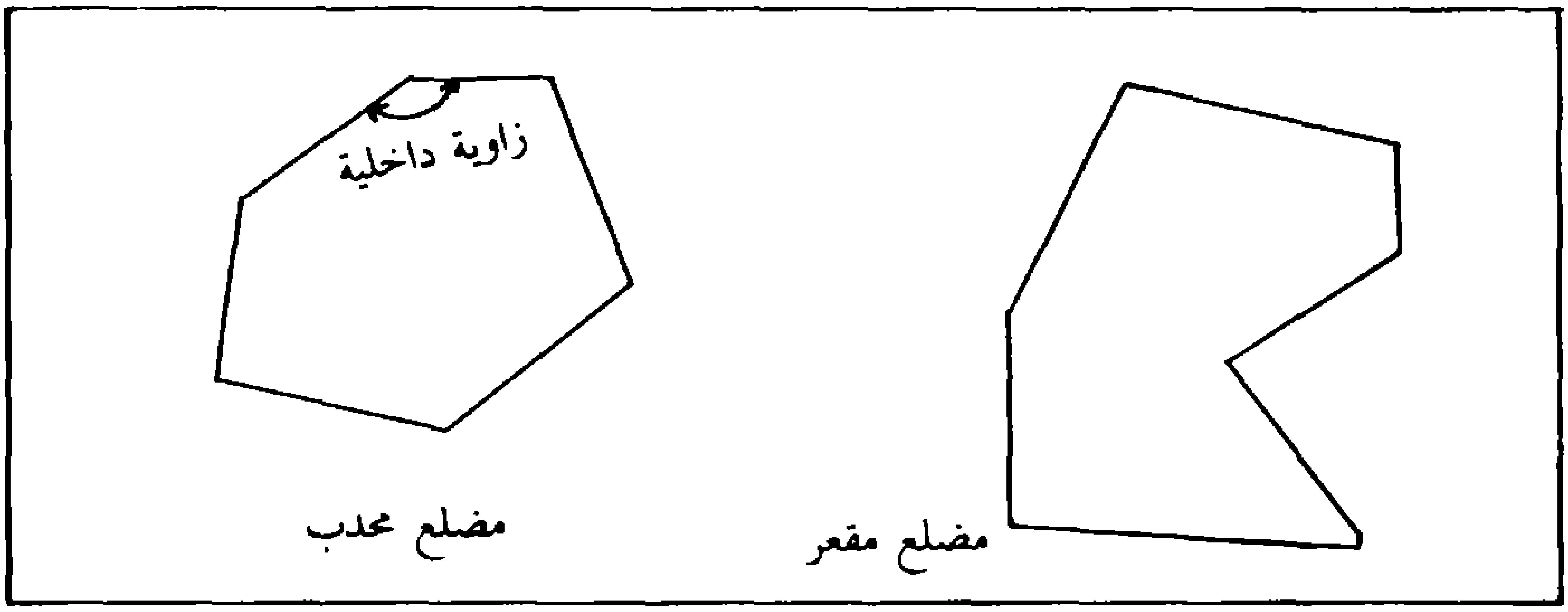
سباعي (7)، ثماني (8)، تساعي (9)، عشاري (10)، اثنا عشري (12)، ذو n ضلعا (n)، حيث تشير الأرقام الموضوعة داخل الأقواس إلى عدد الأضلاع.

- **داخل مضلع:**

هي المنطقة في المستوى الواقعة داخل أضلاع المضلع.

- **زوايا داخلية لمضلع:**

هي الزوايا الواقعة بين ضلعين متجاورين في مضلع في الجهة الداخلية للمضلع.



- **مضلع محدب:**

هو المضلع الذي يقع في جهة واحدة للمستقيم المنطبق على أي ضلع من أضلاع المضلع. أي إذا كانت أي زاوية داخلية أقل أو تساوي 180^o. فإذا لم يتحقق ذلك فالمضلع غير محدب.

- **مضلع مقعر:**

يكون المضلع مقعراً إذا وفقط إذا كان يوجد مستقيم يمر من داخل المضلع ويقطعه في أربع نقط أو أكثر. ونشير هنا إلى أن **داخل المضلع** المحدب معرف دوماً، أما المضلع المقعر فله داخل إذا لم ينطبق رأسان منه على بعضهما وإذا لم يتلامس ضلع مع آخر وبشكل عام إذا كانت أضلاع المضلع تشكل منحنياً جوردانياً أو منحنياً مغلقاً بسيطاً، فإن داخل هذا المضلع يكون معرفاً.

- **مضلع متساوي الزوايا:**

هو مضلع تساوت زواياه الداخلية فإذا تساوت أضلاع المضلع سميناه

مضلعاً متساوي الأضلاع. وبشكل خاص فإن المثلث يكون متساوي الزوايا إذا وفقط إذا كان متساوي الأضلاع. ولا تصح هذه الخاصة عموماً حيث يمكن أن نجد مضلعات متساوية الزوايا وليست متساوية الأضلاع وبالعكس.

- **مضلع نظامي:**

هو مضلع متساوي الزوايا ومتساوي الأضلاع.

- **زوايا المضلع:**

إذا كان عدد أضلاع المضلع مساوياً $2n + 1$ حيث $n = 1,2,...$ فإن مجموع زواياه تساوي $n\pi$.

- **مضلعات محيطة ومحاطة:**

انظر محيط.

- **قطر مضلع:**

هو أي نقطة مستقيمة تصل بين رأسين غير متتاليين في المضلع.

- **مضلع تكراري:**

انظر تكرار ـ منحنى التكرار أو مخطط التكرار.

- **مضلعان متشابهان:**

هما مضلعان تساوت فيهما زوايا الأول مع نظائرها من المضلع الثاني وبحيث تكون أضلاع المضلع الأول متناسبة مع نظائرها من المضلع الثاني.

انظر متشابه.

- **مضلع كروي:**

هو جزء من كرة محدود بواسطة أقواس من دوائر عظمى لتلك الكرة.

مضلعي POLYGONAL

- **منطقة مضلعية:**

هي داخل مضلع مع الأضلاع جميعها أو بدونها جميعاً أو مع بعضها. وتسمى هذه المنطقة مفتوحة إذا لم تكن الأضلاع من ضمن المنطقة. بينما تسمى مغلقة إذا شملت الأضلاع جميعاً.

انظر منطقة.

مضمحل DEGENERATE

● المخاريط المضمحلة:

انظر مخروط ــ المخروط الناقص؛ انظر مصفوفة مضمحلة.

مضيف ADDER

في الآلات الحاسبة، المضيف هو المركبة الحسابية التي تنجز عملية جمع الأعداد الموجبة، أما المركبة التي تنجز عمليتي الجمع والطرح فتسمى مضيفاً جبرياً.

انظر مركم وعدّاد.

مضيق STRICTION

● خط المضيق لسطح مسطر:

المحل الهندسي للنقاط المركزية للتسطير على السطح.

انظر تسطير.

مطّ STRETCHING

● تحويلات المط والانكماش:

انظر شَبه ــ دالة الشَبه.

مطابقة IDENTIFICATION

● طبولوجيا المطابقة:

ليكن X فضاء طبولوجياً ولتكن Y مجموعة اختيارية و $p:X \to Y$ تطبيقاً غامراً. نعرف طبولوجيا المطابقة المرتبطة بالتطبيق p بأنه المجموعة {مجموعة مفتوحة في $\tau(p) = \{U \subset Y | p^{-1}(U):X$. ومن الواضح أن $B \subset Y$ تكون مغلقة إذا وفقط إذا كانت $p^{-1}(B)$ مغلقة في X.

والجدير بالذكر هنا أن $\tau(p)$ هو أكبر طبولوجيا يمكن تعريفها على Y بحيث يكون p مستمراً.

● **دالة المطابقة:**

نقول إن الدالة الغامرة $p{:}X \to Y$ بين الفضاءين الطبولوجيين **دالة مطابقة** إذا كانت طبولوجيا Y هي بالضبط $\tau(p)$ أي أن المجموعة U تكون مفتوحة في Y إذا وفقط إذا كانت $p^{-1}(U)$ مفتوحة في X. وتكون كل دالة غامرة مستمرة ومفتوحة (أو مغلقة) دالة مطابقة.

مثـال: لتكن $p{:}I \to \{0,1\}$ دالة المميـز للفتـرة المغلقـة $[\frac{1}{2},1]$ حيث $I = [0,1]$. أي أن $p([\frac{1}{2},1]) = 1$ و $p([0,\frac{1}{2}]) = 0$. نـلاحظ أن $\tau(p) = \{ \{0\},\phi,I \}$ وتسمى هذه الطبولوجيا بطبولوجيا سيربنسكي.

مطاوع — CONFORMABLE

● **مصفوفات مطاوعة:**

نقول عن مصفوفتين A و B أنهما مطاوعتان إذا كان عدد أعمدة A مساوياً لعدد صفوف B. ونستطيع أن نحصل على الضرب AB إذا وفقط إذا كانت A و B مطاوعتين. كما يتضح أن علاقة المطاوعة هي علاقة غير متناظرة.

انظر جداء ــ جداء المصفوفات.

مطبّق — STRATIFIED

● **عينة مطبّقة:** انظر عشوائي ــ عينة عشوائية مطبّقة.

مطروح — SUBTRAHEND

الكمية التي تطرح من كمية أخرى.

مطروح منه — MINUEND

المقدار الذي نطرح منه كمية أخرى. انظر طرح.

● **ثابت مطلق، استمرار مطلق، تقارب مطلق، متباينة مطلقة، تناظر أعظمي مطلق:**

انظر ثابت، مستمر، تقارب، متباينة، قيمة عظمى، متناظر.

● **عزم مطلق: (في الإحصاء):**

العزم المطلق ذو القوة k حول a لمتغير عشوائي X أو لدالة التوزيع المشاركة هو القيمة المتوقعة $|X - a|^k$ عندما تكون هذه القيمة موجودة.

انظر عزم، عزم توزيع.

● **عدد مطلق:**

وهو عدد يمثل بواسطة الأشكال $2,3,\sqrt{2}$ وليس بواسطة الأحرف كما في الجبر.

● **خاصة مطلقة لسطح:**

ويقصد بها خاصة أصيلة ثابتة لسطح.

انظر أصيل.

● **حد مطلق في عبارة:**

وهو حد لا يحتوي على متغير أي أنه الحد الثابت. مثلاً في العبارة $ax^2 + bx + c$ يكون c هو الحد المطلق.

● **القيمة المطلقة لعدد عقدي:**

هي $a + ib$ هي $\sqrt{a^2 + b^2}$.

انظر عقدي.

● **القيمة المطلقة لعدد حقيقي:**

القيمة المطلقة لـ a وتكتب $|a|$ هي a إذا كانت a غير سالبة وهي $-a$ إذا كانت a سالبة.

مثلاً $|3| = 3, |0| = 0, |-3| = 3$

من الخصائص المفيدة للقيمة المطلقة ما يلي:

$$|x + y| \leq |x| + |y| \ , \ |xy| = |x| \ |y|$$

وهذا صحيح لكل الأعداد الحقيقية x,y، ويقال للقيمة المطلقة أيضاً القيمة العددية.

● **القيمة المطلقة لمتجه:**

انظر متجه.

معادلة **EQUATION**

هي عبارة تعبر عن المساواة بين تعبيرين أو كميتين. وهناك نوعان من المعادلات:

النوع الأول، هو **المتطابقات** وهي صالحة لجميع قيم المتغيرات المعنية (**أنظر متطابقة**).

أما النوع الثاني، فهو **المعادلات المشروطة** (والمسماة عادة بالمعادلات). والمعادلة المشروطة صحيحة لقيم معينة للمتغيرات المعينة. فمثلاً $x + 2 = 5$ هي عبارة صحيحة عندما تكون $x = 3$. أما المعادلة المشروطة $xy + y - 3 = 0$ فهي صحيحة عندما تكون $y = 1, x = 1$ ولقيم كثيرة أخرى.

وحل المعادلة المشروطة هو قيمة أو عدة قيم يأخذها المتغير أو المتغيرات (إذا كان هناك أكثر من متغير) بحيث تصبح المعادلة عبارة صائبة.

انظر متضاعف ـ جذر متضاعف.

وعادة ما يجري تسمية المعادلات على حسب نوع الدوال المستخدمة في هذه المعادلات. فمثلاً **المعادلة الصماء** هي المعادلة التي تحتوي على كميات تحت الجذر أولها جذور كسرية مثل $x^{\frac{1}{2}} + 1 = 3x$ و $\sqrt{x^2 + 1} = x + 2$.

أما **المعادلة المثلثية** فهي تلك التي تحتوي على دوال مثلثية مثل المعادلة $\cos x - \sin x = \frac{1}{2}$. **والمعادلة الأسية** تحتوي على دوال فيها المتغير أسٌّ مثل $2^x - 5 = 0$.

● **معادلة المنحنى أو الأسطوانة أو المستوى. . . إلخ :**

هي المعادلة أو المعادلات الآنية التي تحققها النقاط ونقط النقاط المتواجدة على المنحنى أو الأسطوانة أو المستوى. . . على الترتيب.

انظر منحنى وخط ــ معادلات الخط المستقيم، انظر وسيطي ــ المعادلات الوسيطية؛ وانظر كذلك سطح.

● **المعادلة المساعدة:**

انظر تفاضل ــ المعادلات التفاضلية الخطية.

● **معادلات الانسجام:**

انظر انسجام.

● **المعادلة المختلة :**

هي معادلة لها جذور أقل من معادلة أخرى اشتقت منها المعادلة المختلة. وسبب نقص عدد الجذور في المعادلة المختلة ربما يرجع إلى قسمة طرفي المعادلة بدالة للمتغير.

فمثلاً إذا قسمنا المعادلة $x^2 + x = 0$ على x فإننا نحصل على المعادلة $x + 1 = 0$. وهي معادلة مختلة لأنها تفتقد الجذر 0.

● **المعادلات التفاضلية والفرقية:**

انظر فرق وتفاضل ــ المعادلة التفاضلية.

● **معادلات بسل وهرميت ولاغر ولوجاندر :**

انظر تحت هذه الأسماء.

● **معادلة الاستمرار (ديناميكا الموائع) :**

هي المعادلة $\nabla . q = 0$ حيث q تمثل تدفق السائل. وإذا لم يكن في السائل أية بالوعة أو منبع فإن هذه المعادلة تنص على أن السائل لا يتركز عند نقطة ولا ينتشر بعيداً عن نقطة. وإذا تحققت هذه المعادلة عند كل نقطة في السائل فإن خطوط متجه التدفق تكون مغلقة أو لا منتهية. ومثل هذا التوزيع للمتجهات يسمى ملغّى.

● معادلة الحركة:

هي معادلة (في العادة معادلة تفاضلية) تنص على القانون الذي يحكم حركة جسم ما.

● المعادلة في الصيغة P:

هي معادلة كثيرة الحدود في متغير واحد يكون فيها معامل الحد الأعلى درجة فيها مساوياً الوحدة وبقية معاملات الحدود الأخرى أعداداً صحيحة.

● المعادلة المتجانسة:

انظر متجانس.

● المعادلات اللامتسقة:

انظر متسق.

● المعادلات غير المعينة:

ويقال ان معادلة ما غير معينة إذا احتوت على أكثر من متغير مثل $x + 2y = 4$ وكان لها عدد غير محدد من الحلول. وانصب الاهتمام على هذا النوع منذ زمن وبخاصة عندما تكون المعادلات أعداداً صحيحة والمطلوب إيجاد حلول تتضمن أعداداً صحيحة فقط. وفي هذه الحالة الأخيرة فإن هذه المعادلات تسمى بمعادلات ديوفانتوس أو بالمعادلات الديوفانتية. وتجدر الاشارة إلى أن العرب سموا هذه المعادلات بالمعادلات السيالة.

أما مجموعة المعادلات الخطية غير المعينة فهي مجموعة من المعادلات الخطية لها عدد لا منته من الحلول.

انظر اتساق.

● المعادلات التكاملية:

انظر تكامل.

● المعادلة اللوغاريتمية:

هي معادلة تحتوي على لوغاريتم المتغير. وفي العادة تسمى المعادلة لوغاريتمية عندما يظهر المتغير فقط ضمن عمدة اللوغاريتم. فمثلاً $\log x + 2 \log 2x + 4 = 0$ معادلة لوغاريتمية.

● **المعادلة الأصغرية:**

انظر جبري ـ العدد الجبري؛ وانظر كذلك مميز ـ المعادلة المميزة لمصفوفة؛ أنظر مصفوفة.

● **المعادلة العددية:**

هي معادلة تكون فيها معاملات المتغيرات والحد الثابت أعداداً وليس ثوابت حرفية. ومثال على ذلك المعادلة $2x^2 + 5x + 3 = 0$.

● **المعادلات الوسيطية:**

انظر وسيطي.

● **معادلة كثيرة الحدود:**

هي كثير حدود في متغير أو أكثر وضعت مساوية للصفر. ودرجة المعادلة هي درجة كثير الحدود (انظر درجة ـ درجة المعادلة أو كثير الحدود). **والمعادلة العامة من الدرجة الثانية في متغيرين تأخذ الشكل:**

$$ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f = 0$$

حيث لا تكون a و b و c كلها أصفاراً.

وتكون **معادلة كثير الحدود تامة** إذا كانت جميع معاملاتها لا تساوي الصفر وتكون **لا تامة** إذا ساوت أحد معاملاتها (باستثناء معامل x^n) الصفر.

ويقال إن معادلة كثير الحدود خطية أو تربيعية أو تكعيبية أو رباعية أو خماسية الدرجة إذا كانت درجتها مساوية للأعداد 5,4,3,2,1 على الترتيب.

ويعرف جذر كثير الحدود في متغير واحد بأنه قيمة المتغير التي إذا عوضناها في كثير الحدود فإنها تجعله مساوياً للصفر وفي بعض الحالات يمكن إيجاد الحل بالتحليل إلى العوامل. فللمعادلة $x^2 + x - 6 = 0$ جذران 2 و -3 لأن $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x - 3)$.

وإذا لم يكن بالمستطاع إعمال المعادلة، أي تحليلها إلى عوامل، فإن الطرائق المستخدمة عادة في هذه الأحوال تتضمن سلسلة من التقريبات المتعاقبة. وتشكل طرق هورنر ونيوتن أمثلة جيدة لهذه الطرائق.

● المعادلة الفائضة:

هي معادلة تحتوي على جذور جديدة بعد التأثير على معادلة ما برفع طرفي المعادلة لقوة ما أو الضرب في دالة للمجهول. وتسمى الجذور الجديدة بالجذور الغريبة. فمثلاً المعادلة $x - 1 = \sqrt{x + 1}$ تصبح بعد تربيع طرفيها $x^2 - 3x = 0$ والتي لها الجذران 0 و3. وبالتالي فإن المعادلة $x^2 - 3x = 0$ معادلة فائض لأن الجذر 0 لا يحقق المعادلة الأصلية.

● المعادلات الآنية: انظر آنية.

● نظرية المعادلات: انظر نظرية.

● تحويل معادلة: انظر تحويل.

معادلة تفاضلية عادية — ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION

● المعادلة التفاضلية العادية:

هي معادلة تربط بين متغير مستقل t ودالة y(t) ومشتقات هذه الدالة بالنسبة للمتغير t وتكتب على الشكل

$$F(t, x(t), x'(t), x''(t), \ldots, x^{(n)}(t)) = 0 \qquad (*)$$

وتسمى هذه المعادلة لاخطية عموماً.

● حل معادلة تفاضلية:

في فترة I هي تلك الدالة $\phi(t)$ التي تحول المعادلة التفاضلية إلى مطابقة (أي مساواة تتحقق من أجل جميع قيم t في I).

مثال: $x = \operatorname{tg} t$ هو حل للمعادلة $x' = 1 + x^2$.

● مرتبة معادلة تفاضلية:

هي العدد الذي يشير إلى مرتبة أعلى مشتق للدالة المجهولة x(t) الذي يرد في المعادلة.

مثال: مرتبة المعادلة $(x''')^2 - 5t\,x'''' + x - t^2 = 0$ هي 4.

• **درجة المعادلة التفاضلية:**

هي درجة أعلى مشتق يرد في المعادلة. وهكذا فإن درجة المعادلة $x'' - (x')^3 - t^2 = 0$ هي واحد.

• **حل عام للمعادلة التفاضلية (*):**

هو ذلك الحل الذي يحتوي على n ثابتاً، ويكتب الحل بالشكل

$$x = \phi(t, C_1, C_2, \ldots, C_n)$$

حيث $C_1, C_2, \ldots, C_n$ ثوابت اختيارية تساوي مرتبة المعادلة التفاضلية.

• **حل خاص للمعادلة التفاضلية:**

هو الحل الذي ينتج عن الحل العام بإعطاء الثوابت الاختيارية قيماً محددة. ويتم تعيين الحل الخاص عادة بحيث تتحقق بعض الشروط الابتدائية أو الحدودية.

الشروط الابتدائية: هي مجموعة الشروط

$$x(t_0) = \alpha_0,\ x'(t_0) = \alpha_1,\ \ldots,\ x^{n-1}(t_0) = \alpha_{n-1}$$

التي تمثل قيمة الدالة المجهولة ومشتقاتها في النقطة $t = t_0$ وباستخدام هذه الشروط التي عددها n نتمكن عموماً من تحديد قيم الثوابت الاختيارية $C_1, C_2, \ldots, C_n$ في الحل العام والحصول على حل خاص.

الشروط الحدودية: هي مجموعة قيم الدالة المجهولة $x(t)$ وعدد من مشتقاتها على حدود الفترة المأخوذة للدراسة وتأخذ هذه الشروط أشكالاً مختلفة.

مثال:

$$x(a) = \alpha,\ x(b) = \beta_1,\ x'(b) = \beta_2, \ldots, x^{(n-2)}(b) = \beta_{n-1}$$

ونشير هنا إلى أن الشروط الحدودية يمكن أن تأخذ شكل علاقات خطية تربط بين قيم الدالة وقيم مشتقاتها عند نقطة أو أكثر من الفترة الموضوعة قيد الدراسة.

• **حل منفرد لمعادلة تفاضلية:**

هو حل لا ينتج من الحل العام للمعادلة التفاضلية.

● معادلة تفاضلية من المرتبة الأولى:

هي معادلة من الشكل $f(t,x,x') = 0$ وتسمى هذه المعادلة لاخطية. فإذا تمكنا من حل هذه المعادلة في x' فنحصل على المعادلة $x'(t) = g(t,x)$. وتعطى هذه المعادلة قيمة ميل المنحنى التكاملي في النقطة (t,x).

● المنحنى التكاملي:

هو المنحنى الذي يمثل حلاً لمعادلة تفاضلية. نورد الآن بعض الأشكال الخاصة للمعادلات التفاضلية من المرتبة الأولى مع حلولها:

(1) **ذات المتغيرات المنفصلة**: وهي من الشكل

$$x = \frac{f_1(t)}{f_2(x)}$$

ويعطى حلها بالعلاقة $\int f_2(x)dx = \int f_1(t)dt + C$

(2) **المعادلة المتجانسة**: $x' = f(\frac{x}{t})$ وحلها يؤول إلى (1) باستخدام التحويل $u = \frac{x}{t}$.

(3) **المعادلة التامة**: وتأخذ الشكل $P(t,x)dt + Q(t,x)dx = 0$ بحيث $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial t}$. ويتم حل هذه المعادلة بالبحث عن الدالة $U(t,x)$ التي تحقق الشرطين

$$\frac{\partial U}{\partial t} = p(t,x) \; ; \; \frac{\partial U}{\partial x} = Q(t,x) \qquad (**)$$

وذلك بمكاملة إحدى هاتين المعادلتين للحصول على

$$U = \int P(t,x)\partial t + \phi(x)$$

ثم بإيجاد $\phi(x)$ من اشتقاق U بالنسبة لـ x ومطابقتها مع (**). ونعني بالتكامل هنا أن المكاملة تجري مع اعتبار x ثابتاً أثناء المكاملة. ويكتب الحل أخيراً بالشكل $U(t,x) = C$.

(4) **المعادلة الخطية**: وتأخذ الشكل $x' + p(t)=f(t)$

وحلها العام هو $x = \mu(t)[\int f(t)\frac{1}{\mu(t)}\,dt + C]$

حيث $\mu(t) = \exp \int p(t)dt$

(5) **معادلة برنولي**: وهي المعادلة $x' + p(t)x = f(t)x^n$ وتؤول هذه المعادلة إلى (4) باستخدام التحويل $v = \frac{1}{x^{n-1}}$.

(6) **معادلة ريكاتي**: وتأخذ الشكل

$$x' + a(t)x^2 + b(t)\,x + c(t) = 0$$

ولا توجد طريقة عامة لحل هذه المعادلة وإيجاد الحل العام، ويكون هذا الأمر ممكناً فقط في الحالة التي نعرف فيها حلاً خاصاً لهذه المعادلة. فإذا كان $x = \phi(t)$ هو حل خاص لهذه المعادلة فإن الفرض $x = \phi(t) + u$ يحوّل معادلة ريكاتي إلى برنولي.

● **عامل التكميل**:

إذا لم تكن المعادلة $P(t,x)dt + Q(t,x)dx = 0$ تامة، فإننا نحاول جعلها تامة بضرب طرفيها بدالة $\mu = \mu(t,x)$ نسميها عامل التكميل بحيث تصبح المعادلة تامة، ولا يتسنى لنا ذلك في غالب الأحيان لأن تعيين $\mu(t,x)$ يقتضي حل **معادلة تفاضلية جزئية**. (انظر **معادلة تفاضلية جزئية**). ولذلك نبحث عادة عن عامل تكميل كدالة في x فقط أو في y فقط أو في بعض التراكيب الخاصة للمتغيرين y,x مثل xy أو $x^2 + y^2$ أو $x + y$.

● **طريقة بيكارد (التقريب المتتالي) لحل معادلة تفاضلية**:

لحل المعادلة $x' = f(t,x)$ ضمن الشرط $x(t_0) = x_0$ فإننا نبدأ بحل ما $x_1 = \phi_1(t)$ ونحصل على $\phi_2,\phi_3,\ldots$ من العلاقة

$$\phi_{n+1}(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} f(s,\phi_n(s))ds$$

(وغالباً ما نختار $\phi_1(t) = x_0$) فإذا كانت متتالية الدوال $\phi_1,\phi_2,\ldots,\phi_n,\ldots$ متقاربة إلى دالة $\phi(t)$ فإن هذه الدالة تمثل حلاً للمعادلة $x' = f(t,x)$ على أن نشترط إمكانية المكاملة في كل مرة نبدل فيها $\phi_n(s)$ تحت إشارة المكاملة.

طريقة تايلور: وتتم بافتراض مسبق بأن الحل المطلوب قابل للنشر وفق متسلسلة تايلور بجوار نقطة ابتدائية (t_0,x_0) أي بالشكل

$$x(t) = x(t_0) + x'(t_0)(t - t_0) + \tfrac{1}{2}x''(t_0)(t - t_0)^2 + \dots$$

ولإيجاد المعاملات $x^{(n)}(t_0),\ n = 0,1,2,\dots$ فإننا نأخذ المشتقات المتتالية لمعادلة $x' = f(t,x)$

$$x'' = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} f(t,x)$$

ثم نعوض $x = x_0,\ t = t_0$.

- **معادلة تفاضلية خطية من المرتبة (n)**:

هي المعادلة $L\,x \equiv a_0(t)\dfrac{d^n x}{dt^n} + a_1(t)\dfrac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}} + \dots + a_n(t)x = f(t)$

حيث $a_0, a_1, \dots, a_n$ هي دوال حقيقية أو عقدية في المغير t. فإذا كانت $f(t) \equiv 0$ قلنا ان هذه المعادلة متجانسة وفيما عدا ذلك فالمعادلة غير متجانسة.

ويعطي الحل العام للمعادلة $L\,x = f(t)$ بالعلاقة:

$$x(t) = \phi(t) + x_p(t)$$

حيث $\phi(t)$ هو الحل العام للمعادلة المتجانسة $L\,x = 0$ بينما $x_p(t)$ هو الحل الخاص للمعادلة $L\,x = f$.

أما إذا كانت $a_0(t),a_1(t),\dots,a_n(t)$ ثوابت قلنا إن هذه المعادلة ذات معاملات ثابتة.

- **الاستقلال الخطي لمجموعة دوال**:

نقول بأن مجموعة الدوال

$$\phi_1(t),\phi_2(t),\ \dots,\ \phi_n(t)$$

مستقلة خطياً إذا وفقط إذا كانت العلاقة $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i\phi_i(t) = 0$ غير محققة إلا إذا كانت $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$ من أجل جميع قيم t في فترة ما I.

- **مجموعة الحلول الأساسية للمعادلة $L\,x = 0$**:

هي مجموعة الحلول $\phi_1(t),\phi_2(t),\dots,\phi_n(t)$ المستقلة خطياً في فترة I

للمعادلة $L x = 0$. أما الشرط اللازم والكافي لتكون هذه المجموعة مستقلة خطياً فهو أن يكون معين رونسكي مغايراً للصفر في الفترة I.

ويعطى معين رونسكي بالشكل:

$$W[\phi_1,\phi_2,\ldots,\phi_n] = \begin{vmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \cdots & \phi_n \\ \phi_1' & \phi_2' & \cdots & \phi_n' \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \phi_1^{(n-1)} & \phi_2^{(n-1)} & \cdots & \phi_n^{(n-1)} \end{vmatrix}$$

فإذا كان $W = 0$ من أجل أية قيمة للمتغير t في الفترة I فإن $W \equiv 0$ في I.

ويحقق معين رونسكي المعادلة المهمة التالية:

$$W[\phi_1(t),\phi_2(t),\ldots,\phi_n(t)] = W[\phi_1(\alpha), \phi_2(\alpha),\ldots,\phi_n(\alpha)]\exp \int_\alpha^t -\frac{a_1(s)}{a_0(s)}\, ds$$

حيث $\alpha \in I$, $t \in I$.

- **الحل العام لمعادلة تفاضلية خطية من المرتبة n:**

لتكن $\phi_1(t), \phi_2(t), \ldots, \phi_n(t)$ مجموعة الحلول الأساسية للمعادلة $L x = 0$ فإن الحل العام لهذه المعادلة يعطى بالشكل

$$\phi(t) = C_1\phi_1(t) + C_2\phi_2(t) + \ldots + C_n\phi_n(t)$$

- **الحل العام للمعادلة الخطية ذات المعادلات الثابتة:**

لتكن لدينا المعادلة

$$x^{(n)} + a_1 x^{(n-1)} + \ldots + a_n x = 0$$

حيث $a_1,\ldots,a_n$ ثوابت. فإن الحل العام لهذه المعادلة يعطى بالعلاقة

$$x = c_1e^{\lambda_1 t} + c_2e^{\lambda_2 t} + \ldots + c_ne^{\lambda_n t} \qquad (*)$$

إذا كانت $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ جذور ا مختلفة حقيقية للمعادلة المميزة

$$\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \ldots + a_{n-1}\lambda + a_n = 0,$$

فإذا كان لهذه المعادلة جذور عقدية بسيطة أو مضاعفة أو جذور حقيقية مضاعفة فإن الحل العام يأخذ شكلاً آخر وفق القواعد التالية:

(أ) إذا كان $\lambda_1 = \lambda_2$ فإن $(c_1 + tc_2)e^{\lambda_1 t}$ يحل محل $c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t}$ عندما يكون $\lambda_1 \neq \lambda_2$.

(ب) إذا كان الجذران λ_1, λ_2 عقديين مترافقين فإن $c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t}$ تستبدل بها العبارة $e^{\alpha t}(c_1 \cos \beta t + c_2 \sin \beta t)$

حيث $\lambda_2 = \alpha - i\beta t$, $\lambda_1 = \alpha + i\beta t$

(جـ) إذا كان λ_1 جذراً مضاعفاً k مرة للمعادلة المميزة فإن $(c_1 + tc_2 + t^2 c_3 + \ldots + t^{k-1} c_k)e^{\lambda_1 t}$ يحل محل k حداً في صورة الحل العام(*).

(د) إذا كان الجذران العقديان المترافقان λ_1, λ_2 مضاعفين k مرة فإننا نستبدل بـ 2k حداً في صورة الحل العام العبارة:

$$e^{\alpha t} [(c_1 + tc_2 + t^2 c_3 + \ldots + t^{k-1} c_k) \cos \beta t +$$

$$+ (\bar{c}_1 + t\bar{c}_2 + \ldots + t^{k-1} \bar{c}_k) \sin\beta t]$$

حيث $C_i, \bar{C}_i$ $(i = 1,2,\ldots,k)$ هي ثوابت اختيارية.

مثال (1): الحل العام للمعادلة $y'' - 5y' + 6y = 0$ هو

$$y = c_1 e^{2t} + c_2 e^{3t}$$

مثال (2): الحل العام للمعادلة $y'' + 4y' + 4y = 0$ هو

$$y = e^{-2t}(c_1 + c_2 t)$$

مثال (3): الحل العام للمعادلة $y'' + 4y' + 8y = 0$ هو

$$y = e^{-2t}(c_1 \cos 2t + c_2 \sin 2t)$$

- **الحل العام للمعادلة الخطية غير المتجانسة ذات المعاملات الثابتة:**

لتكن لدينا المعادلة

$$L x \equiv x^{(n)} + a_1 x^{(n-1)} + \ldots + a_{n-1} x + a_n = f(t)$$

حيث $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ثوابت.

إن الحل العام لهذه المعادلة يساوي الحل العام للمعادلة $L\,x = 0$ مضافاً إليه حلاً خاصًا للمعادلة $L\,x = f$ وهكذا فإن إيجاد الحل العام يؤول إلى إيجاد هذا الحل الخاص.

● **طريقة تحويل الثابت لإيجاد الحل الخاص:**

لنفرض أن $\phi(t) = c_1\phi_1(t) + c_2\phi_2(t) + \dots + c_n\phi_n(t)$ هو الحل العام للمعادلة $L\,x = 0$ فإن الحل الخاص للمعادلة $L\,x = f$ يعطى بالعلاقة

$$x_p(t) = u_1(t)\,\phi_1(t) + u_2(t)\phi_2(t) + \dots + u_n(t)\phi_n(t)$$

حيث
$$u_i(t) = \int \frac{W_i[\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n]}{W[\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n]}\,dt$$

أما $W_i[\phi_1,\dots,\phi_n]$ فهو معين رونسكي بعد أن نستبدل فيه بعناصر العمود i عناصر $(0,0,\dots,:,f(t))$ على الترتيب.

طريقة المؤثر التفاضلي: إذا كتبنا D بدلاً من $\frac{d}{dt}$ فإننا نكتب المعادلة $L\,x = f(t)$ بالشكل $L(D)\,x = f(t)$ ويعطى الحل الخاص بالعلاقة

$$x_p(t) = \frac{1}{L(D)}\,f(t)$$

حيث نعني بالرمز $\frac{1}{L(D)}$ على أنه المؤثر التفاضلي المعاكس للمؤثر $L(D)$ المعرف بالعلاقة

$$L(D) = a_0D^n + a_1D^{n-1} + \dots + a_{n-1}D + a_n$$

ويمكن هنا أن نفرق الكسر $\frac{1}{L(D)}$ بالطريقة العادية المتبعة لتفريق كسر من أجل إجراء عملية المكاملة فنحصل على كسور تأخذ الأشكال البسيطة التالية:
$$\frac{A}{(D^2 + aD + b)^s} \qquad \frac{A}{(D - \alpha_1)^r}$$

حيث $a^2 - 4b < 0$. (انظر كسور جزئية). وباستخدام خواص المؤثرات التفاضلية نطبق كل كسر بسيط من هذه الكسور على الدالة $f(t)$ للحصول على

الحل العام. ونرفق هنا جدولاً يبين قيمة $\frac{1}{L(D)}f(t)$ من أجل بعض الأشكال الخاصة للدالة f(t).

طريقة لابلاس: لإيجاد الحل الخاص للمعادلة $L\,x = f(t)$ نطبق تحويل لابلاس على طرفي هذه المعادلة باستخدام شروط بدء معطاة للدالة x ومشتقاتها عند $t = 0$. فإذا فرضنا أن $X(t) = L\,x(t)$ و $F(t) = \hat{L}f(t)$ حيث $\hat{L}$ هي تحويل لابلاس. فإن المعادلة $L\,x = f$ تأخذ الشكل

$$(s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_n)X(s) = F(s) + G(s)$$

حيث

$$\begin{aligned}G(s) \equiv\, & x(0)\,[s^{n-1} + a_1 s^{n-2} + \ldots + a_{n-1}] + \\ & + x'(0)[s^{n-2} + a_1 s^{n-3} + \ldots + a_{n-2}] + \ldots + \\ & + x^{(n-2)}(0)[s + a_1] + x^{(n-1)}(0)\end{aligned}$$

على أن نأخذ $x(0), x'(0), \ldots, x^{(n-1)}(0)$ عند النقطة $0 + 0$ ونجد أخيراً أن

$$X(s) = \frac{F(s)}{L(s)} + \frac{G(s)}{L(s)}$$

حيث $L(s) = s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_n$ وللحصول على $x_p(t)$ فما علينا إلا أن نأخذ المؤثر المعاكس للمقدار X(s).

جدول المؤثرات المعاكسة

Rules for Inverse Operators

No.	Expression	Value (one choice)
1	$\frac{1}{f(D)}\, e^{nx}$	$\frac{e^{nx}}{f(a)}\,[f(a) \neq 0]$
2	$\frac{1}{(D-a)^m}\, e^{nx}$	$\frac{x^m e^{nx}}{m!}\;(m = 1,2,\ldots)$
3	$\frac{1}{(D-a)^m f(D)}\, e^{nx}$	$\frac{x^m e^{nx}}{m!f(a)}\;[m = 1,2,\ldots,f(a) \neq 0]$
4	$\frac{1}{D^2 + a^2}\,\sin bx$	$\frac{\sin bx}{a^2 - b^2}\;(a \neq b)$

No.	Expression	Value (one choice)
5	$\frac{1}{D^2 + a^2} \sin ax$	$\frac{-x \cos ax}{2a}$
6	$\frac{1}{D^2 + a^2} \cos bx$	$\frac{\cos bx}{a^2 - b^2}$ $(a \neq b)$
7	$\frac{1}{D^2 + a^2} \cos ax$	$\frac{x \sin ax}{2a}$
8	$\frac{1}{aD^2 + bD + c} \sin wx$	$\frac{(c - a\omega^2) \sin \omega x - b\omega \cos \omega x}{(c - a\omega^2)^2 + b^2\omega^2}$ (denom $\neq 0$)
9	$\frac{1}{aD^2 + bD + c} \cos \omega x$	$\frac{(c - a\omega^2)\cos \omega x + b\omega \sin \omega x}{(c - a\omega^2)^2 + b^2\omega^2}$ (denom $\neq 0$)
10	$\frac{1}{f(D)} [c_1Q_1(x) + c_2Q_2(x)]$	$c_1 \frac{1}{f(D)} Q_1(x) + c_2 \frac{1}{f(D)} Q_2(x)$
11	$\frac{1}{f(D)g(D)} Q(x)$	$\frac{1}{f(D)} [\frac{1}{g(D)} Q(x)]$ or $\frac{1}{g(D)} [\frac{1}{f(D)} Q(x)]$
12	$\frac{1}{D} Q(x)$	$\int Q(x)dx$
13	$\frac{1}{D - a} Q(x)$	$e^{nx} \int e^{-nx}Q(x)dx$
14	$\frac{1}{(D - a)^m} Q(x)$ $(m = 1, 2, \ldots)$	$\frac{e^{nx}}{(m - 1)!} \int_c^x e^{-au}(x - u)^{m-1}Q(u)du$ (c is arbit)
15	$\frac{1}{(D - a)^2 + b^2} Q(x)$ $(b \neq 0)$	$\frac{e^{nx}}{b} \int_c^x e^{-au} \sin b(x - u)Q(u)du$ (c is arbit)
16	$\frac{1}{f(D)} e^{nx}Q(x)$	$e^{nx} \frac{1}{f(D + a)} Q(x)$

No.	Expression	Value (one choice)
17	$\frac{1}{f(D)} e^{ax}P(x)$ [f(a) ≠ 0. P(x) a polyn. of deg. N]	$e^{au}[g(a)P(x) + \frac{g'(a)}{1!} P'(x) + \ldots + \frac{g^{(N)}(a)}{N!} P^{(N)}(x)]$ [g(r) = 1/f(r)]
18	$\frac{1}{(D-a)^m f(D)} e^{ax}P(c)$ [f(a) ≠ 0, m = 1,2,.. P a polyn. of deg. N]	$e^{nx}[g(a)Q(x) + \frac{g'(a)}{1!} Q'(x) + \ldots + \frac{g^{(N)}(a)}{N!} Q^{(N)}(x)]$ [g(r) = 1/f(r), Q(x) = $(1/D)^m P(x)$]
19	$\frac{1}{f(D)} Q(x)$ [$f(r) = a_0(r - r_1)\ldots$ $(r - r_n, r_1, \ldots, r_n$ distinct]	$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{f'(r_k)} \frac{1}{D - r_k} Q(x)$
20	$\frac{1}{f(D)} Q(x)$	$\int_c^x Q(u)\, W(x-u)\, du$, where y= W(x) is solution of $f(D)y \equiv (a_0D^n + \ldots)y = 0$ such that W(0) = 0, $W'(0) = 0, \ldots, W^{(n-2(}(0) = 0$, $W^{(n-1)}(0) = 1/a_0$
21	$\frac{1}{f(D)} Q(x - x_0)$	$\phi(x - x_0)$, where $\phi(x) = \frac{1}{f(D)} Q(x)$

DERIVED EGNATION — معادلة مشتقة

(1) في الجبر: المعادلة المشتقة هي معادلة تنتج من معادلة ثانية بعد إضافة حدود لطرفي المعادلة أو رفع طرفي المعادلة لقوة معينة أو ضرب أو قسمة طرفي المعادلة بكمية ما. والجدير بالذكر أن المعادلة المشتقة ليست دائمًا مكافئة للمعادلة الأصلية بمعنى أنه ليس لها دائمًا نفس الجذور. فالمعادلة $\sqrt{x+3} = x$

تكافؤ المعادلة $x + 3 = x^2$ بينما نجد أن الجذر الوحيد المحقق للمعادلة الأولى هو 2.

(2) في الحسبان: المعادلة المشتقة هي معادلة تنتج بعد مفاضلة معادلة أخرى.

انظر منحن مشتق.

معاكس **INVERSE**

● **معكوس العنصر:**

ويعرف المعكوس الجمعي للعدد a بأنه العدد $-a$ بحيث $a + (-a) = 0$. أما المعكوس الضربي لعدد غير صفري a فإنه العدد $\frac{1}{a}$ حيث $a(\frac{1}{a}) = 1$.

وبصورة عامة لنفرض أن S مجموعة معرفة عليها عملية ثنائية $x*e = e*x = x$ لكل عناصر $x \in S$. نعرف **معكوس العنصر** $x \in S$ بأنه العنصر $x^{-1} \in S$ بحيث $x*x^{-1} = x^{-1}*x = e$. أما المعكوس الأيمن للعنصر x فهو العنصر $x^{*} \in S$ بحيث $x*x = e$ ويعرف المعكوس الأيسر للعنصر x بأنه العنصر $\bar{x} \in S$ بحيث $\bar{x}*x = e$.

انظر زمرة ــ وعنصر محايد.

● **معكوس الدالة:**

إذا كانت $y = f(x)$ تكافؤ $x = g(y)$ فإننا نقول أن f معكوساً لـ g وبالعكس. وفي العادة نغير المتغيرات في الدالة $x = g(y)$ لتكتب على الشكل $y = g(x)$. وفي هذه الحالة تكون $f[\, g(x)\,] = g[\, f(x)\,]$ لكل x. ونقول إن الدالة f لها معاكس أيمن g إذا كان $f[\, g(x)\,] = x$ لكل قيم x في مدى f. كما نقول إن الدالة f لها معاكس أيسر h إذا كان $h[\, f(x)\,] = x$ لكل x في مجال f. وإذا كان أي من g أو h موجوداً فإن $g = h$ وفي هذه الحالة تكون g معاكساً لـ f ويكون للدالة معاكس إذا وفقط إذا كانت متباينة.

مثال: معاكس الدالة $y = \sin x$ هو $y = \sin^{-1}x$ إذا كان مجال هاتين

الـــدالـتـــين $[-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi]$ و $[-1,1]$ عـــلى الـتــرتــيــب وكـــان مـــداهمـــا $[-1,1]$, $[-\frac{1}{2}\pi,\frac{1}{2}\pi]$ على الترتيب. ويكون معاكس الدالة المستمرة مستمراً إذا كان مجال f متراصاً. وإذا كان مجال الدالة f فترة وكانت f إما متزايدة في المجال أو متناقصة فإن الدالة f معاكساً مستمراً. وإن كان $f'(x)$ موجوداً بالإضافة إلى الشروط آنفة الذكر بحيث $f'(x) \neq 0$ وكان g معكوس f فإن $g'(y)$ يكون موجوداً ويكون $f'(x)g'(x) = 1$ إذا كان $y = f(x)$.

انظر صورة.

- **معكوس الدوال الزائدية:**

انظر زائدي ـ معكوس الدوال الزائدية.

- **معكوس الصورة:**

انظر صورة.

- **معكوس اللوغاريتم:**

لعدد معطى x هو العدد y بحيث يكون $\text{Log}\, y = x$ فمثلاً معكوس اللوغاريتم للعدد 2 هو 100 لأن $\text{Log}\, 100 = 2$. والتعبير الشـائع لمعكـوس اللوغاريتم هو **مقابل اللوغاريتم**.

- **مبرهنة معكوس التطبيق:**

انظر مفتوح ـ مبرهنة التطبيق المفتوح.

- **معكوس الاقتضاء:**

هو الاقتضاء الناتج من استبدال المقدم والتالي بنفيهما.

مثال: فمعكوس الاقتضاء «إذا كان x يقبل القسمة على 4 فإن x يقبل القسمة على 2» هو العبارة الخاطئة «إذا لم يكن x يقبل القسمة على 4 فإن x لا يقبل القسمة على 2» ويتكافأ **عكس** و **معكوس** اقتضاء باعتبار أنهما إما أن يكونا صائبين معاً أو خاطئين معاً.

- **معكوس العدد:**

أي مقلوبه. فمعكوس x هو $\frac{1}{x}$.

- **معكوس العملية:**

هي عملية تلغي مفعول العملية المعطاة عندما تجرى بعدها. فمثلاً طرح كمية ما هو معكوس جمعها وعموماً فعملية الطرح معكوس لعملية الجمع. ولما كانت العملية عبارة عن دالة فإن كل ما ينطبق على معكوس الدالة ينطبق على معكوس العملية.

انظر معكوس الدالة.

- **معكوس نقطة أو منحنى:** انظر تعاكس.
- **معكوس العلاقة:** انظر علاقة.
- **معكوس الدوال المثلثية:** انظر مثلثي.
- **معكوس التغير:** انظر تغير.

معامل — COEFFICIENT

في الجبر المبتدىء، المعامل هو الجزء العددي من الحد ويكتب عادة قبل الجزء الحرفي. مثلاً 2 في 2x وفي 2(x + y) (أنظر **قوسان صغيران**). المعامل بشكل عام هو حاصل ضرب كل العوامل في حد باستثناء واحد (أو مجموعة) من هذه العوامل. مثلاً في 2axyz نعتبر أن 2axy هو معامل z. كما أن 2ayz هو معامل x وهكذا. كما قد يقصد بالمعامل تلك العوامل الثابتة وذلك لتمييزها عن المتغيرات.

- **معاملات ثنائية الحد:** انظر ثنائي الحد.
- **معامل الارتباط:** انظر ارتباط ـ معامل الارتباط.
- **معامل الاحتكاك:** انظر احتكاك.
- **معامل الجهد:** انظر واحد ـ جهود ذات بعدية واحد.
- **معامل التغير:** انظر تغير.
- **المعاملات في معادلة:**

(1) معاملات المتغيرات.

(2) الحد الثابت ومعاملات كل الحدود المحتوية على متغيرات. أما إذا لم يكن الحد الثابت محسوماً **فيقال معاملات المتغيرات في** المعادلة.

- **معامل الثقة:**

انظر ثقة.

- **معاملات مفروزة:**

الضرب بمعاملات مفرزة والقسمة عليها. هي عمليات إيجاز للضرب والقسمة في الجبر، حيث نستعمل المعاملات فقط (وإشاراتها) دون المتغيرات. ونستطيع معرفة قوى الحدود المختلفة من خلال مرتبتها، مثلاً: إذا ضرب $(x^3 + 2x + 1)$ بكثير الحدود $(3x - 1)$ فإن عملية الإيجاز المذكـورة تكتفي بضرب العبارتين $(1 + 0 + 2 + 1)$, $(3 - 1)$.

انظر تركيبي ــ قسمة تركيبية.

- **معنى المعاملات:** انظر معين ــ معين المعاملات.
- **معامل التفاضل:** ويقصد بها المشتق.
- **معامل متقدم:** انظر متقدم.
- **معاملات لوجاندر:** انظر لوجاندر ــ كثيرات حدود لوجاندر.
- **مصفوفة المعاملات:** انظر مصفوفة.
- **معامل فاي:** انظر كاي ــ اختبار مربع كاي للاستقلال.
- **معامل انكفاء:** انظر انكفاء.
- **العلاقة بين جذور ومعاملات معادلة كثيرة الحدود:**

انظر جذر ــ جذر معادلة.

- **معاملات غير معينة:** انظر غير معين.

معامل مفروز — DETACHED COEFFICIENT

- **معامل مفروز:** انظر معامل ــ المعاملات المفروزة.

● **معامل تغير الحجم:**

هو النسبة بين شدة الضغط والانضغاط التكعيبي. ويرتبط هذا المعامل k بمعامل يونغ E ونسبة بواسون σ بالعلاقة $k=\frac{E}{3(1-2\sigma)}$ ويكون k موجباً دوماً من أجل جميع المواد الفيزيائية.

● **معامل الصلابة:**

انظر صلابة.

● **معامل يونغ:**

هو مقدار ثابت عرّفه العالم يونغ عام 1807، وهذا الثابت يتعلق بمرونة المواد. فإذا طبقنا قوة شد T على مقطع عرضي لقضيب رفيع وكانت الاستطالة الناجمة عن T هي e فإن $T = Ee$ حيث E هو معامل يونغ.

معاود RECURRENT

لتكن $\{x_n\}$ لأجل $n = 0, 1,2,...$ سلسلة ماركوف. ولنعرف $f_i^n = Pr(X_n = i, X_{n-1} \neq i,..., X_1 \neq i|X_0 = i$ على أنه احتمال عودة السلسلة إلى الحالة i لأول مرة بعد n من المراحل. نسمي i **حالة معاودة** إذا كان $\sum_{n=1}^{\infty} f_i^n = 1$. وهذا يعني أن السلسلة ستعود حتماً إلى الحالة i إذا دخلتها مرة واحدة. وهذا بدوره يعني أن السلسلة ستدخل الحالة i عدداً لا منته من المرات. أما إذا كان $\sum_{n=1}^{\infty} f_i^n < 1$ فنسمي i **حالة غير معاودة** أو حالة عابرة. انظر ماركوف ـ عملية ماركوف.

معاود

ليكن M منطوياً تفاضلياً عليه صلة خطية ∇. إذا كان k حقل موترات لا يساوي الصفر ومن النمط (r,s) فإننا نقول عن K أنه **معاود** إذا كان هناك موتر α من النمط (0,1) بحيث $\nabla K = K \chi \alpha$ حيث أن χ ترمز إلى جداء الموترات، لاحظ أن α شكل من الدرجة الأولى.

معاودة RECURRENCE

● **النقطة المعاودة تقريباً:**

نقول إن النقطة x ϵ X في النظام الديناميكي (X,R,π) **نقطة معاودة تقريباً** إذا كان لكل ε > 0 يوجد T > 0 بحيث x ϵ S(x,[t + T[ ),ε) لكل t ϵ R، حيث S(z,ϵ) تدل على الكرة التي مركزها z ونصف قطرها ε . وهذا التعريف يكافىء التعريف التالي: لكل جوار للنقطة x يوجد T > 0 بحيث U ∩ π (y ,[0,T]) ≠ φ لكل y ϵ C(x) (C(x) يرمز لمدار x). وتكون كل نقطة **معاودة تقريباً** نقطة مستمرة حسب بواسو.

● **النقطة المعاودة:**

نقول أن x ε X **نقطة معاودة** إذا كان لكل ε > 0 يوجد T > 0 بحيث C(x) ⊂ S(π(x,[t,t + T]), ε) لكل t ε R.

ومن الواضح أن كل **نقطة** دورية تكون نقطة معاودة وأن كل نقطة معاودة تكون **نقطة معاودة تقريباً**. وإذا كان الفضاء X فضاء قياس تامًّا فإن كل نقطة معاودة تكون مستقرة حسب لاغرانج، أي أن غلاقة مدارها Cl[C(x)] تكون متراصة. ومن جهة ثانية فإن كل نقطة ذات مدار محتوى في مجموعة متراصة وأصغرية تكون نقطة معاودة.

المعاودة المنطقية REGIONAL RECURRENCE

● **النقطة المعاودة منطقياً:**

لتكن (X,T,π) زمرة تحويلية. (انظر زمرة تحويلية). نقول إن x ϵ X نقطة **معاودة منطقياً** إذا كان لكل جوار U للنقطة x توجد مجموعة مديدة A جزئية من T بحيث U ∩ π(U,a) ≠ φ لكل a ϵ A. ويمكن البرهنة على أن العبارات التالية متكافئة:

(1) (X,T,π) زمرة تحويلية معاودة منطقياً (أي أن كل نقطة في X معاودة منطقياً).

(2) $x \in J^P(x)$ لكل نقطة $x \in X$ ولكل مثيلة زمرة مكتنزة P جزئية من T حيث $J^P(x) = \cap \{D^P(xt)|t \in P\}$ لكل جوار V للنقطة x $D^P(x) = \cap \{\pi(\overline{V,P})|x$.

انظر **إطالات و إطالات النهايات**.

(3) $D^P(x) = D^{P-1}(x)$ لكل $x \in X$ ولكل مثيلة زمرة مكتنزة P جزئية من T.

وإذا كانت مجموعة النقاط المعاودة في X كثيفة في X فإن الزمرة التحويلية (X,T,π) تكون معاودة منطقياً.

معاون ANCILLARY

● **إحصاءة معاونة:**

لتكن $x_1,x_2,\dots,x_n$ عينة عشوائية مسحوبة من توزيع احتمالي $f(x;\theta)$ يعتمد على الوسيط. نقول إن الإحصاءة $T(x_1,x_2,\dots,x_n)$ **إحصاءة معاونة** إذا كان توزيع T لا يحتوي ولا يعتمد على θ بأي شكل من الأشكال. إن كون T مستقلاً عن أحد الإحصاءات الكافية للوسيط θ هو شرط كاف بأن يكون T معاوناً.

معاينة SAMPLING

● **خطأ المعاينة:**

انظر **خطأ**.

معتدل NORMAL

● **معتدل تضاف إلى «معتدل»:**

تحويل معتدل. هو تحويل خطي محدود T بحيث $TT^* = T^*T$ حيث T^* هو قرين T. وإذا لم يكن محدوداً فتشترط شروطاً أخرى مثل كونه مغلقاً. ويكون التحويل الخطي المحدود T معتدلاً إذا وفقط إذا كان $T = A + iB$ حيث A و B تحويلان متناظران ويحققان $AB = BA$.

انظر **مصفوفة ـ مصفوفة معتدلة**، وانظر **طيفي ـ مبرهنة الطيف**.

● **زمرة جزئية معتدلة:**

هي زمرة جزئية H لزمرة G بحيث أن محول أي عنصر في H من قبل أي عنصر في G يقع في H (انظر **محول** ــ محول عنصر في زمرة) وتكون الزمرة الجزئية H معتدلة إذا وفقط إذا كانت جميع مجموعاتها المشاركة اليمنى مجموعات مشاركة يسرى أيضاً (انظر **مجموعة مشاركة**). مرادف: زمرة جزئية لا متغيرة، قاسم معتدل.

انظر **خارج القسمة** ــ فضاء الخارج.

● **فضاء معتدل:**

انظر **نظامي** ــ فضاء نظامي.

● **مصفوفة معتدلة:**

انظر **مصفوفة**.

● **عدد معتدل:**

عدد حقيقي يكون لكل رقم في منشوره العشري نفس التكرار وكذلك يكون لمقاطعه العشرية المحتوية على نفس العدد من المراتب نفس التكرار. وبصورة أدق ليكن X عدداً حقيقياً مكتوباً بشكل ــ منشور ــ لا منته للأساس r (حيث يساوي r الأساس 10 أو غير ذلك). وليكن N(d,n) تكرار الرقم d في أول n من مراتب منشور X. نقول إن العدد X **بسيط الاعتدال** بالنسبة للأساس r إذا كان $\lim_{n \to \infty} [N(d,n)/n] = 1/r$ لكل قيمة $r-1,\ldots,1,0$ وليكن $N(D_k,n)$ تكرار المقطع D_k المتكون من k من الأرقام المتعاقبة في أول n من مراتب منشور X. نقول ان العدد X **معتدل** بالنسبة للأساس إذا كان $\lim_{n \to \infty} [N(D_k,n)/n] = 1/r^k$ لأجل كل عدد صحيح k وكل مقطع D_k.

وكل عدد معتدل هو عدد أصم (انظر **أصم** ــ عدد أصم). ولكن العدد بسيط الاعتدال قد يكون منطقاً مثل الكسر العشري المعاود 0.0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9... ومن غير المعروف إذا كانت الأعداد $\sqrt{2}$ و π و e طبيعية بالنسبة إلى أساس ما. ويكون مقاس مجموعة الأعداد المعتدلة بالنسبة إلى أي أساس كان صفراً. وكمثال على عدد معتدل بالنسبة للأساس 10 هو ...0.1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15.

COMPLETELY NORMAL — معتدل تماماً

نقول أن فضاء هاوسدورف X **معتدل تماماً** إذا كان لكل زوج من المجموعات A,B الجزئية من X والتي تحقق $A \cap \overline{B} = \overline{A} \cap B = \phi$ يوجد جواران منفصلان W,V للمجموعتين B,A (أي أن $V \cap W = \phi, B \subset W, A \subset V$). ومن الأمثلة المشهورة على الفضاءات المعتدلة نورد الفضاءات الترتيبية $[0,\Omega], [0,\Omega)$.

انظر كامل الاعتدال.

IMPROPER — معتل

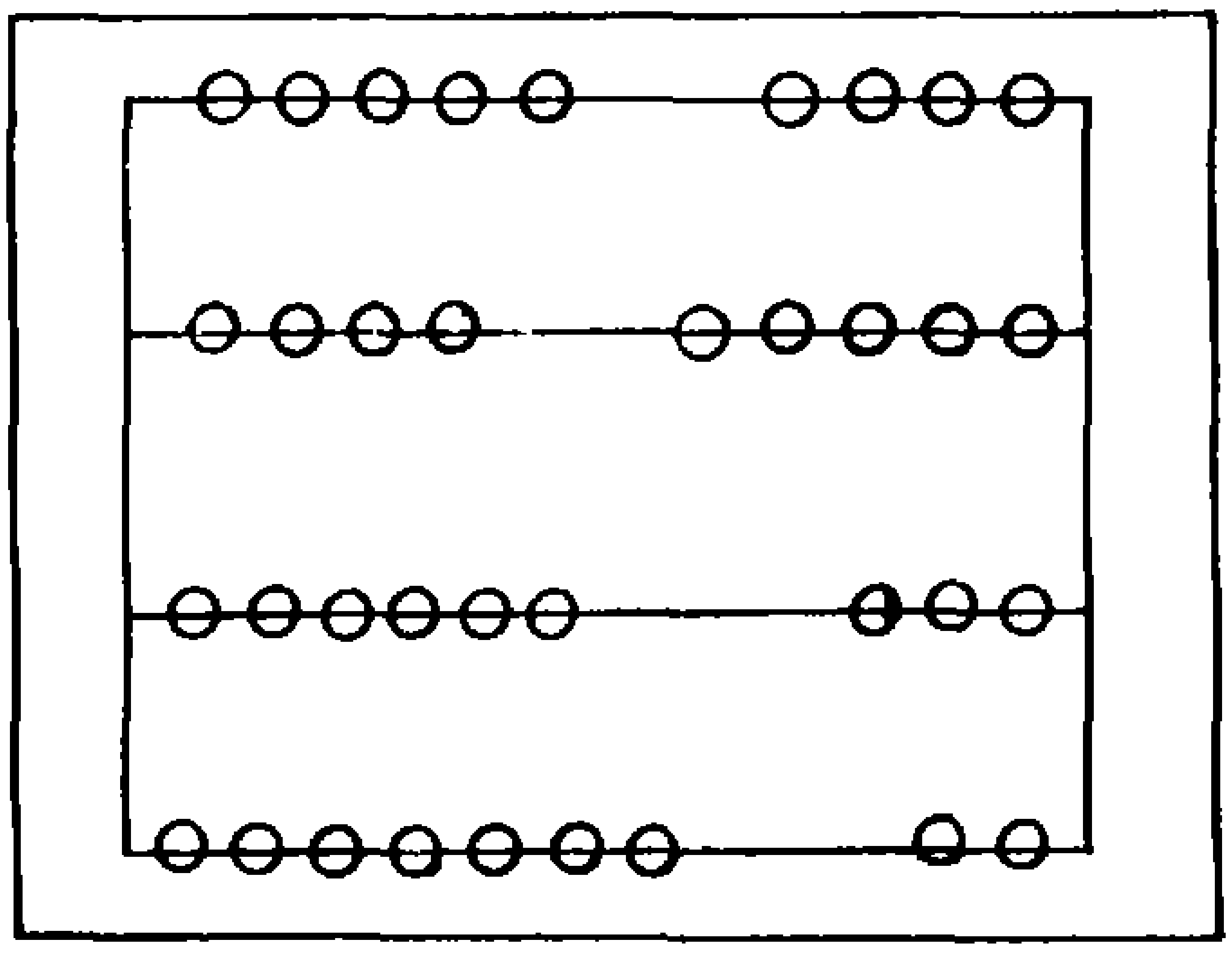
- الكسر المعتل:

  انظر كسر.
- التكامل المعتل:

  انظر تكامل.

ABACUS — معداد

هو إطار يستعمل للمساعدة في عمليات العد الحسابي وكوسيلة تعليمية للأطفال. كما يمكن اعتباره السلف البدائي للآلات الحاسبة المعاصرة. أحد أشكاله المعروفة إطار مستطيلي يحمل أسلاكاً متوازية يحتوي كل سلك منها على تسع خرزات تنزلق عليه بحرية. وترمز خرزات السلك السفلي إلى الآحاد والذي يعلوه إلى العشرات ثم المئات وهكذا. لو أخذنا على سبيل المثال خرزتين إلى اليمين في السلك السفلي وثلاثاً في السلك الذي يعلوه ثم خمساً في السلك الثالث وأربعاً في الرابع لرمز ذلك إلى العدد 4532. (انظر الشكل).



معدّل MODIFIED

● **دوال بسل المعدّلة:**

انظر بسل.

معدّل RATE

مقدار أو كمية أو درجة نسبية، مثل معدل الفائدة 6 % (بمعنى ستة دنانير لكل مائة دينار في كل سنة)، معدل الكلفة للميل الواحد للسكة الحديد، معدل النمو للدخل أو للسكان.

انظر **مقابل** ــ معدلات متقابلة، **مقسوم** ــ معدل المقسوم، **وفاة** ــ معدل الوفاة المركزي، **سرعة**، **نتاج**، **وفيات** ــ معدل الوفيات.

● **معدّل تغير دالة عند نقطة:**

هي نهاية نسبة الزيادة في قيمة الدالة عند النقطة إلى الزيادة في المتغير المستقل عندما تقترب الزيادة في المتغير المستقل من الصفر. نهاية متوسط معدل التغير على فترة تتضمن النقطة عندما يقترب طول الفترة من الصفر، وهذا يسمى أحياناً معدّل التغير الآني لأن معدلات التغير عند نقاط متجاورة تختلف بصورة عامة.

معدل تغير دالة عند نقطة هو ميل مماس الدالة، أي مشتق الدالة عند تلك النقطة.

معشوا RANDOMIZED

● **قوالب معشوأة:**

انظر قالب.

مع عقارب الساعة CLOCKWISE

عندما نصف اتجاهاً في المستوى نقول انه مع عقارب الساعة إذا كان اتجاه دورانه هو نفس الاتجاه الذي تدور فيه عقارب الساعة. أما إذا خالف هذا الاتجاه دوران عقارب الساعة فإننا نقول عنه **عكس عقارب الساعة**.

معقد COMPLEX

- **معقد مبسطي:**

هو مجموعة مؤلفة من عدد منته من المبسطات (ليس ضرورياً أن يكون لها نفس البعدية) بحيث يكون تقاطع أي إثنين من هذه المبسطات إما خالياً وإما وجهاً لكل منها. وقد تجرى أحياناً بعض التعديلات على هذا التعريف كأن نطلب مثلاً أن يكون كل واحد من المبسطات موجهاً. قد يقال للمعقد المبسطي «معقد» فقط، ولكن **المعقد** يعرف أحياناً بعدد أقل من القيود. كأن نقول مثلاً إن عدد المبسطات قابل للعد وأن يقع رأس كل مبسط على عدد منته من المبسطات.

- **بعدية المعقد المبسطي:**

هي أكبر بعدية بين بعديات المبسطات المكونة للمعقد. مجموعة المبسطات المنتمية إلى معقد مبسطي K والتي لها بعدية أقل من بعدية K تسمى **هيكل** K. نقول عن مجموعة منتهية من K من العناصر $c_0,c_1,\ldots,c_n$ أنها **معقد مبسطي مجرد** أو **معقد مجرد** أو **معقد هيكل**، ونقول عن العناصر $c_0,c_1,\ldots,c_n$ هي الرؤوس إذا كان هناك مجموعات جزئية غير خالية (تسمى **مبسطات مجردة أو هياكل**) بحيث تكون كل مجموعة جزئية من مبسط مجرد هي نفسها مبسط مجرد وتكون كل واحدة من الرؤوس مبسطاً مجرداً. بعدية مبسط مجرد من $r + 1$ نقطة هي r

وبعدية المعقد المجرد هي أكبر بعديات مبسطاته المجردة. إذا كان هناك معقد مجرد بعديته n فإننا نستطيع دائمًا تمثله بواسطة معقد مبسطي مطمور في الفضاء الاقليدي ذي البعدية n + 1 يسمى المعقد المبسطي أحياناً بـ **المعقد الهندسي** أو بـ **المثالثة**.

مجموعة النقاط المنتمية إلى مبسطات معقد مبسطي تسمى **كثير الوجوه**. نقول عن فضاء طوبولوجي انه **قابل للمثالثة** أو أنه **كثير الوجوه** أو أنه **معقد مبسطي طوبولوجي** إذا كان متماثلاً استمرارياً مع مجموعة النقاط المنتمية إلى مبسطات معقد مبسطي K.

التماثل المستمر والمعقد K نسميهما **مثالثة** لكثير الوجوه. نقول عن معقد مبسطي أنه موجه إذا كان كل من مبسطاته موجهاً.

انظر سلسلة ــ سلسلة معقد، منطوي، مبسط، سطح، مثالثة.

معلّاة VINCULUM

انظر تكديس.

معمّم GENERALIZED

- **اختبار النسبة المعمم:**

انظر نسبة ــ اختبار النسبة.

- **الدالة المعممة:**

انظر توزيع.

- **نظرية القيمة الوسطى المعممة:**

انظر وسط.

معنوي SIGNIFICANT

- **رقم معنوي:**

انظر رقم.

معنوية (إحصاء) SIGNIFICANCE

● **اختبار معنوية:**

غالباً ما يعني نفس اختبار الفرض، ولكن بعض الإحصائيين يفرقون بين المفهومين. ففي اختبار المعنوية غالباً ما يجرى الاختبار الإحصائي بدون تحديد الفرض البديل بل يكون الاهتمام فقط فيما إذا كانت قيم العينة تدحض فرض العدم H_0 وحينذاك نقول إن العينة معنوية إحصائياً.

انظر فرض ـ اختبار الفرض.

● **مستوى المعنوية:**

انظر فرض ـ اختبار الفرض.

معيار NORM

● **معيار مصفوفة:**

انظر مصفوفة.

● **معيار دالي، مرباع، تحويل، متجه:**

انظر مرافق، خطي، مرباع، متجه ـ فضاء المتجهات.

معياري ESTANDARD

● **انحراف معياري:**

انظر انحراف.

● **خطأ معياري:**

انظر خطأ.

● **زمن معياري:** انظر زمن.

● **الصغائر والكميات اللامنتهية المعيارية:**

هي الكمية متناهية الصغر أو اللامنتهية التي تعرف بالنسبة لها مراتب كبر أو صغر كميات أخرى. فمثلاً إذا كان x متناهي الصغر المعياري فإن x^2 متناهي

صغر بمرتبة أعلى (المرتبة الثانية) بالنسبة إلى x. وإذا كان x يكبر إلى اللانهاية فإن x^2 كمية لا منتهية بمرتبة أعلى (المرتبة الثانية) بالنسبة إلى الكمية اللامنتهية x.

انظر متناهي الصغر ــ مرتبة متناهي الصغر، وانظر لا نهاية ــ مرتبة اللانهاية.

● **الصيغة المعيارية لمعادلة:**

هي الصيغة المقبولة عالمياً من قبل الرياضيين بهدف البساطة والانتظام فمثلاً الصيغة المعيارية لمعادلة كثير الحدود من درجة n في x هي: $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n = 0$ والصيغة المعيارية بالاحداثيات الديكارتية للقطع الناقص هي: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

معير **STANDARDIZED**

● **متغير عشوائي معير:**

إذا كان x متغيراً عشوائياً توقعه الرياضي μ وانحرافه المعياري σ فإن المتغير العشوائي $z = (x - \mu)/\sigma$ يسمى متغيراً عشوائياً معيراً ويكون التوقع الرياضي والانحراف المعياري للمتغير z صفراً وواحداً على التوالي.

معير

● **دوال معيّرة:**

انظر متعامد ــ دوال متعامدة.

معير **NORMALIZED**

● **متغير عشوائي معير (إحصاء):**

انظر عشوائي.

معير	NORMED

● فضاء متجهات خطي معير:

انظر متجه ــ فضاء متجهات.

معين	DETERMINANT

● المعين:

هو صفيف مربع من الكميات المسماة بـ**العناصر**. ويرمز المعين إلى مجموع حواصل ضرب تؤخذ بصورة معينة لهذه العناصر. وتعرف مرتبة المعين بمقدار عدد **صفوفه** أو عدد **أعمدته** ويسمى القطر النازل من اليسار إلى اليمين بـ**القطر الرئيسي**. أما القطر النازل من اليمين إلى اليسار فيسمى بـ**القطر الثانوي**. لنعتبر المعين التالي من المرتبة n.

$$(*)\quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

ولنعتبر حاصل الضرب $a_{1j_1} a_{2j_2} a_{3j_3} \ldots a_{nj_n}$ (**) بحيث نختار عنصراً واحداً فقط من أي صف وأي عمود مع مراعاة أن تكون الأدلة السفلية الأولى مرتبة بالشكل الطبيعي أي 1,2,3,...,n. أما متتالية الأدلة السفلية الثانية فهي تبديل ما $p = (j_1, j_2, j_3, \ldots, j_n)$ للأرقام 1,2,3,...,n. ونكتب p عادة على الشكل التالي:

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & \ldots & n \\ j_1 & j_2 & j_3 & \cdots & j_n \end{matrix}$$

وإذا كان p تبديلاً زوجياً فنكتب $\varepsilon p = 1$ أما إذا كان p فردياً فنكتب $\varepsilon_p = -1$. (انظر تبديل ــ تبديل زوجي). لِنَقُلْ ان s_n هي مجموعة كل التباديل للأرقام 1,2,3,...,n فإن s_n تحتوي على n! من العناصر، ولذلك فإن هناك

عدداً قدره !n من حواصل الضرب التي يمكن اعتبارها على شاكلة (**) ونستطيع الآن إعطاء قيمة المعين (*) على أنها المقدار. فمثلاً: $\sum_{S_n} \varepsilon_p a_{1j_1} a_{2j_2} a_{3j_3} \ldots a_{nj_n}$

$$(1)\quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \varepsilon_{12} a_{11} a_{22} + \varepsilon_{21} a_{12} a_{21} = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}$$

$$(2)\quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \varepsilon_{123} a_{11} a_{22} a_{33} + \varepsilon_{132} a_{11} a_{23} a_{32} + \varepsilon_{213} a_{12} a_{21} a_{33} + \varepsilon_{231} a_{12} a_{23} a_{31} + \varepsilon_{312} a_{13} a_{21} a_{32} + \varepsilon_{321} a_{13} a_{22} a_{31}$$

$$= a_{11} a_{22} a_{33} - a_{11} a_{23} a_{32} - a_{12} a_{21} a_{33} + a_{12} a_{23} a_{31} + a_{13} a_{21} a_{32} - a_{13} a_{22} a_{31}$$

$$= a_{11}(a_{22} a_{33} - a_{23} a_{32}) - a_{12}(a_{21} a_{33} - a_{23} a_{31}) + a_{13}(a_{21} a_{32} - a_{22} a_{31})$$

$$= a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$= (-1)^{1+1} a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{1+3} a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

والعبارة الأخيرة تعطينا مثالاً على طريقة نشر المعين بواسطة صغاره فمثلاً صغير a_{ij} هو المعين الناتج بعد حذف الصف والعمود الذي يتواجد فيه a_{11} أي بعد شطب الصف i والعمود j. أما الإشارة التي تسبق صغير a_{ij} فهي إشارة العدد $(-1)^{i+j}$. ويسمى الصغير بعد ضربه بالعدد $(-1)^{i+j}$ بـ المتعامل ويرمز له بالرمز A_{ij}. فلكل صف i تكون قيمة المعين مساوية لـ $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} A_{ij}$ ولكل عمود k تكون قيمة المعين (*) مساوية لـ $\sum_{l=1}^{n} a_{lk} A_{lk}$ (أنظر صغير ـ صغير عنصر في معين).

ونسرد الآن بعض خواص المعينات والتي ستسهل عملية إيجاد قيمة المعين:

(1) إذا كانت عناصر أي صف أو أي عمود في المعين كلها أصفاراً فإن قيمة المعين تكون صفراً.

(2) إذا ضربنا جميع عناصر صف أو عمود بعدد ما فإن قيمة المعين الناتج تساوي قيمة المعين الأصلي مضروبة بذلك العدد.

(3) إذا تساوت أو تناسبت عناصر صف أو عمود مع العناصر المقابلة لها في معين فإن قيمة هذا المعين تساوي الصفر.

(4) لا تتغير قيمة المعين إذا أضفنا عناصر صف (عمود) بعد ضربها بعدد k إلى عناصر صف (عمود) آخر بعد ضربها بعدد آخر m.

(5) إذا بدلنا صفين أو عمودين فإن إشارة المعين تتغير.

(6) قيمة المعين لا تتغير إذا استبدل بجميع الصفوف الأعمدة المقابلة لها أي إذا استبدلنا بالصف i العمود i.

- **متعامل عنصر في معين:**

انظر صغير ـ صغير عنصر في معين.

- **العناصر المرافقة لمعين:**

انظر مرافق ـ العناصر المرافقة لمعين.

- **معين المعاملات لمجموعة من المعادلات الخطية:**

لتكن لدينا مجموعة المعادلات ذات المجاهيل $x_1,\ldots,x_n$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_2$$

$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n$$

فإن معين المعاملات هو:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

من الواضح أنه لا يمكن تعريف هذا المعين إذا كان عدد المعادلات لا يساوي عدد المتغيرات، (انظر مصفوفة ـ مصفوفة المعاملات). فمثلاً معين المعاملات للمعادلات:

$$2x + 3y - 1 = 0$$

$$4x - 7y + 5 = 0$$

هو

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -7 \end{vmatrix}$$

- **معين مصفوفة:**

انظر مصفوفة.

- **معين فريدهولم (معادلات تكاملية):**

انظر فريدهولم.

- **المعين الدالي:**

هو مرادف لليعقوبي.

- **نشر لابلاس لمعين:**

لنفرض أن A معيناً من المرتبة n وأن $A^{r_1r_2\dots r_k}_{s_1s_2\dots s_k}$ هو المعين المكون من الصفوف $r_1,r_2\dots r_k$ والأعمدة $s_1,s_2,\dots,s_n$ في المعين A، فإن نشر لابلاس للمعين هو A:

$$A = \Sigma(-1)^k(A^{r_1r_2\dots r_k}_{i_1i_2\dots i_k})(A^{r_{k+1}\dots r_n}_{i_{k+1}\dots i_n})$$

حيث $(r_1,r_2,\dots,r_n)$, $(i_1,i_2,\dots,i_n)$ تبديلان للأعداد $(1,2,\dots,n)$ و k هو عدد التعاكسات المطلوبة لتحويل $(i_1,i_2,\dots,i_n)$ إلى $(r_1,r_2,\dots,r_n)$ أما التجميع Σ فيكون على $n!/[k!(n-k)!]$ طريقة من طرق اختيار التوافيق $(i_1,i_2,\dots,i_k)$ من الأعداد

(1,2,...,n). ونلاحظ أن طريقة نشر المعين باستخدام الصغار هي حالة خاصة من طريقة لابلاس في حالة ما إذا وضعنا $k = 1$.

● ضرب المعينات:

انظر ضرب ـ ضرب المعينات.

● المعين العددي:

هو معين عناصره أعداد.

● المعين المتناظر تخالفياً:

انظر متخالف.

● المعين المتناظر:

انظر متناظر ـ المعين المتناظر.

● معين فاندرموند:

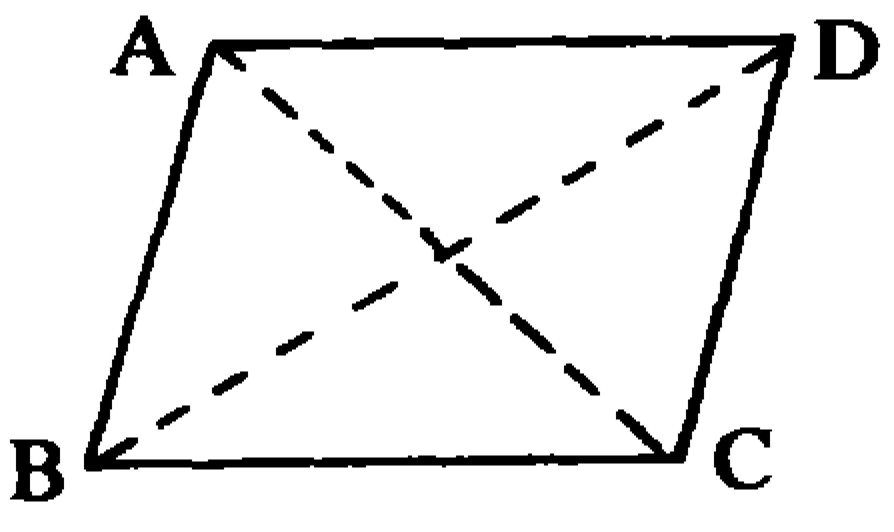
هو المعين:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x & x & \dots & x \\ x^2 & x^2 & \dots & x^2 \\ \dots & \dots & & \dots \\ x^{n-1} & x^{n-1} & \dots & x^{n-1} \end{vmatrix}$$

حيث x عدد اختياري.

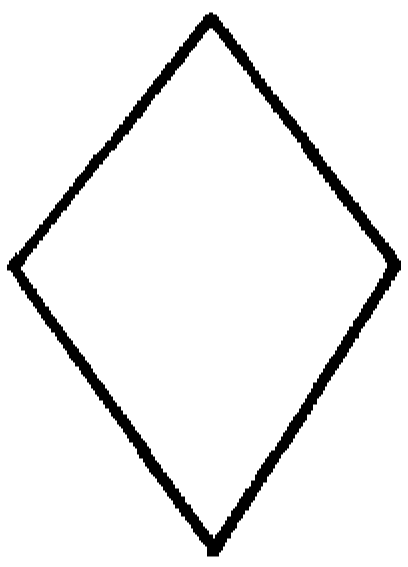
معيّن RHOMBUS

هو متوازي أضلاع تساوى فيه ضلعان متجاوران الأمر الـذي يعني تساوي جميع أضلاعه، وهناك بعض الكتب التي تشترط عدم كون المعين مربعاً بينما يعتبر البعض الآخر المربع حالة خاصة من المعين.



RHOMB **معيّن**

متوازي أضلاع تتساوى فيه الأضلاع المتجاورة وهذا يؤدي بالضرورة إلى أن تكون جميع الأضلاع متساوية. ويشترط بعض الكتاب بأن لا يكون المعين مربعاً، ولكن البعض الآخر يعتبر المربع حالة خاصة من المعين.



DEPARTING **مغادر**

ليكن (X,R,π) نظاماً ديناميكياً. نقول ان النقطة $x \in X$ **نقط مغادرة (إيجاباً)** إذا كان $L^+(x) = \phi$ **وتكون نقطة مغادرة** (سلباً) إذا كان $L^-(x) = \phi$، حيث $L^+(x)$ ($L^-(x)$) يرمز إلى مجموعة النهايات الموجبة (السالبة) للنقط x (انظر **مجموعة نهايات**). وإذا كانت النقطة مغادرة إيجاباً وسلباً فإنها تسمى مغادرة. ويطلق كثير من المؤلفين على المدار اسم المدار المغادر بدلاً من النقطة المغادرة.

DEPARTURE **مغادرة**

- **المغادرة بين خطي طول على سطح الأرض:**

هي طول القوس من خط العرض المحصور بين خطي الطول. ومن الواضح أن هذا الطول يقل كلما اقترب خط العرض من القطب.

CLOSED **مغلق**

- **تحويل مغلق أو تطبيق مغلق:**

(1) انظر مفتوح ــ تطبيق مفتوح.

(2) نقول عن تحويل خطي T أنه مغلق إذا كان له الخاصة التالية إذا كان $\lim_{n \to \infty} x_n = x_0$ موجوداً وكان $\lim_{n \to \infty} T(x_n) = y_0$ موجوداً أيضاً حيث

x_n في المجال D للتحويـل T وذلك لكـل n فإن x_0 يقـع في D ويكون $T(x_0) = y_0$. إذا كان R هو مدى T فإن الخاصة السابقة تعني أن مجموعة النقاط $\{[x,T(x)]\}$ مغلقة في الجداء الديكارتي $\bar{D} \times \bar{R}$ حيث $\bar{D}$ هي غلاقة D وكذلك $\bar{R}$ غلاقة R.

انظر مفتوح ـ مبرهنة التطبيق المفتوح.

- **سطح مغلق:**

هو سطح بلا منحنيات حدودية. هو فضاء كل نقطة فيه لها جوار مكافىء طوبولوجياً لداخل الدائرة.

انظر سطح.

- **فترة مغلقة:**

انظر فترة.

- **مجموعة مغلقة:**

هي مجموعة U تحتوي على كل نقاط تراكمها. هي متممة مجموعة مفتوحة. مجموعة النقاط على دائرة وفي داخلها مثال على مجموعة مغلقة.

- **مغلق بالنسبة لعملية ثنائية:**

انظر ثنائي ـ عملية ثنائية.

- **منحنى مغلق:**

هو منحنى ليس له نقطتا منتهى. أو هو مجموعة من النقاط تكون صورة لدائرة تحت تأثير تحويل مستمر.

انظر مستمر ـ دالة مستمرة، منحنى، بسيط ـ منحنى مغلق بسيط.

- **منطقة مغلقة:**

انظر منطقة.

CONTRAST (Statistic) — **مفارق (إحصاء)**

لتكن $\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_k$ وسائط لمجتمعات إحصائية. إن المفارق بين هذه الوسائط هو الدالة $\sum_{i=1}^{k} C_i\theta_i$ حيث $C_1,C_2,\ldots,C_k$ ثوابت معلومة ومقيّدة

بالشرط $\sum_{i=1}^{k} C_i = 0$. فمثلاً $\theta_1 + \theta_2 - 2\theta_3$ هو مفارق حيث اعتبرنا $C_1 = C_2 = 1, C_3 = -2, C_4 = C_5 = \ldots = C_k = 0$.

مفضّل PREFERRED

● المجموعة المفضلية:

لتكن (X,T,π) زمرة تحويلية. نقول أن المجموعة K الجزئية من X مجموعة مفضلة بالنسبة للمجموعة Y الجزئية من X إذا كانت K غير خالية وتحقق الشرط التالي: إذا كان هناك $y_0 \in Y$ بحيث يكون للشبكة $\{\pi(y_0,t_i)\}$ نقطة تراكم في K لشبكة ما $\{t_i\}$ في T فإن الشبكة $\{\pi(y,t_i)\}$ لها نقطة تراكم في K لكل نقطة $y \in Y$.

مبرهنة (1): إذا كان عدد المجموعات المفضلة للمجموعة الجزئية Y منتهياً فإن هذا العدد يساوي $2^n - 1$ حيث $n = 0,1,2,\ldots$.

مبرهنة (2): لتكن (X,T,π) زمرة تحويلية حيث X فضاء مقاس متصل ومتراص محلياً و T زمرة طبولوجية متصلة وكانت مجموعة النقاط $N(X)$ والتي تكون عندها الزمرة التحويلية غير متساوية الاستمرار مجموعة بعديتها صفراً، فإن عدد المجموعات المفضلة للمجموعة $X - N(X)$ إما أن يكون 0 أو 1 أو 3 أو 7.

مفاضلة DIFFERENTIATION

هي عملية إيجاد المشتق أو المعامل التفاضلي. انظر مشتق.

● صيغ المفاضلة:

هي صيغ معينة لإيجاد مشتقات الدوال أو لتبسيط إيجاد هذه المشتقات.

انظر صيغ المفاضلة في الملحق؛ انظر كذلك سلسلة ـ قاعدة السلسلة؛ و مشتق.

● مفاضلة التكامل:

انظر مشتق ـ مشتق التكامل.

● المفاضلة الضمنية:

هي عملية إيجاد مشتق متغير بالنسبة لمتغير آخر بالقيام بمفاضلة حدود معادلة معطاة في هذين المتغيرين ثم حل المتطابقة الناتجة لإيجاد مشتق المتغير التابع. فمثلاً إذا كان $x^3 + x + y + y^3 = 4$ فإنه يأخذ المفاضلة بالنسبة للمتغير x لكل حدود المعادلة تنتج المعادلة $3x^2 + 1 + y' + 3y^2y' = 0$ ومنه نستنتج أن $y' = (3x^2 + 1) / (3y^2 + 1)$ وهذه الطريقة مفيدة للغاية في الحالة التي لا نستطيع فيها حل المعادلة في x أو y بدلالة أحد المتغيرين، وحتى في الحالات التي يمكن فيها حل المعادلة لأحد المتغيرين فإن طريقة المفاضلة الضمنية تسهل كثيراً عملية إيجاد مشتق أحد المتغيرين بالنسبة للآخر. فلإيجاد $\frac{dy}{dx}$ من المعادلة $f(x,y) = 0$ حيث نشترط $D_y(f(x,y)) \neq 0$ فإننا نستخدم الصيغة التالية: $\frac{dy}{dx} = - D_x(f(x,y))/D_y(f(x,y))$ وللحصول على هذا القانون فإننا نستخدم العلاقة:

$$0 = df(x,y) = D_xf(x,y)dx + D_yf(x,y)dy$$

انظر تفاضل.

● المفاضلة اللوغاريتمية:

هي طريقة إيجاد المشتق باستخدام اللوغاريتمات، أي بأخذ اللوغاريتم لطرفي المعادلة ثم مفاضلتها. وتستخدم هذه الطريقة عادة لإيجاد مشتقات المتغيرات الأسية لقواعد متغيرة أيضاً مثل x^x أو لتسهيل بعض عمليات المفاضلة. فمثلاً لإيجاد مشتق الدالة $y = x^x$ نأخذ لوغاريتم طرفي المعادلة فنحصل على $\ell n\ y = x\ \ell n\ x$ ثم نفاضل الطرفين بالنسبة للمتغير x لنحصل على $\frac{1}{y}y' = \frac{x}{x} + \ell n\ x$ أي أن $y' = y + y\ \ell n\ x$.

● المفاضلة المتتالية:

هي عملية إيجاد المشتقات ذات المرتبة الأعلى بمفاضلة المشتقات ذات المرتبة الأدنى للدالة.

● مفاضلة متسلسلة لا منتهية:

انظر متسلسلة ـ مفاضلة متسلسلة لا منتهية.

● **تطبيق (دالة، تحويل) مفتوح:**

نقول بأن التطبيق f الذي يقابل كل نقطة من الفضاء D بنقطة واحدة من الفضاء P هو تطبيق **مفتوح** إذا كانت صورة أية مجموعة مفتوحة من D هي مجموعة مفتوحة في P. ويكون التطبيق **مغلقاً** إذا كانت صورة أي مجموعة مغلقة من D هي مجموعة مغلقة في P. ويمكن للتطبيق المفتوح أن يكون مغلقاً أو لا يكون، كما أن التطبيق المغلق يمكن أن يكون مفتوحاً أو لا يكون، كما أنه ليس بالضرورة أن يكون التطبيق إما مفتوحاً أو مغلقاً.

انظر مستمر.

● **عبارة مفتوحة:**

هي دالة مداها مجموعة من العبارات.

● **فترة مفتوحة:**

انظر فترة.

● **مبرهنة التطبيق المغلق:**

تقول بأن T هو تطبيق مستمر إذا وفقط إذا كان T مغلقاً.

انظر مغلق ـ تطبيق (تحويل) مغلق.

● **مبرهنة التطبيق المعاكس:**

تنص على أن التطبيق المعاكس T^{-1} يكون مستمراً إذا كان مستمراً وكان T تطبيقاً واحد ـ لواحد.

انظر فريشيه ـ فضاء فريشيه.

● **مبرهنة التطبيق المفتوح:**

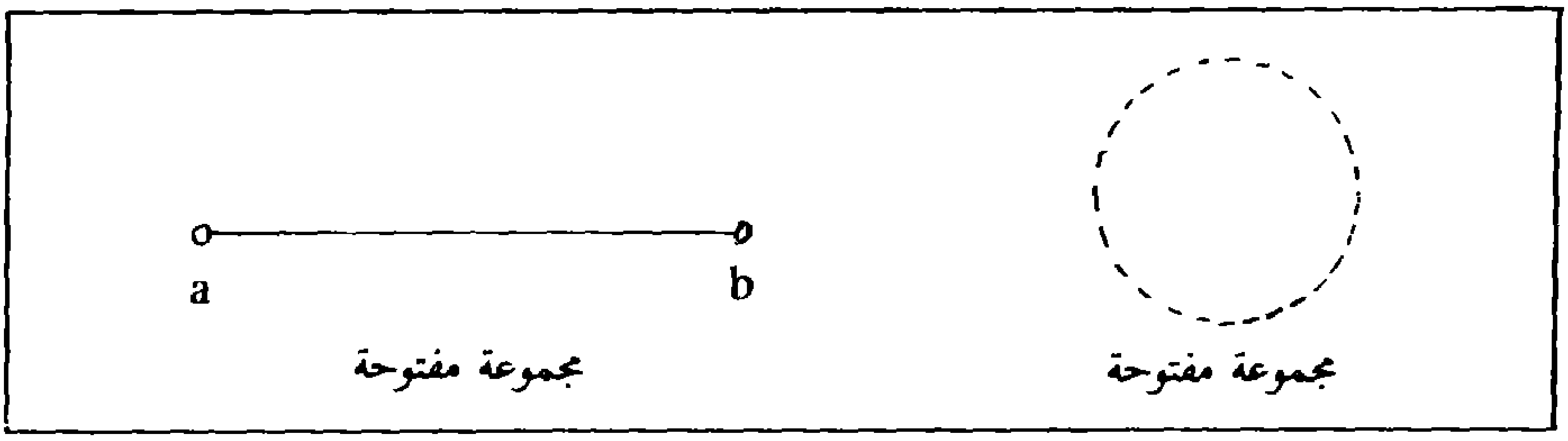
بفرض Y,X هما فضاء بناخ (أو فريشيه)، وليكن T تطبيقاً خطياً مجاله X ومداه Y (أو فضاء جزئي من الطائفة الثانية) عندئذ فإن T هو تطبيق مفتوح إذا كان T مستمراً.

● **مجموعة مفتوحة من النقط:**

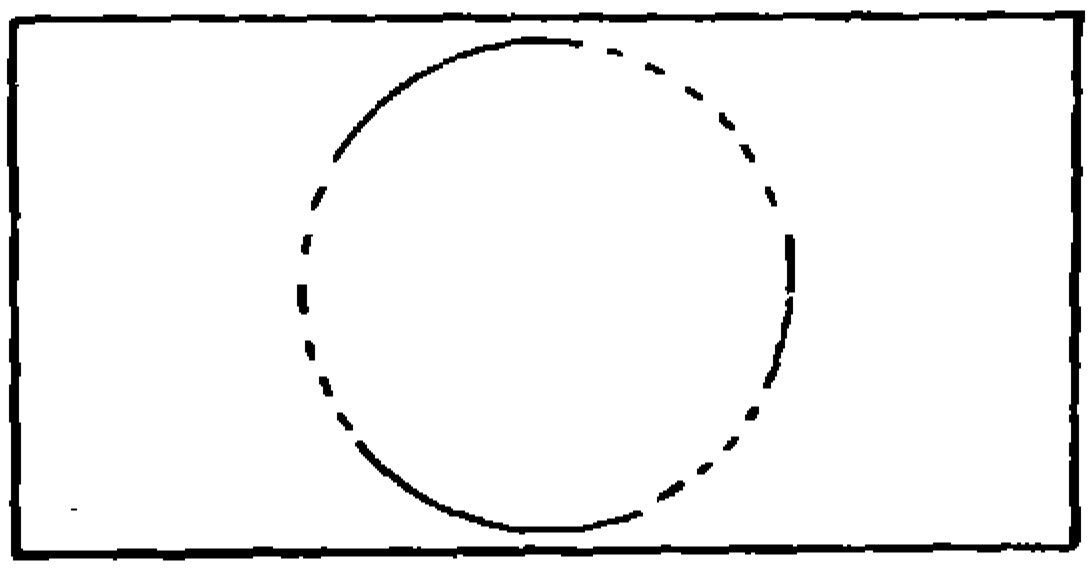
هي مجموعة U يتحقق من أجلها الشرط التالي: لكل نقطة من U جوار V بحيث تكون جميع نقط V منتمية إلى U. أما متمم المجموعة المفتوحة فهو مجموعة مغلقة.

مثال (1): مجموعة النقط الواقعة داخل دائرة هي مجموعة مفتوحة.

مثال (2): مجموعة النقط x المعرّفة بالعلاقة $a < x < b$ (انظر الشكل):



ونوه هنا إلى أن المجموعة غير المفتوحة ليست بالضرورة أن تكون مغلقة فالمجموعة المبينة على الشكل أدناه ليست مفتوحة وليست مغلقة.



● **مسألة مفتوحة:**

هي مسألة لم تحل بعد وهي مطروحة للنقاش.

● **عبارة مفتوحة:**

هي دالة مداها مجموعة من العبارات.

● **تطبيق (دالة، تحويل) مفتوح:**

نقول بأن التطبيق f الذي يقابل كل نقطة في الفضاء D بنقطة واحدة من الفضاء P هو تطبيق مفتوح إذا كانت صورة أية مجموعة مفتوحة من D هي مجموعة مفتوحة في P. ويكون التطبيق مغلقاً إذا كانت صورة أية مجموعة مغلقة من D هي مجموعة مغلقة في P. ويمكن للتطبيق المفتوح أن يكون مغلقاً أو لا يكون، كما أن التطبيق المغلق يمكن أن يكون مفتوحاً أو لا يكون. كما أنه ليس بالضرورة أن يكون التطبيق إما مفتوحاً أو مغلقاً.

انظر مستمر.

● مبرهنة التطبيق المفتوح:

بفرض Y,X هما فضاءاً بناخ (أو فريشيه) وليكن T تطبيقاً خطيًّا مجاله X ومداه Y» (أو فضاءً جزئياً من Y من الطائفة الثانية)، عندئذ فإن T هو تطبيق مفتوح إذا كان T مستمراً. أما مبرهنة التطبيق المغلق، فنقول بأن T هو تطبيق مستمر إذا وفقط إذا كان T مغلقاً.

انظر مغلق ـ تطبيق (تحويل) مغلق.

● مبرهنة التطبيق المعاكس:

تنص على أن التطبيق المعاكس T^{-1} يكون مستمراً إذا كان T مستمراً وكان T تطبيقاً واحد ـ لواحد.

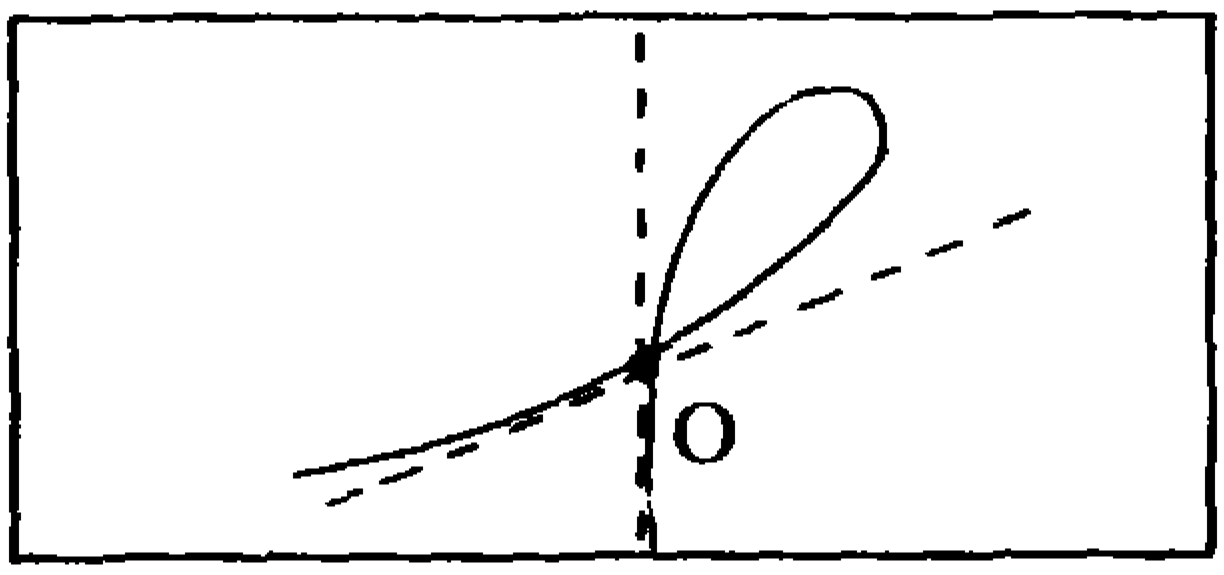
انظر فريشيه ـ فضاء فريشيه.

مفرطح — PLATYKURTIC

● توزيع مفرطح:

انظر تفلطح.

مَفْرَق — CRUNODE



المفرق هو نقطة على منحنى بحيث يكون لهذا المنحني عندها فرعان لهما مماسان مختلفان. النقطة 0 في الشكل هي نقطة مفرق.

مُفْنٍ — ANNIHILATOR

إذا أخذنا S أية مجموعة، فإن مفني S هو مجموعة دوال من نمط معين تكون قيمة كل منها صفراً عند كل نقطة من نقط S. مثلاً لو أخذنا S مجموعة جزئية من فضاء خطي مُعَير N يكون مفني S المجموعة الجزئية S' من الفضاء المرافق N^* والذي يتألف من الداليات الخطية المستمرة التي تكون صفراً عند كل

نقطة من نقط S. كما أننا لو أخذنا S مجموعة جزئية من فضاء هلبرت فيكون مفني S هو المتمم المتعامد للمجموعة الجزئية S.

مفكك **RESOLVENT**

● **تطبيقي مفكك:**

انظر فيرارو ــ حل رباعي الدرجة.

● **مفكك مصفوفة:**

مفكِّك مصفوفة A هو المصفوفة $(\lambda I - A)^{-1}$ حيث I مصفوفة الواحدة. ويوجد المفكك لجميع قيم λ التي لا تساوي قيمًا ذاتية للمصفوفة.

● **المجموعة المفككة للتحويل:**

انظر طيف.

مفلطح **OBLATE**

● **مجسم دوراني مفلطح لقطع ناقص:**

انظر مجسم قطع ناقص.

مقابل اللوغاريتم **ANTILOGARITHM**

● **مقابل اللوغاريتم لعدد:**

هو العدد الذي يكون لوغاريتمه العدد المعطى. مثلاً مقابل اللوغاريتم للعدد 2 (للأساس 10) هو 100 لأن لوغاريتم 100 (للأساس 10) يساوي 2 (ونستعمل الرمز $\text{antilog}_{10} 2 = 100$) ولنجد مقابل اللوغاريتم للوغاريتم غير موجود في الجداول نأخذ الجزء العشري ولنسمه M فإذا كان S أول جزء عشري أصغر من M وكان L أول جزء عشري أكبر من M فإننا نأخذ $\frac{M - S}{L - S}$ ونضيفه إلى العدد الذي يقابل الجزء العشري S.

مقابل المشتق ANTIDERIVATIVE

مقابل المشتق لدالة هو التكامل غير المحدد للدالة.
انظر تكامل ـ تكامل غير محدد.

مقابلة CORRESPONDENCE

ويقصد بها علاقة.
انظر علاقة.

● **مقابلة واحد لواحد:**

هي مقابلة بين مجموعتين، بحيث يتقابل كل عنصر في أي من المجموعتين بعنصر واحد من المجموعة الأخرى. مثلاً يمكن الحصول على مقابلة واحد لواحد بين المجموعتين $\{a,b,c,d\}$، $\{1,2,3,4\}$ بالشكل التالي: $\{ (a,1), (b,2), (c,3), (d,4) \}$، كما نستطيع أن نعرف المقابلة واحد لواحد بين مجموعتين A,B على أنها مجموعة S من الأزواج المرتبة (x,y) عناصرها الأولى هي عناصر A وعناصرها الثانية هي عناصر B ويكون (x_1,y_1)، (x_2,y_2) متطابقين إذا كان $x_1 = x_2$ أو إذا كان $y_1 = y_2$ ومن مرادفاتها التقابل.

مقارب ASYMPTOTIC

● **اتجاهات مقاربة عند نقطة على سطح:**

هي الاتجاهات عند نقطة P على سطح S التي يكون عليها

$$Ddu^2 + 2D'du\,dv + D''\,dv^2 = 0$$

انظر أساس ـ معاملات أساسية على سطح.

● **الاتجاهات المقاربة عند P على S:**

هي الاتجاهات التي يكون فيها التلامس بين S والمستوى المماس من المرتبة الثالثة على الأقل (انظر مسافة ـ مسافة بين السطح ومستوى المماس). كما يمكن تعريف الاتجاهات المقاربة على أنها الاتجاهات التي يكون فيها التقوس

الناظمي صفراً. عند نقطة في المستوى، كل الاتجاهات هي اتجاهات مقاربة. أما في حالة نقطة على سطح (غير مستو) فإنه يوجد دائماً اتجاهان متقاربان. فإذا كانا حقيقيين ومختلفين نقول إن النقطة زائدية. وإذا كانا حقيقيين ومنطبقين نقول إن النقطة مكافئية، وإذا كانا تخيليين مترافقين نقول أن النقطة ناقصية.

● توزيع مقارب (إحصاء):

ليكن التوزيع $F(x)$، حيث x هو متغير عشوائي، تابعاً للوسيط n (مثلاً قد يكون n حجم العينة و x هو الوسط) تكون نهاية $F(x)$ عندما يؤول n إلى ∞ هي دالة التوزيع المقارب للمتغير x. إذا أخذنا، على وجه الخصوص، كميتين u,σ يمكن الحصول عليهما بحيث تكون دالة التوزيع للكمية $(\frac{x-u}{\sigma}) = y_n$ عندما يؤول n إلى ∞ مساوية للكمية:

$$\lim_{n \to \infty} p(y_n < t) = \frac{1}{n\pi} \int_{-\infty}^{t} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

نقول أن $F(x)$ موزعة بشكل تقاربي طبيعي. هذا يعني أن x موزع بشكل طبيعي بمعنى أن نهاية الاحتمال $(\frac{x-u}{\sigma}) = y_n) < t$ عندما $n \to \infty$ تكون معطاة بواسطة التوزيع الطبيعي بصرف النظر عما إذا كان للمتغير x وسط وتباين للكميتين u,σ مهما كان توزيع x فإن احتمال المتغير y يعطى في النهاية بواسطة التوزيع الطبيعي، إذا كان بالإمكان تحويل x ليكون طبيعياً تقاربياً.

● خط مقارب:

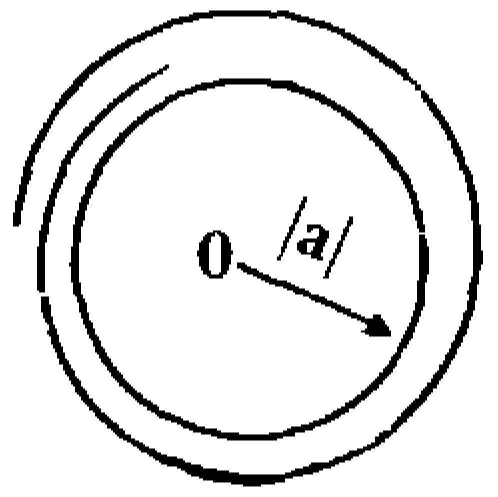
لنأخذ γ منحنياً في مستوى و L خطاً في نفس المستوى، ولتكن P أي نقطة على γ. نقول أن L هو خط مقارب للمنحنى γ إذا كانت المسافة من P إلى L تقترب من الصفر عندما تزداد المسافة بين P ونقطة الأصل بلا حدود وتكون P على جزء مناسب من المنحنى. وغالباً ما نفترض أيضاً أن γ لا يتذبذب حول L.

● خط مقارب على سطح:

هو منحن C على السطح بحيث يكون اتجاه C عند أي نقطة اتجاهاً مقارباً عند هذه النقطة.

● الخطوط المقاربة على سطح :

هي منحنيات معطاة بواسطة المعادلة التفاضلية $D\, du^2 + 2D'\, du\, dv + D''\, dv^2 = 0$ ويوجد، بشكل عام، خطان مقاربان عند كل نقطة على السطح.


دائرة مقاربة

● دائرة مقاربة :

إذا أعطيت معادلة منحن بالعلاقة $r = f(\theta)$ فإن الدائرة $r = a$ حيث $a = \lim_{\theta \to \infty} f(\theta)$ تسمى دائرة مقاربة للمنحنى.

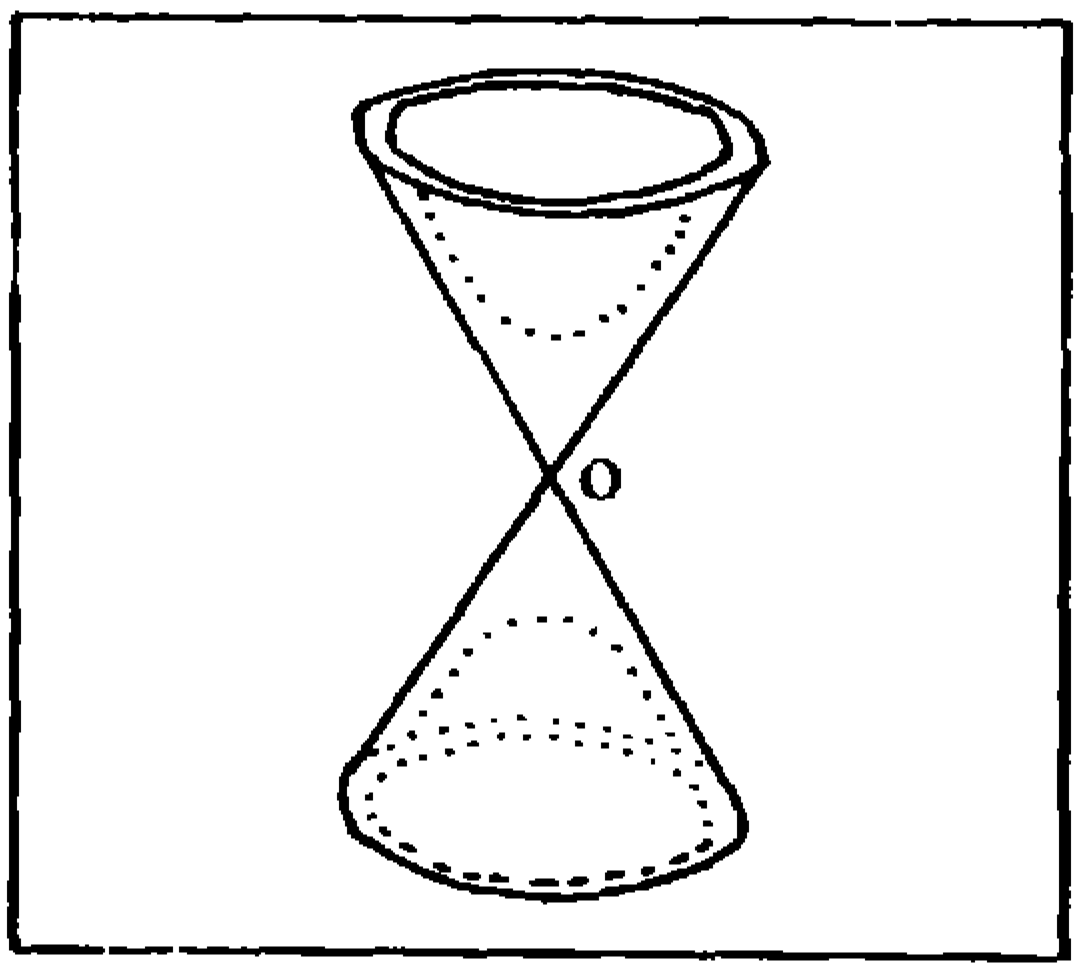
● سلوك مقارب :

انظر تفاضلي ـ معادلة تفاضلية.

● مخروط مقارب لمجسم قطع زائد :

إذا قطعنا أياً من مجسمي القطع الزائد :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \qquad -\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$



بواسطة مستو $y = mx$ فإننا نحصل على قطوع زائدة تمر خطوطها المقاربة بنقطة الأصل. وعندئذٍ فإن المخروط الذي ينتج عن هذه الخطوط عندما تتغير m هو المخروط المقارب لمجسم القطع الزائد.

● مستقيم مقارب :

ليكن لدينا المنحنى $(r)y = f(x)$ فإذا كان $\lim_{x \to \infty} f(x) = \alpha < \infty$ فإن للمنحنى (Γ) مقارباً $y = \alpha$. أما إذا كان $\lim_{x \to \beta} f(x) = \infty$ فإن للمنحنى Γ مقارباً هو $x = \beta$ عندما $\beta < \infty$ وبذلك نحصل على مستقيم مقارب مواز للمحور ox أو المحور oy. أما المستقيم المقارب المائل للمنحنى (Γ) فيعطى بالمعادلة $y = mx + h$ حيث $m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}$ و $h = \lim_{x \to \infty} (f(x) - mx)$.

مثال: إذا كان $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$ فإن $x = 1$ و $y = x - 2$ مستقيمان مقاربان للمنحنى المعرف بالمعادلة السابقة.

- **مستقيم مقارب للقطع الزائد:**

عندما نكتب معادلة القطع الزائد بالشكل: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

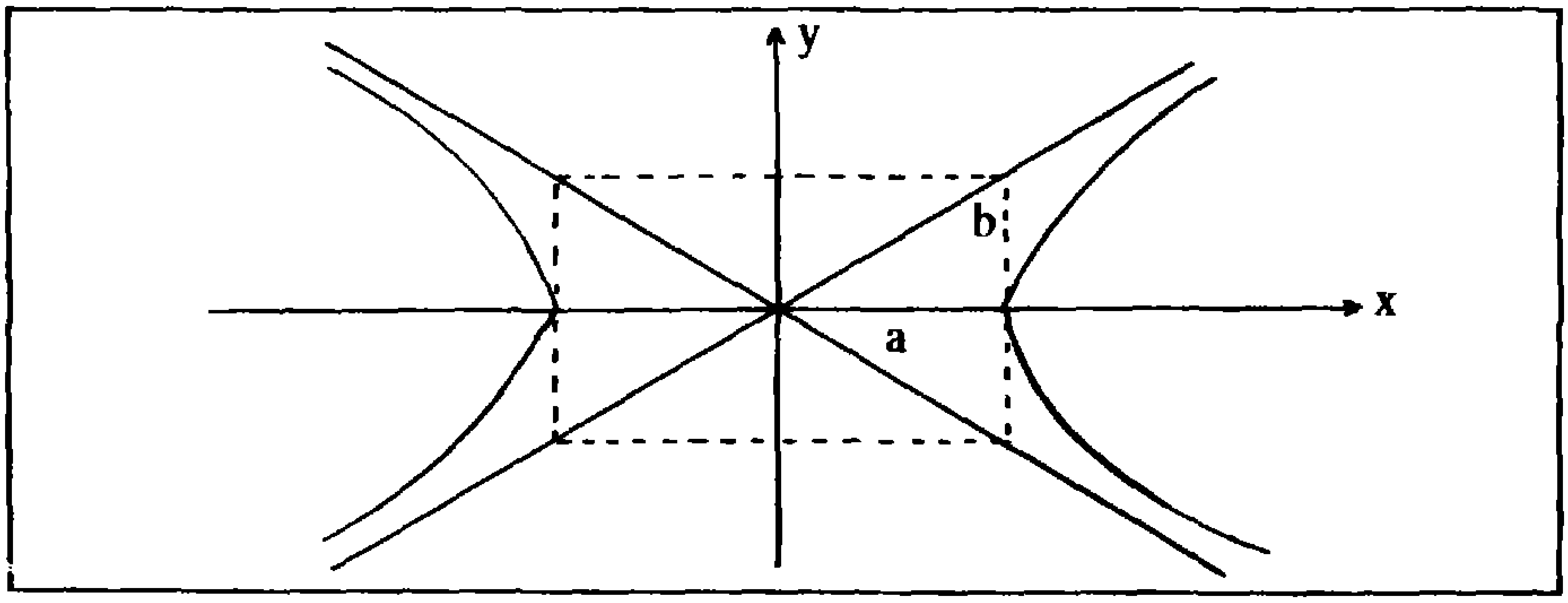
فإن $y = \frac{b}{a}x,\ y = -\frac{b}{a}x$ الخطين المقاربين للقطع الزائد. ويمكن ملاحظة ذلك إذا كتبنا المعادلة أعلاه على الشكل:

$$y = \pm (\frac{b}{a} x)\sqrt{1 - \frac{a^2}{x^2}}$$

وانتبهنا إلى أن $\frac{a^2}{x^2}$ يقترب من الصفر إذا زدنا x بغير حدود. وذلك لأن الفرق بين ترتيب النقطة على أي من هذين الخطين وترتيب النقطة المقابلة على القطع الزائد (وهي النقطة التي لها نفس الفصل كالنقطة على الخط) هو:

$$\left|\frac{bx}{a}\right|(1 - \sqrt{1 - \frac{a^2}{x^2}}) = \left|\frac{ab}{x}\right|(1 + \sqrt{1 - \frac{a^2}{x^2}})$$

وواضح أن هذا الفرق يقترب من الصفر عندما تزيد x بغير حدود. وبما أن المسافات بين القطع الزائد وأي من هذين الخطين هي حاصل ضرب هذا الفرق أعلاه بجيب تمام الزاوية بين هذا الخط ومحور x، لذا فإن المسافة بين القطع الزائد وهذين الخطين تقترب من الصفر عندما نزيد x.



● نشر مقارب:

نقول بأن المتسلسلة المتباعدة من الشكل:

$$a_0 + \frac{a_1}{z} + \frac{a_2}{z^2} + \frac{a_3}{z^3} + \dots$$

حيث a_i هي أعداد ثابتة، هي نشر مقارب للدالة f إذا كان $\lim_{z\to\infty} z^n[f(z) - S_n(z)] = 0$، وذلك لأي قيمة ثابتة للعدد n، علماً بأن $S_n(z)$ هو المجموع $a_0 + \frac{a_1}{z} + \dots + \frac{a_n}{z^n}$.

مثلاً:

$$\int_x^{\infty} t^{-1}e^{x-t}\,dt = (\frac{1}{x}) - (\frac{1}{x^2}) + (\frac{2!}{x^3}) + \dots$$

$$\dots + (-1)^{n-1}(n-1)!/x^n + (-1)^n n! \int_x^{\infty} \frac{e^{x-t}}{t^{n+1}}\,dt$$

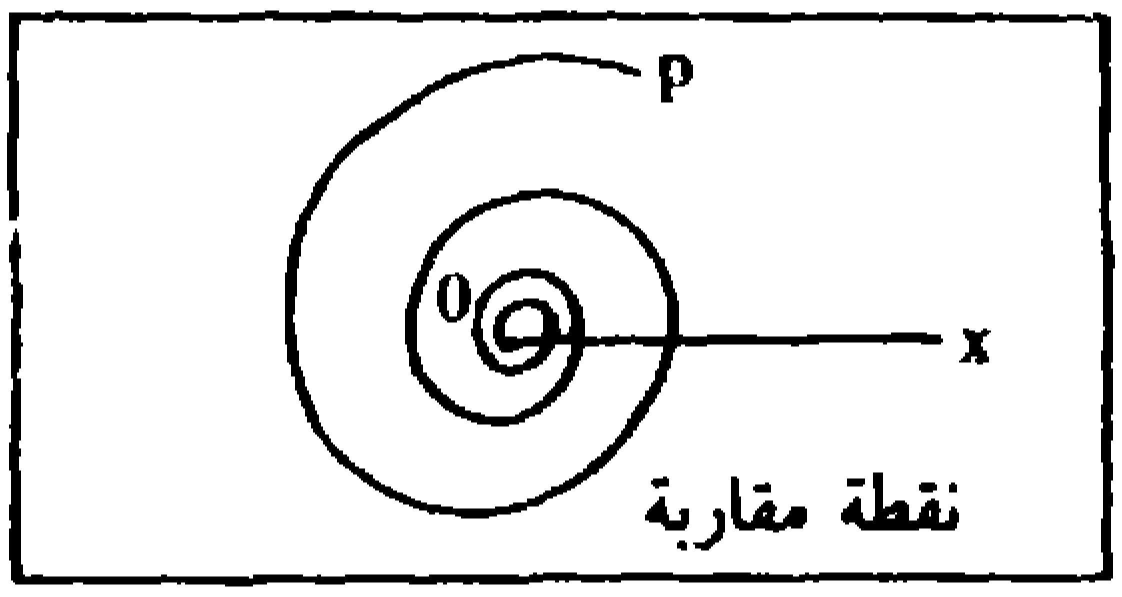
إذا أخذنا أي قيمة للمتغير n فإن $\lim_{x\to\infty} \frac{e^{x-t}}{t^{n+1}}\,dt = 0$

لذا تكون المتسلسلة التي تأخذ $(-1)^{n-1}(n-1)!/x^n$ حداً عاماً هي نشر مقارب للدالة المعطاة في التكامل. ونرمز لهذه الحقيقة كما يلي:

$$\int_x^{\infty} t^{-1}e^{x-1}\,dt = (\frac{1}{x}) - (\frac{1}{x^2}) + (\frac{2!}{x^3}) - (\frac{3!}{x^4}) + \dots$$

● نقطة مقاربة:

إذا كانت a = 0 فإننا نحصل على ما يسمى نقطة مقاربة.



مقارنة COMPARISON

● اختبار المقارنة لتقارب متسلسلة لا منتهية:

لتكن Σa_n متسلسلة لا منتهية. إذا كان هناك متسلسلة Σb_n بحيث يكون هناك عدد N ويكون $|a_n| \leq b_n$، وذلك لكل n أكبر من N، وإذا كانت Σb_n متقاربة، تكون Σa_n متقاربة. (أو متقاربة بشكل مطلق). إذا كان $b_n > 0$ وكان

$a_n \geq b_n$ وذلك لكل n أكبر من N، وإذا كانت Σb_n متباعدة فإن Σa_n تكون متباعدة.

● **خاصة المقارنة في الأعداد الحقيقية:**

هي الخاصة بأن واحدة من $x < y, x = y, x > y$ يجب أن تكون صحيحة، وذلك لأي عددين حقيقيين x,y.

انظر تثليث.

مقاس، مقاسي — METRIC

● **كثافة مقاسية:**

لتكن E مجموعة جزئية من خط أو من فضاء اقليدي ذي n بعداً. عندئذ نعرّف **الكثافة المقاسية** لـ E في النقطة x بأنها نهاية المقدار $m(E \cap I)/m(I)$ عندما ينتهي الطول. أو القياس $m(I)$ لـ I إلى الصفر، حيث I هي فترة تحتوي على x، وذلك عندما تكون هذه النهاية موجودة. وتكون الكثافة المقاسية مساوية 1 في جميع نقط E ما عدا مجموعة قياسها صفر. وتكون الكثافة المقاسية صفراً من أجل جميع نقط متممة المجموعة E ما عدا مجموعة قياسها صفر.

ـ **الفضاء المقاسي**: إذا قابلنا كل عنصرين x,y من مجموعة T بعدد حقيقي غير سالب نرمز له بـ $d(x,y)$ ويحقق الشروط:

(1) $d(x,y) = 0$ إذا وفقط إذا كان $x = y$.

(2) $d(x,y) = d(y,x)$.

(3) $d(x,z) \leq d(x,y) + d(y,z)$.

فإننا نسمي $d(x,y)$ المقاس المتعلق بالمجموعة T ونسمي الزوج (T,d) **الفضاء المقاسي**.

ـ **الفضاء الاقليدي R^2**: هو مجموعة نقط المستوى مع المقاس $d(x,y)$ المعرف بالعلاقة $d(x,y) = \sqrt{(y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2}$ من أجل أي نقطتين $x = (x_1,x_2)$ و $y = (y_1,y_2)$ في المستوى. ونرمز لهذا الفضاء بالرمز (R^2,d).

ـ الفضاء الاقليدي R^n: هو مجموعة من العناصر T المعرفة بالشكل $T = \{x | x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)\}$، حيث $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ هو مرتب من n عدداً حقيقياً، بعد أن نضيف إلى هذه المجموعة المقاس المعرف بالعلاقة:

$$d(x,y) = [\sum_{i=1}^{n} (x_i - y_i)^2]^{\frac{1}{2}}$$

ـ فضاء المتتالية L^∞: المجموعة T هنا هي مجموعة جميع المتواليات العقدية العددية المحدودة، أي أن كل عنصر x من T يعطى بالعلاقة $x = \{\xi_1, \xi_2, \ldots\}$ أو اختصاراً $x = (\xi_j)$ بحيث $j = 1, 2, \ldots$ وبحيث $|\xi_j| \leq C_x$، حيث C_x هو عدد حقيقي يتعلق بـ x فقط ولا يتعلق بـ j. نعرّف على هذه المجموعة T مقاساً $d(x,y)$ بالعلاقة:

$$d(x,y) = \sup_{j \in N} |\xi_j - \eta_j|$$

حيث $y = (\eta_j) \in T$, $N = \{1, 2, \ldots\}$ أما Sup فتعني أصغر حد علوي.

ـ فضاء الدالة $C[a,b]$: المجموعة T هنا هي مجموعة كل الدوال حقيقية القيمة $x, y, \ldots$ ذات المتغير الحقيقي t والمعرفة والمستمرة على فترة مغلقة $J = [a,b]$. أما المقاس فيعرّف بالعلاقة:

$$d(x,y) = \max_{t \in J} |x(t) - y(t)|$$

ـ الفضاء المقاسي المتقطع: هو أية مجموعة X نعرف عليها المقاس التالي:

$$d(x,y) = \begin{cases} 1 & (x \neq y) \\ 0 & (x = y) \end{cases}$$

ـ الفضاء L^p: المجموعة T هنا هي مجموعة جميع المتتاليات من الشكل $x = (\xi_j) = (\xi_1, \xi_2, \ldots)$ بحيث تتقارب المتسلسلة $\ldots + |\xi_1|^p + |\xi_2|^p$ أي $\sum_{j=i}^{\infty} |\xi_j|^p < \infty$ من أجل p عدد حقيقي ثابت يحقق $p \geq 1$ ونعرف المقاس بالعلاقة:

$$d(x,y) = (\sum_{j=1}^{\infty} |\xi_j - \eta_j|^p)^{\frac{1}{p}}$$

حيث $y = (\eta_j)$, $\Sigma|\eta_j|^p < \infty$. **ويسمى الفضاء L^2 عادة فضاء هيلبرت للمتواليات.**

انظر هيلبرت.

ـ **فضاءات تقبل مقاساً**: نقول بأن الفضاء الطبولوجي T يقبل مقاساً إذا أمكن تعريف مقاس (دالة مسافة) بين أي نقطتين منه، والفضاء الطبولوجي عندئذ هو فضاء متري مجموعاته المفتوحة هي مجموعات مفتوحة في الفضاء الطبولوجي وبالعكس أي أنه يوجد تحويل طبولوجي بين الفضاء المعطى والفضاء المتري. ويقبل **فضاء هاوسدروف المتراص** مقاساً إذا وفقط إذا كان يحقق موضوعة العدّية الثانية.

ـ **مبرهنة أوريسون**: إذا كان T فضاء **طبولوجياً نظامياً**، فإنه يقبل مقاساً إذا كان يحقق موضوعة العدّية الثانية.

يكون الفضاء الطبولوجي قابلاً للمقاس إذا وفقط إذا كان فضاء طبولوجياً نظامياً T_1 وكان للطبولوجيا المتعلقة به أساس B هو اتحاد عدد قابل للعد من الأصناف $\{B_n\}$ للمجموعات المفتوحة التي تحقق الخاصة التالية: من أجل أية نقطة x وأي صنف B_n فإنه يوجد جوار لـ x يقتطع عدداً منتهياً من عناصر B_n.

مقاومة — RESISTANCE

● **مقاومات كهربائية:**

هي الخاصة التي تسبب تحول الطاقة الكهربائية إلى حرارية عند مرور تيار كهربائي من خلال الموصّل. انظر أوم.

مقايضة — EXCHANGE

● **المقايضة:**

هي دفع الالتزامات المالية دون استخدام مباشر للنقود مثل استخدام الصكوك والحوالات وغيرها.

● المقايضة الأجنبية:

هي المقايضة مع دول أخرى. ويعرف سعر المقايضة الأجنبية بأنه قيمة النقود الأجنبية بالعملة المحلية أو العكس.

HANDLE **مقبض**

● مقبض السطح:

انظر جنس ـ جنس السطح.

ADMISSIBLE **مقبول**

● فرض مقبول:

انظر فرض.

ADJOINED **مقترن**

● عدد مقترن:

انظر حقل ـ حقل عددي.

MAGNITUDE **مقدار**

هو مقياس للكم من حيث الضخامة أو السعة أو الحجم أو الطول أو المساحة. أما مقدار العدد الحقيقي أو العقدي فهو القيمة المطلقة لهذا العدد. كما أن مقدار المتجه هو طوله.

● مرتبة المقدار (الكِبَر):

نقول بأن للدالتين u و v نفس مرتبة الكبر بجوار t_0 إذا كان يوجد أعداد موجبة ε, A, B بحيث $A < \left|\frac{u(t)}{v(t)}\right| < B$ عندما $0 < |t - t_0| < \varepsilon$. أما إذا تحقق $A < \left|\frac{u(t)}{v^r(t)}\right| < B$ فإننا نقول إن u هي من المرتبة r بالنسبة للدالة v.

إذا كان $\lim_{t \to t_0} \frac{u(t)}{v(t)} = 0$ نقول إن u من مرتبة أدنى من مرتبة v

ونكتب اختصاراً $u = 0(v)$. أما إذا كان $\lim_{t \to t_0} \frac{u(t)}{v(t)} = \infty$ فإن u من مرتبة أعلى من مرتبة v.

أما إذا كانت الدالتان u و v تحققان $\frac{u(t)}{v(t)} < B$ حيث B عدد موحد و t تنتمي إلى مجموعة S فإن للدالتين نفس المرتبة ونكتب $u = 0(v)$ عندما $t \in S$. باستخدام الرمزين 0 و O فإن $u(t) \to 0$ تكافىء $u(t) = o(1)$ كما أن العبارة «u محدودة في S» تكافىء $u = 0(1)$ إذا تحققت العلاقة:

$$\lim_{t \to t_o} \frac{u(t)}{v(t)} = 1$$

قلنا أن u و v متساويان في t_o تقاربياً. ونشير إلى أن t_o في المفاهيم السابقة يمكن أن تكون $\mp \infty$ مع تعديل مناسب للتعاريف.

مقدار — AMOUNT

- **مقدار المال عند تاريخ معين:**

هو مجموع رأس المال والفائدة (التي قد تكون بسيطة أو مركبة) حتى ذلك التاريخ. ويدعى عادة مقداراً بفائدة بسيطة أومقداراً بفائدة مركبة حسبما تكون الفائدة بسيطة أو مركبة.

- **مقدار الدفعة السنوية:**

انظر متراكم ــ قيمة متراكمة لدفعة سنوية عند تاريخ معين.

- **مقدار مركب:**

انظر مركب.

مقدّر (إحصاء) — ESTIMATOR

لتكن $X_1,X_2,...,X_n$ عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع إحصائي يعتمد على وسيط θ. مقدّر θ هو أي دالة $\hat{\theta}(x_1,x_2,...,x_n)$ لا تعتمد على θ أو أي وسيط

آخر في المجتمع. والمقدّر هو متغير عشوائي بطبيعة تعريفه. وتسمى قيمة المقدّر التي تحسب في مشاهدات عينة عشوائية معينة بتقدير الوسيط θ. فمثلاً $\hat{\theta}(x_1,x_2,\ldots,x_n) = \sum_{i=1}^{n} x_i/n$ هو مقدّر وسط المجتمع. وإذا سحبنا عينة عشوائية حجمها n = 5 من هذا المجتمع وإذا كانت $x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 4, x_5 = 1$ هي مشاهدات العينة فإن قيمة $\hat{\theta}$ $(2 + 1 + 0 + 4 + 1)/5 = 1.6$ هي تقدير لوسط المجتمع.

أنظر متسق وكفء وجوازية وكاف وغير متحيز وتباين.

مقدم — ANTECEDENT

(1) هو الحد الأول (أو الصورة) في نسبة ما. هو ذلك الحد في النسبة الذي نقارنه بحد آخر في النسبة ⅔.

(2) هي المقدم، أما (3) فتسمى التالي:

(3) انظر اقتضاء.

مُقَر — STABILIZER

● مُقر النقطة:

لتكن G زمرة من التبادل (انظر تبديلة) على المجموعة X ولتكن $x \in X$. نعرف مقر النقطة x بأنه الزمرة H_x الجزئية من G. والمكونة من جميع التباديل في G والتي تثبت x. وإذا كانت X مجموعة منتهية فإن حجم مدار x يكون مساوياً لعدد المجموعات المشاركة اليمينية من H_x في G $[G:H_x]$.

مقسوم — DIVIDEND

● المقسوم:

هو الكمية التي ستقسم على كمية أخرى. فمثلاً $x \div y$ ، $\frac{x}{y}$ هي عملية قسمة حيث يسمى x بـ المقسوم و y بـ القاسم.

ليكن (X,R,π) نظاماً ديناميكياً. نقول ان المجموعة الجزئية S من X مقطع للنظام الديناميكي إذا كان لكل $x \in X$ يوجد عدد حقيقي $\tau(x)$ بحيث $\pi(x,\tau(x)) \in S$ وليس لكل نظام ديناميكي. والواقع أن النظام الديناميكي له مقطع إذا وفقط إذا لم يحتو على نقاط راقدة أو دورية. وبشكل عام فإن الدالة $\tau(x)$ لا تكون مستمرة. وتلعب الدالة $\tau(x)$ دوراً أساسياً في دراسة بعض الخواص في الأنظمة الديناميكية. وتكون الدالة $\tau(x)$ مستمرة إذا وفقط إذا كان النظام (X,R,π) متشتتاً.

انظر متشتت.

- **مقطع ذهبي للمستقيم:**

انظر ذهبي.

- **مقطع توافقي للمستقيم:**

انظر توافقي.

- **طريقة المقاطع:**

طريقة لرسم السطوح وذلك برسم مقاطع من السطح (مثل المقطع الطولي والعرضي والجانبي) واستنتاج شكل السطح من هذه المقاطع.

- **مقطع مستوٍ:**

الشكل المستوى الناتج عن قطع أي شكل هندسي بسطح ومستو.

- **المقطع الناظمي:**

ينتج من قطع الشكل الهندسي بمستوٍ يحتوي على ناظم للسطح المقطوع.

- **المقطع الطولي:**

ينتج من قطع السطح الدوراني بمستوى يحتوي على محور الدوران.

- **المقطع القائم للأسطوانة:**

ينتج من قطع الأسطوانة بمستو عمودي على مولد الأسطوانة.

● **مقطع زاوية كثير الوجوه:**

انظر زاوية ـ زاوية كثير الوجوه.

مقطوع **TRUNCATED**

انظر مخروط وموشور وهرم.

مقطعي

● **تقوس مقطعي:**

ليكن M منطوياً تفاضلياً و g مقاساً ريمانياً عليه. لكل مستوى P في فضاء المماس $T \times M$ (أي أن P فضاء جزئي بعديته 2) نعرف **التقوس المقطعي** K(p) للمستوى P كما يلي: $K(p) = g(R(X_1,X_2)X_2,X_1)$، حيث تشكل $\{X_1,X_2\}$ أساساً متعامداً معيراً في P. أما R فهو حقل موترات التقـوس أو شكل التقوس في الصلة الريمانية التي يعطيها g.

انظر صلة ـ صلة ريمانية، وتقوس الصلة.

مقعّر **CONCAVE**

● **دالة مقعرة:**

هي سالب دالة محدبة.

انظر محدب ـ دالة محدبة.

● **كثير وجوه مقعر:**

انظر كثير وجوه.

● **مضلع مقعر:**

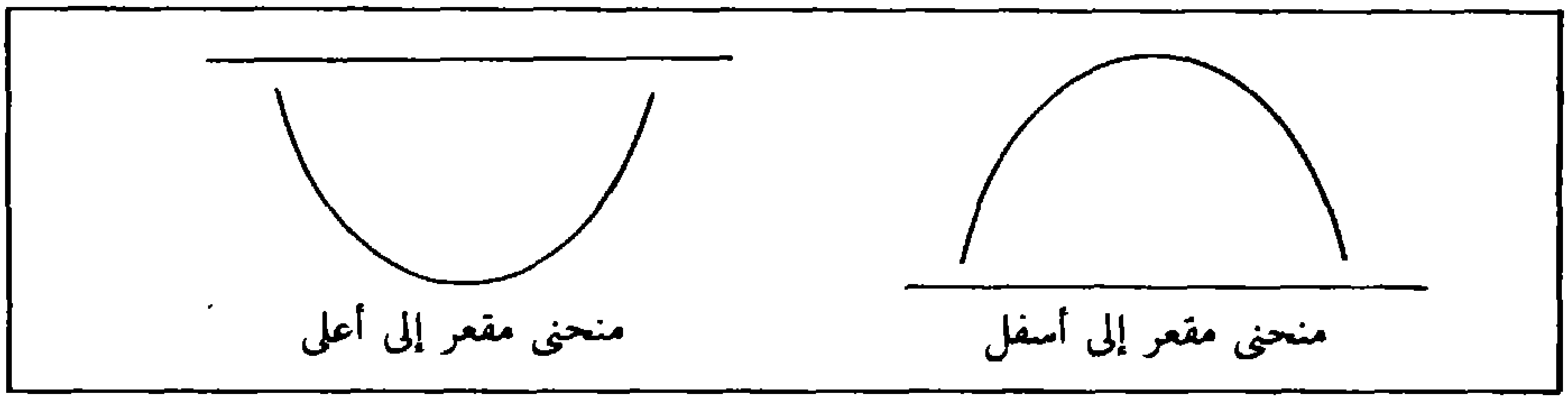
انظر مضلّع.

● **مقعر ناحية نقطة** (أو خط أو مستوى):

نقول عن منحن أنه **مقعر ناحية نقطة** (أو خط) إذا كانت كل قطعة من

القوس المقطوع بوتر تقع على الوتر أو على ذلك الجانب من الوتر الذي لا تقع فيه النقطة (أو الخط).

إذا كان هناك خط أفقي يقع المنحنى فوقه ويكون مقعراً ناحيته فإننا نقول إن المنحنى مقعر إلى أسفل. أما إذا كان هناك خط أفقي يقع المنحنى تحته ويكون مقعراً ناحيته فإننا نقول إن المنحنى مقعر إلى أعلى.



محدب

● محدبة:

انظر محدب.

إذا كان محور الدائرة على محور x فإن هذه الدائرة مقعرة ناحية هذا المحور ويكون النصف الأعلى منها مقعراً إلى أسفل والنصف الأسفل مقعراً إلى أعلى.

مقلوب RECIPROCAL

● مقلوب عدد a:

هو العدد $\frac{1}{a}$ ومقلوب $\frac{a}{b}$ هو $\frac{b}{a}$.

● مقلوب عنصر:

إذا عرفنا على مجموعة عملية ضرب * وكان يوجد في هذه المجموعة عنصر المطابقة الضربي e أي ذلك العنصر الذي لو ضرب في أي عنصر x من عناصر المجموعة لكان الناتج x). فإن مقلوب العنصر a من هذه المجموعة هو العنصر b بحيث $a * b = b * a = e$ على أن يكون b وحيداً.

مثال: نأخذ مجموعة الدوال الكسرية:

$$\frac{x^m + \alpha_1 x^{m-1} + \ldots + \alpha_m}{x^n + \beta_1 x^{n-1} + \ldots + \beta_n}$$

ونعرف عملية الضرب العادي. عندئذ يكون مقلوب $x^2 + 1$ هو $\frac{1}{x^2+1}$ ونسمي مقلوب عنصر عادة العنصر المعاكس.

أنظر زمرة.

- **منحن مقلوب لمنحن آخر:**

ليكن لدينا المنحنى المعرف بالمعادلة $y = f(x)$ عندئذ فإن المنحنى المقلوب لهذا المنحنى هو بالتعريف المنحنى المعطى بالمعادلة $y = \frac{1}{f(x)}$.

مثال: $y = \frac{11}{x}$ هو المنحنى المقلوب للمنحنى $y = x$ وبالعكس. أي أن كلًّا منهما مقلوب للآخر.

- **معادلة مقلوبة:**

هي المعادلة $f(x) = 0$ التي تكافىء المعادلة $f(\frac{1}{x}) = 0$، ذلك يعني أن مجموعة جذور المعادلة $f(x) = 0$ لا تتغير عندما نبدل كل جذر بمقلوبه.

مثال (1): $x + 1 = 0$ هي معادلة مقلوبة لأنها تكافىء المعادلة:

$$1 + x = 0 \qquad \frac{1}{x} + 1 = 0$$

مثال (2): $x^4 - ax^3 + bx^2 - ax + 1 = 0$ هي معادلة مقلوبة لأنها تكافىء المعادلة:

$$\frac{1}{x^4} - a(\frac{1}{x^3}) + b(\frac{1}{x^2}) - a(\frac{1}{x}) + 1 = 0$$

- **مقلوب مصفوفة:**

هو نفس معكوس مصفوفة (المصفوفة المعاكسة).

انظر مصفوفة.

● **أشكال قطبية مقلوبة في مستوى:**

نقول بأن الشكلين الهندسيين المستويين L و L' المكونين من مستقيمات ونقط تقاطعها بأنها شكلان قطبيان مقلوبان. إذا كانت كل نقطة من أحدهما هي قطب (أنظر قطب) لمستقيم من الآخر بالنسبة لقطع مخروطي معطى (انظر قطبي القطع المخروطي). فالمثلثان القطبيان المقلوبان هما مثلثان بحيث تكون رؤوس أحدهما أقطاباً لأضلاع الآخر بالنسبة لقطع مخروطي معطى.

● **منحنيان مقلوبان قطبيان:**

هما منحنيان Γ و Γ' يحققان الشرط التالي:

إن قطبي نقطة من Γ بالنسبة لقطع مخروطي معطى هو مماس للمنحنى Γ وبالعكس.

انظر قطب ــ قطبي نقطة بالنسبة لقطع مخروطي.

● **نسبة مقلوبة:**

انظر نسبة.

● **حلزون مقلوب:**

انظر زائدي ــ حلزون زائدي.

● **تعويض مقلوب:**

هو تعويض متغير ما بمقلوبه كأن نعوض عن المتغير x في عبارة ما بـ $\frac{1}{x}$.

● **مجموعة مقلوب متجهات:**

هي مجموعة متجهات $\vec{A}_1,\vec{A}_2,\vec{A}_3$ و $\vec{B}_1,\vec{B}_2,\vec{B}_3$ بحيث يكون $\vec{A}_i,\vec{B}_i = 1$ و $\vec{A}_i,\vec{B}_j = 0$ عندما $i \neq j$ من أجل $i = 1,2,3$ فإذا كان الجداء المختلط (الجداء السلمي الثلاثي) $k = (\vec{A}_1,\vec{A}_2,\vec{A}_3) \neq 0$، فإن مقلوب هذه المتجهات هو المتجهات:

$$\frac{A_2 \times A_3}{k} \quad \frac{A_3 \times A_1}{k} \quad \frac{A_1 \times A_2}{k}$$

انظر جداء؛ أنظر ثلاثي.

● دوال فولتير المقلوبة (معادلات تكاملية):
انظر فولتير.

● مبرهنات مقلوبة:
وتعني في الهندسة التفاضلية مبرهنات الثنوية. أما في الهندسة المستوية فتعني مبادلة عنصرين هندسيين ببعضهما في المبرهنات كأن نبدل الزوايا بالمستقيمات أو نبدل النقط بالمستقيمات.. الخ.. وتجدر الإشارة إلى أن هذا التبديل لا يبقي المبرهنة صحيحة بالضرورة.

مقياس — MODULUS

● مقياس التطابق:
انظر تطابق.

● مقياس تكامل ناقصي ودالة ناقصية:
انظر ناقصي.

● مقياس اللوغاريتمات:
انظر لوغاريتم.

مقياسي — MODULAR

● دالة مقياسية ناقصية:
هي دالة متماثلة ذاتياً بالنسبة لزمرة مقياسية (أو زمرة جزئية من الزمرة المقياسية) بحيث تكون وحيدة القيمة وتحليلية في نصف المستوى العقدي العلوي ما عدا الأقطاب.

وتوضع عادة بعض القيود الإضافية المناسبة لتكون هذه الدالة كسرية في الدالة المقياسية J المعرفة بالعلاقة:

$$J(\tau) = \frac{4}{27} \frac{(V_3^8 - V_2^4 V_4^4)^3}{(V_2 V_3 V_4)^8}$$

حيث V_i ترمز إلى دوال في الوسيط τ بعد وضع $z = 0$ في الدالة $V_i(z)$،

وأيضاً: $J(\tau) = \dfrac{g_2^3}{g_2^3 - 27g_3^2}$

حيث $g_2 = 60\ \Sigma' (m\omega + n\omega')^{-4},\ g_3 = 140\ \Sigma' (m\omega + n\omega')^{-6}$.

و $\dfrac{\omega'}{\omega} = \tau$. أما (′) فتعني أن الجمع يؤخذ على جميع قيم m و n الصحيحة ما عدا $m = n = 0$. وننوه هنا إلى أن الدوال المقياسية:

$$f(\tau) \equiv \lambda(\tau) = \frac{v_2^4}{v_3^4}$$

و $h(\tau) = \dfrac{f(\tau)}{g(\tau)}$ ذات أهمية خاصة وترتبط J بالعلاقة λ:

$$27J\lambda^2(1 - \lambda)^2 = 4(1 - \lambda + \lambda^2)^3$$

● **زمرة مقياسية:**

هي زمرة التحويلات التي من الشكل: $w = \dfrac{az + b}{cz + d}$، حيث $ad - bc = 1$ a,b,c,d هي أعداد صحيحة. وتطبق هذه التحويلات نصف المستوى العقدي العلوي (السفلي) على نفسه. كما تطبق النقط الحقيقية على نقط حقيقية.

مقيد

● **زمرة تمامية مقيدة:**

لتكن $C^0(x)$ هي المجموعة الجزئية من فضاء العروات $C(x)$ والتي تتألف من العروات المتحاولة مع الصفر (انظر تحول؛ و تمامية).

● **الزمرة التمامية المقيدة $\phi^0(x)$:**

هي الزمرة الجزئية من $\phi(x)$ والمؤلفة من الازاحات المتوازية الناشئة من كل المنحنيات $\tau \epsilon C^0(x)$.

أي يتعلق بالقطع المكافئ.

● **سلك مكافئ:**

هو السلك الموثق في طرفيه وخاضع لقوى متساوية موزعة بانتظام على طول السلك.

● **منحنى مكافئ:**

انظر منحنى.

● **أسطوانة مكافئية:**

انظر أسطوانة.

● **معادلة تفاضلية جزئية مكافئية:**

هي المعادلة التفاضلية الجزئية من المرتبة الثانية:

$$\sum_{j,j=1}^{n} a_{ij} \frac{2_u}{x_i\, x_j} + F(x_1,\ldots,x_n,u,\frac{u}{x_1},\ldots,\frac{u}{x_m}) = 0$$

والتي يكـون من أجلهـا $\det(a_{ij}) = 0$، أي أن الشكـل التربيعي $\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}y_iy_j$ يكون منفرداً بمعنى أنه يمكن أن يرد إلى مجموع مربعات أقل من n باستخدام تحويل خطي حقيقي. وليس بالضرورة هنا أن تكون إشارات المجاميع واحدة. وأهم مثال على هذه المعادلات هي المعادلة الحرارية.

أنظر دليل ـ دليل شكل تربيعي.

● **نقطة مكافئة على سطح:**

هي النقطة التي يكون مبين دوبين لها زوجاً من المستقيمات المتوازية.

انظر دوبين، أي هي النقطة التي ينعدم فيها التقوس الكلي.

● **سطح ريمان مكافئ:**

انظر ريمان.

● قطعة مكافئية:

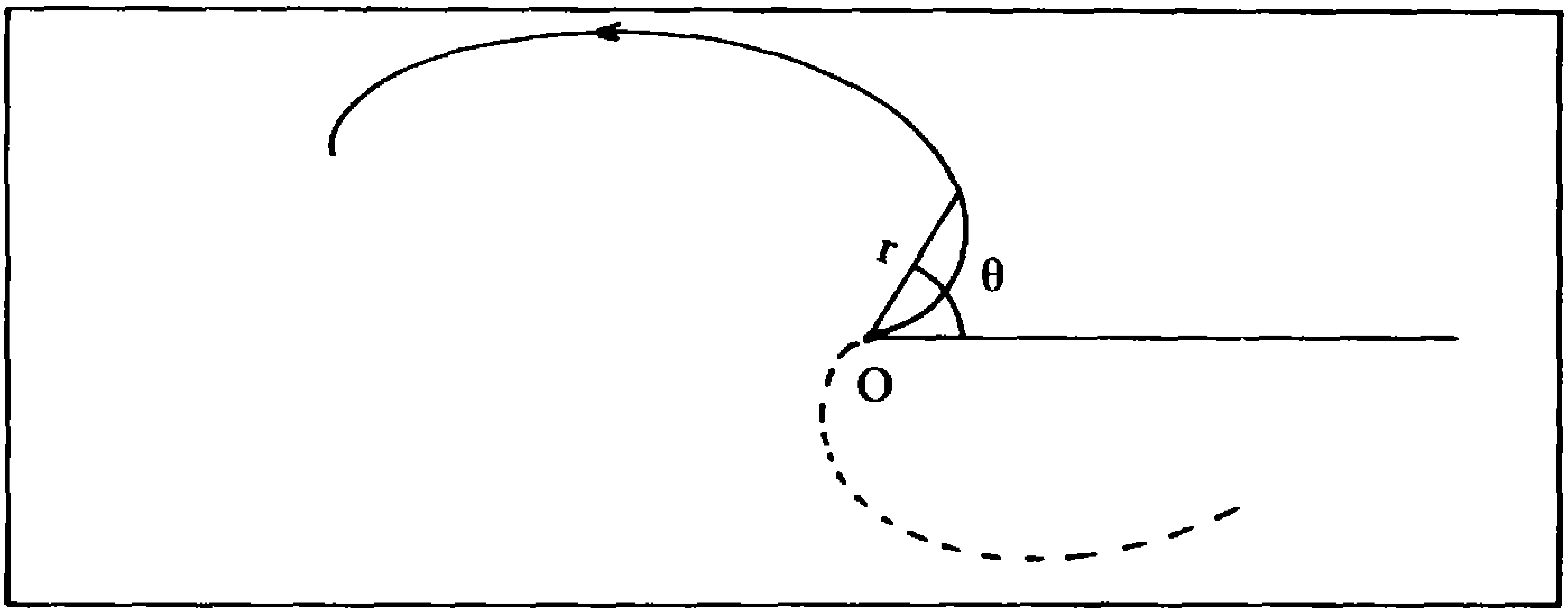
هي قطعة من القطع المكافىء محصورة بين وتر عمودي على محور القطع والقطع نفسه. ومساحة هذه القطعة تساوي $\frac{2}{3}$ cd حيث c (القاعدة) هي طول الوتر و d (الارتفاع) هو بعد ذروة القطع عن الوتر.

● فضاء مكافىء:

هو نفس المستوى الاقليدي الإسقاطي.

● حلزون مكافىء:

هو الحلزون المعطى بالمعادلة $r^2 = a\theta$ حيث r هو نصف القطر المتجهي و θ هي الزاوية القطبية، و a ثابت. ويسمى هذا المنحنى عادة: حلزون فيرما.



مكافىء عكسي **CONTRAPOSITIVE**

● المكافىء العكسي لاقتضاء:

هو الاقتضاء الذي ينتج عندما نستبدل المقدم بنفي التالي والتالي بنفي المقدم. مثلاً إذا أخذنا الاقتضاء: «إذا كان x يقبل القسمة على 4 فهو يقبل القسمة على 2». فإن مكافئه العكسي هو: «إذا كان x لا يقبل القسمة على 2 فهو لا يقبل القسمة على 4». الاقتضاء ومكافئه العكسي متكافئان، أي أنهما صائبان معاً أو خاطئان معاً. المكافىء العكسي لاقتضاء هو معكوس عكسه أو عكس معكوسه.

INTEGRAND **مكامل**

انظر تكامل ـ التكامل المحدد، انظر تفاضل ـ التفاضل المضبوط.

INTEGRAPH **مُكَامِلَة**

هو جهاز يستخدم لإيجاد المساحات الواقعة تحت المنحنيات. ولذا فإنه يستخدم لإيجاد قيمة التكاملات المحددة.

مكاملة

هي جهاز يستخدم لتقريب التكاملات المحددة ميكانيكياً مثل المسّاح المستخدم لقياس المساحات. أما في الآلات الحاسبة فإن المكاملة هي أية مركبة حسابية تقوم بإجراء عملية المكاملة.

INTEGRATION **مكاملة**

هي عملية إيجاد التكامل المحدد وغير المحدد.

انظر تكامل.

● **تغيير المتغيرات في المكاملة:**

(1) **التكامل بمتغير واحد**: ويسمى تغيير المتغيرات في هذه الحالة بـ **المكاملة بالتعويض** لأنها تستخدم في العادة لتغيير التكامل إلى صيغة يسهل إيجاد قيمتها.

مثال (1) نستخدم التعويض $u = a \sin \theta$ في التكامل $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}}$

لنحصل على:

$$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \int \frac{a \cos \theta \, d\theta}{\sqrt{a^2 - a^2 \sin\theta}} = \int \frac{\cos \theta}{\cos \theta} d\theta$$

$$= \int d\theta = \theta + C = \sin^{-1} \left(\frac{u}{a}\right) + C$$

ونستخدم التعويض $u = a \tan\theta$ في التكامل $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 + u^2}}$ وبالتالي نجد أن:

$$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 + u^2}} = \frac{1}{a} \tan^{-1}(\frac{u}{a}) + c$$

لاحظ أن $a^2 + a^2 \tan^2\theta = a^2 \sec^2\theta$. أما في التكامل $\int u \frac{du}{\sqrt{u^2 - a^2}}$ فنستخدم التعويض $u = a \sec\theta$ لنحصل على

$$\frac{du}{u\sqrt{u^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \sec^{-1}(\frac{u}{a}) + c.$$

لاحظ هنا أيضاً أن $a^2 \sec^2\theta - a^2 = a \tan^2\theta$.

مثال (2): نجري التعويض $x = \sin u$ في $I = {}_0\int^1 \sqrt{1 - x^2}$ وفي هذه الحالة لا بد من تغيير حدي المكاملة. فعندما يكون $x = 0$ نجد أن $0 = \sin u$ يؤدي إلى $u = 0$ وعندما يكون $x = 1$ نجد أن $1 = \sin \pi/_2$ وبالتالي فإن: $u = \pi/_2$

$$I = {}_0\int^{\pi/_2} \text{Cos } u \, du$$

$$= {}_0\int^{\pi/_2} ½(1 + \cos 2u)du$$

$$= [½u + ¼ \sin 2u]_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{4}$$

(2) التكامل بعدة متغيرات: وفي هذه الحالة فإن قاعدة تغيير المتغيرات تأخذ نفس الشكل للتكاملات المتضاعفة من أية مرتبة عندما يعبر عن هذه القاعدة بدلالة اليعقوبي. ولذا فإننا نكتفي هنا بإعطاء هذه القاعدة في حالة التكامل الثلاثي.

ليكن T تحويلاً من مجموعة مفتوحة W في فضاء xyz على مجموعة مفتوحة W• في فضاء – u v w ولتكن D مجموعة جزئية من W بحيث تكون T(D) = D• مجموعة جزئية مغلقة ومحدودة في W•. ولنفرض أن f(x,y,z) دالة مستمرة على D وأن المشتقات الجزئية من المرتبة الأولى لـ x و y و z بالنسبة لـ

u و v و w مستمرة وأن اليعقوبي $J = \frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)}$ لا يساوي صفراً على D^*.

فإننا نستنتج تحت كل هذه الشروط أن:

$$\int\int\int f(x,y,z)dx\,dy\,dz = \int\int\int f(x,y,z)\,|J|\,du\,d\upsilon\,dw$$

حيث z,y,x دوال في w,υ,u كما هي محددة بالتحويل T.

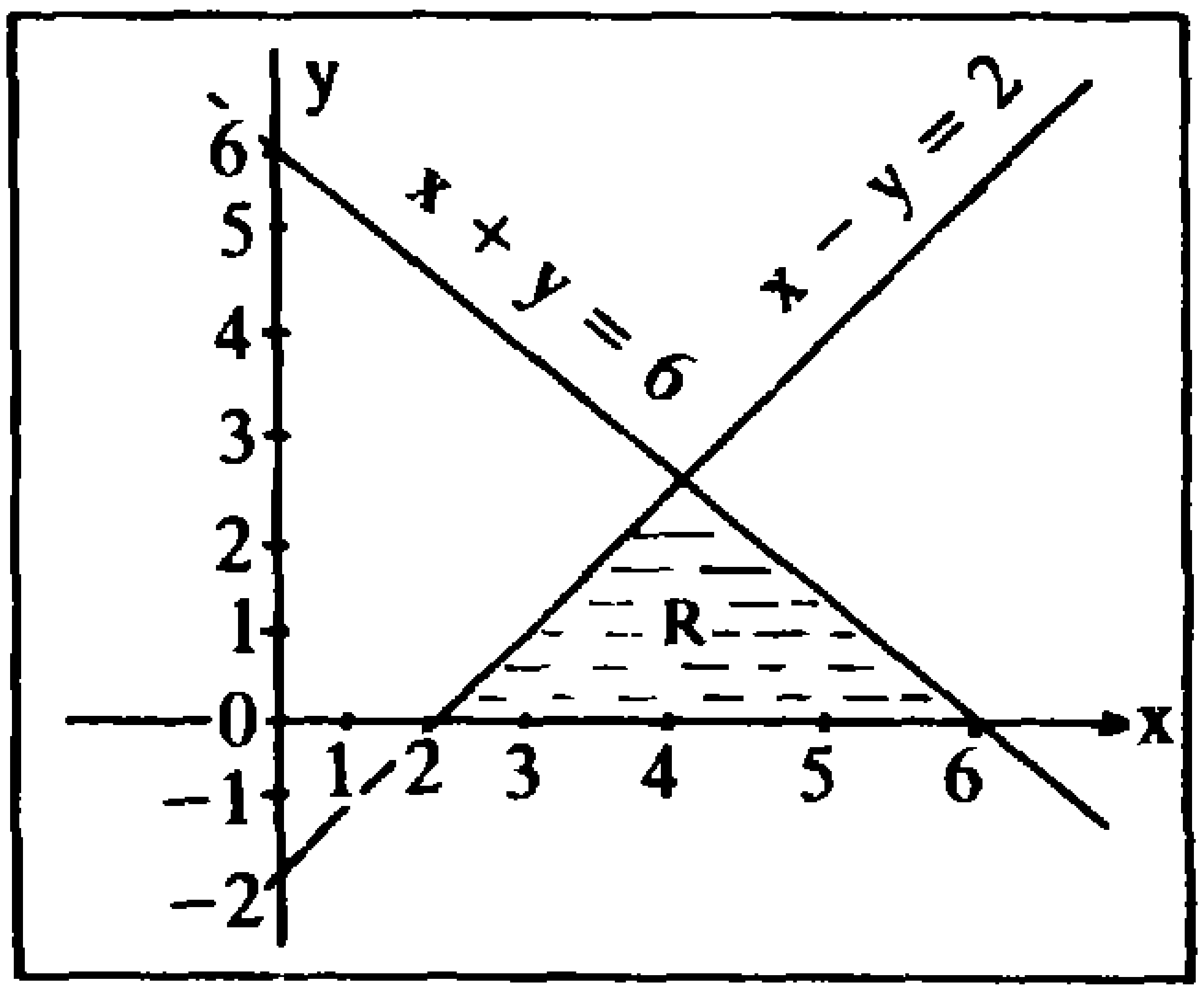
مثال: لتكن R منطقة في المستوى (xy) محدودة بالمستقيمات $x + y = 6$ و $x - y = 2$ و $y = 0$. وليكن التحويل $x = u + v,\ y = u - v$ الذي يأخذ R إلى المنطقة R' في المستوى (uv).

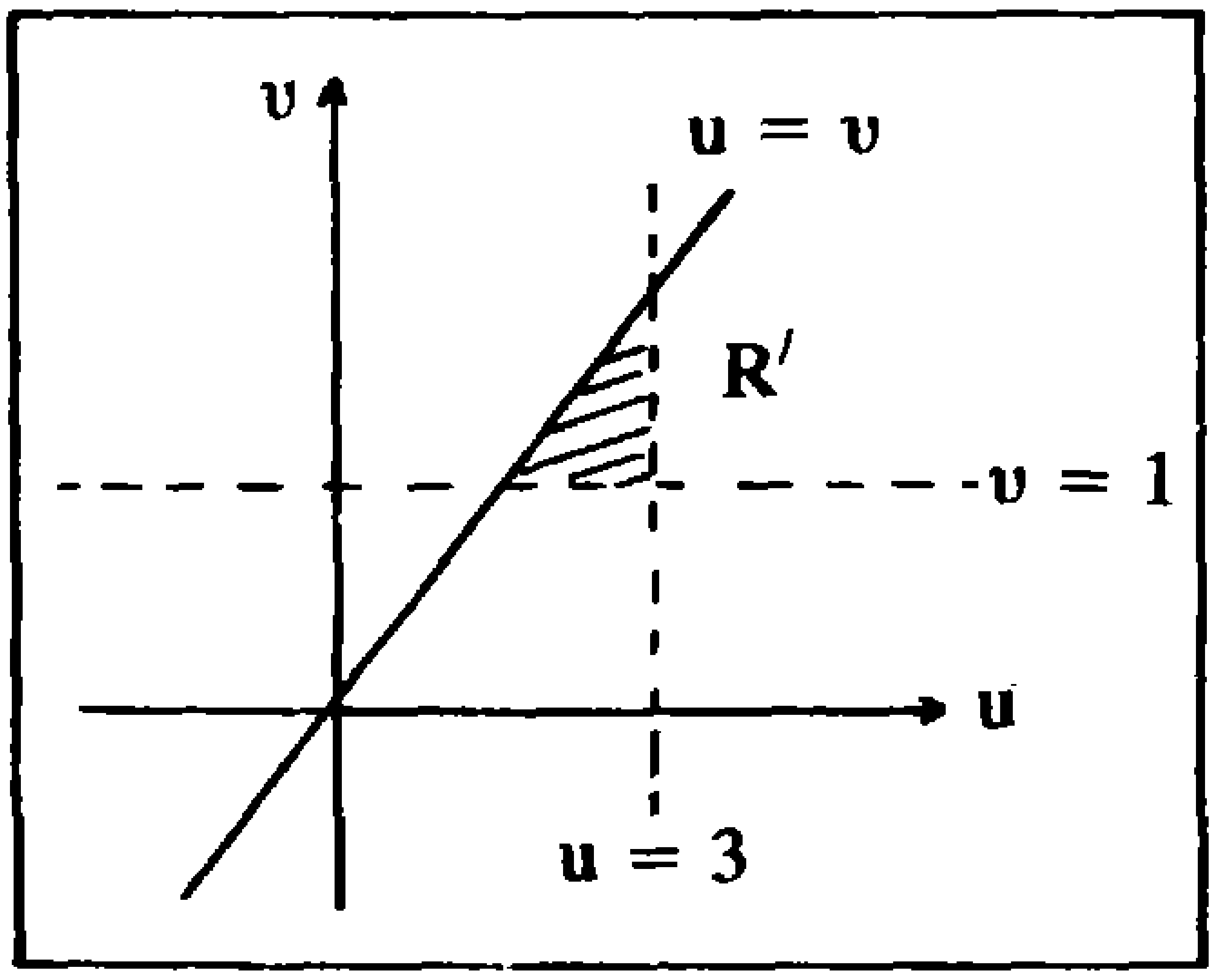
مما سبق نستنتج أن:

$$\int\int_R dx\,dy = \int\int_{R'} |J|\,du\,d\upsilon/$$

$$J = \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,\upsilon)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial \upsilon} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial \upsilon} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 2$$

أما $y = 0$ فيصبح $u = \upsilon$ و $x - y = 2$ فيصبح $\upsilon = 1$ و $x + y = 0$ يصبح $u = 3$:





$$\int_R\int dx\,dy = \int_1^3\int_\upsilon^3 2\,du\,d\upsilon = \int_1^3 [2u]_\upsilon^3 d\upsilon$$

$$= \int_1^3 (6 - 2\upsilon)\,d\upsilon = 6\upsilon - \upsilon^2]_1^3 = 9 - 5 = 4$$

أي أن مساحة الشكل R ضعف مساحة الشكل R'.

● المكاملة المحددة:

هي عملية إيجاد التكاملات المحددة.

انظر تكامل ـ التكامل المحدد.

● عنصر المكاملة:

انظر عنصر ـ عنصر المكاملة.

● صيغ المكاملة:

هي صيغ تعطي التكاملات غير المحددة وبعض التكاملات المحددة لبعض الدوال الأكثر استعمالاً.

● المكاملة بالكسور الجزئية:

وتستخدم هذه الطريقة عندما يكون المكامل دالة منطقة مخرجها من درجة أعلى من صورتها. مثال: $\int \frac{dx}{1-x^2} = \frac{1}{2} \int \frac{dx}{1-x} + \frac{1}{2} \int \frac{dx}{1+x}$

انظر جزئي ـ كسر جزئي.

● المكاملة بالتجزيء:

هي المكاملة باستخدام القانون:

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du \qquad (1)$$

وهذا القانون ناتج من قانون المفاضلة $d(u\,v) = udv - vdu$ بمكاملة الطرفين لنحصل على $uv = \int d(uv) = \int udv - \int vdu$ ويستخدم القانون (1) لمكاملة حاصل ضرب دالتين.

مثال: لإيجاد $\int xe^x dx$ نضع $e^x dx = dv, u = x$ ولذا فإن $e^x = v, du = dx$ باستخدام القانون (1) نحصل على:

$$\int xe^x dx = \int udv = uv - \int vdu$$

$$= xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C$$

● مكاملة المتتاليات والمتسلسلات:

انظر محدود ـ مبرهنة التقارب المحدود، وليبيغ ـ مبرهنة ليبيغ للتقارب، ورتيب ـ مبرهنة التقارب الرتيب؛ ومتسلسلة ـ مكاملة المتسلسلة اللامنتهية.

● المكاملة بالتعويض:

انظر تغيير المتغيرات في المكاملة.

● المكاملة باستخدام المتسلسلات:

هي طريقة ننشر فيها المكامل في متسلسلة ثم نقوم بالمكاملة حداً حداً. ولتحديد الخطأ الناتج من حذف حدود المتسلسلة بعد الحد n نكامل الحد الأعلى للقيمة العددية لباقي المتسلسلة.

انظر تكامل ـ التكامل المحدد.

REPLETE **مكتنز**

لتكن T زمرة طبولوجية و S مجموعة جزئية من T. نقول إن S مجموعة مكتنزة في T إذا كانت S تحتوي على انسحاب واحد على الأقل لكل مجموعة جزئية متراصة من T. وبشكل أوضح تكون S مكتنزة في T إذا كان لكل مجموعة متراصة K في T يوجد عنصر $t \in T$ بحيث $tK \subset S$.

مثال (1): إذا كانت T هي الأعداد الحقيقية R فإن المجموعات التالية تكون مكتنزة بالنسبة لـ R (بافتراض أن a عدد حقيقي موجب).

(أ) $[a,\infty)$؛

(ب) $(-\infty,-a]$.

والمجموعتان $[a,\infty)$ و $(-\infty, -a]$ بالإضافة لكونهما مجموعات مكتنزة فإن كلاً منهما تشكل مثيل زمرة.

مثال (2): أما بالنسبة للزمرة R^n فإن كل مخروط يشكل مجموعة مكتنزة. وتلعب مثيلات الزمر الكثيفة دوراً رئيسياً في تعريف عدد كبير من الأفكار في الطبولوجيا الديناميكية مثل: **دوري تقريباً ومديد ودوري تقريباً بضعف** وغيرها. انظر تحت هذه العناوين.

REPEATED **مكرّر**

● جذر مكرر:

انظر متضاعف ـ جذر متضاعف.

مكظوم ADIABATIC

● منحنيات مكظومة:

هي منحنيات توضح العلاقة بين الضغط وحجم المواد التي لها تمدد وتقلص مكظومان. أما التمدد والتقلص المكظومان (في علم الديناميك الحراري) فيقصد بهما التغير في الحجم دون خسارة أو ربح في الحرارة.

مكعب CUBE

هو كثير وجوه محدود بستة وجوه مستوية أحرفها الاثنا عشرة متساوية وزوايا الوجوه كلها قائمة. ويعرف المكعب في الفضاء الإقليدي ذي البعدية n بأنه المجموعة المكونة من النقاط $x = (x_1,x_2,\ldots,x_n)$ حيث $a_i \le x_i \le b_i$ و $b_i - a_i = k$ لكل i. والعدد k هو طول حرف المكعب وبالتالي فإن حجم المكعب (أو مقياسه) يساوي k^n. وهذا المكعب عبارة عن الجداء الديكارتي لعدد n من الفترات المغلقة طول كل منها k.

● مكعب العدد:

هو القوة الثالثة للعدد. فمثلاً: $n^3 = n.n.n$ و $2^3 = 2.2.2 = 8$.

● مكعب الكمية:

هو القوة الثالثة للكمية. فمثلاً: :

$$(x + y)^3 = (x + y)(x + y)(x + y)$$
$$= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

● الجذر التكعيبي لكمية معطاة:

نقول إن A جذر تكعيبي للكمية B إذا كان $A^3 = B$.

انظر جذر ــ جذر العدد.

● مضاعفة المكعب:

انظر مضاعفة.

مكمّل SUPPLEMENT

ليكن E فضاء متجهات و M فضاء جزئياً فيه. نقول إن الفضاء الجزئي N مكمل للفضاء الجزئي M إذا كان E هو المجموع المباشر للفضاءين M و N، أي أن $M + N = E$ و $M \cap N = \{0\}$ ويرمز لهذين الشرطين بالرمز $E = M \oplus N$. ويسمي البعض N بـ **المكمل الجبري** للفضاء M، ونشير هنا إلى أن كل فضاء جزئي في فضاء متجهات له مكمل جبري.

مكيَّف ADAPTED

● **إطار مكيّف:**

ليكن N منطوى ريمانيا بعديته $n + p$ و M منطوى ريمانياً آخر بعديته n. ولنأخذ الغمس $F{:}M \rightarrow N$. سنستعمل الحرف g هنا ليرمز للمقاس على كل من M و N كما أنه إذا كانت $x \in M$ فإننا سنرمز للنقطة $f(x) \in N$ بالحرف x أيضاً. وبذلك يكون فضاء المماس T_xM فضاء جزئياً من T_xN. ويكون المتمم العمودي T_xM هو الفضاء الناظم على M. لتكن $0(M)$ و $0(N)$ رزمتي الإطارات المتعامدة المعيرة على M و N على الترتيب ولنعرف: $0(N)/M = \{v \in 0(N)/ \mid \pi(v) \in M\}$ حيث $\pi{:}0(N) \rightarrow N$ هو الإسقاط. نقول عن أي إطار v في $o(N)/M$ بأنه مكيف إذا كان v من الشكل: $(Y_1, Y_2, \ldots, Y_n, Y_n + 1, \ldots, Yn + p)$ بحيث يكون كل من $Y_1, \ldots, Y_n$ مماساً على M، وبذلك يكون كل من $Y_n + 1, \ldots, Y_n + p$ ناظماً على M.

انظر إطار و رزمة ــ رزمة الإطارات.

مكين ROBUST

يسمى أسلوب إحصائي معين أسلوباً مكيناً بالنسبة إلى شرط افتراضي معين إذا كانت الصفات الإحصائية لهذا الأسلوب غير حسّاسة (أي لا تتأثر كثيراً) إلى ابتعاد قليل عن الشرط الافتراضي. فمثلاً لنأخذ اختباراً إحصائياً

معيناً يعتمد على افتراض أن التوزيع الطبيعي هو التوزيع الاحتمالي للمشاهدات. إن هذا الاختبار سيكون اختباراً مكيناً إذا لم تتأثر دالة قوته كثيراً لو لم يكن التوزيع الاحتمالي توزيعاً طبيعياً وإنما شبيهاً بالتوزيع الطبيعي.

انظر فرض ــ اختبار الفرض.

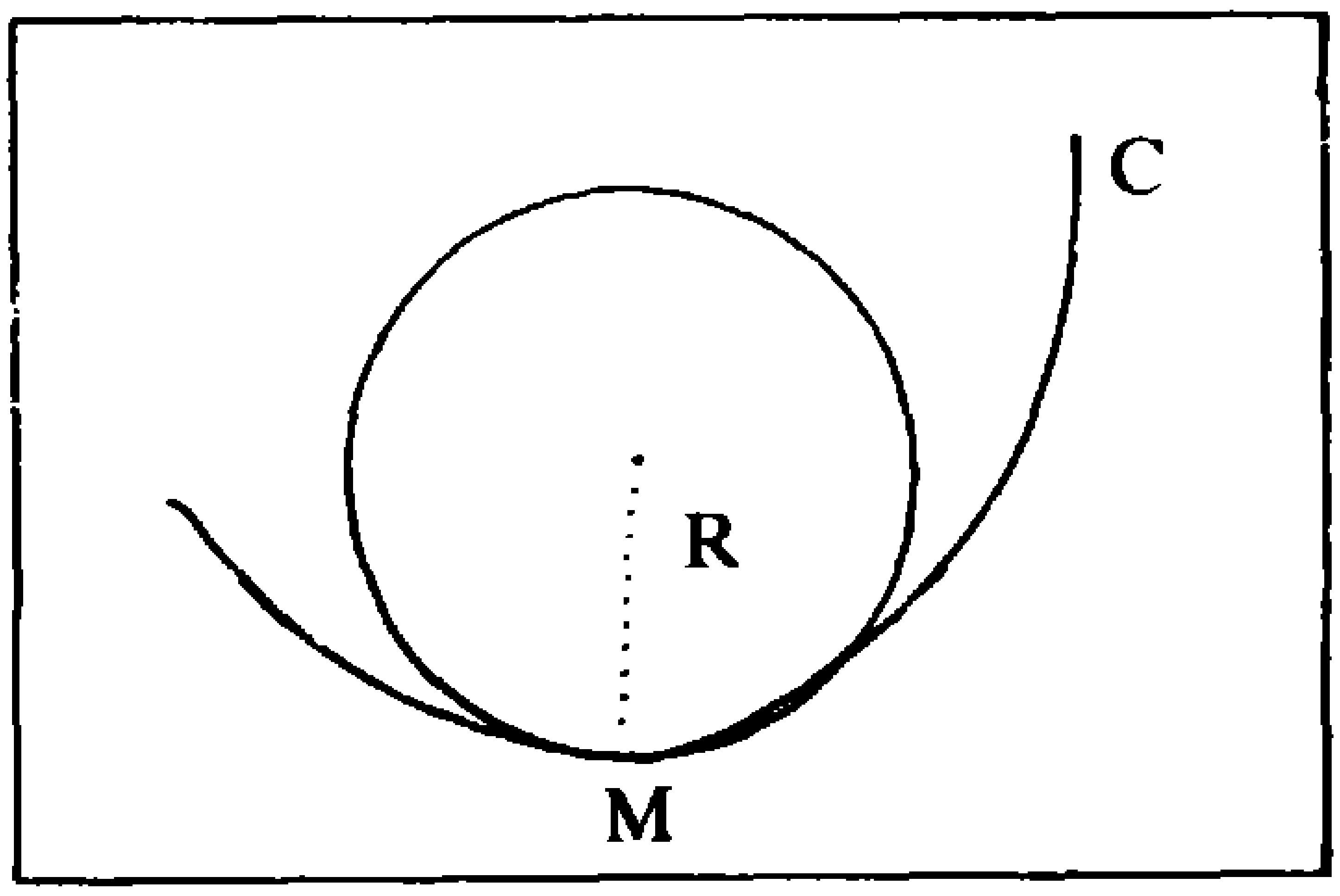
مِلّ MIL

هو وحدة لقياس الزوايا وتساوي $\frac{1}{6400}$ من الدورة الكاملة وتساوي $0.05625°$ أو $\frac{1}{1000}$ راديان تقريباً وتستخدم هذه الوحدة عادة في المعدات العسكرية.

ملاصق OSCULATING

● **دائرة ملاصقة:**

الدائرة الملاصقة لمنحنى C في نقطة M هي دائرة في المستوى الملاصق للمنحنى في النقطة M وبحيث تكون هذه الدائرة مماسة للمنحنى C في النقطة M ونصف قطرها R يساوي مقلوب التقوس في النقطة M على أن تكون هذه الدائرة في جهة تقعر مسقط المنحنى على المستوى الملاصق.



والدائرة الملاصقة أيضاً هي مسقط دائرة التقوس للمنحنى C في النقطة M على المستوى الملاصق.

انظر تقوس.

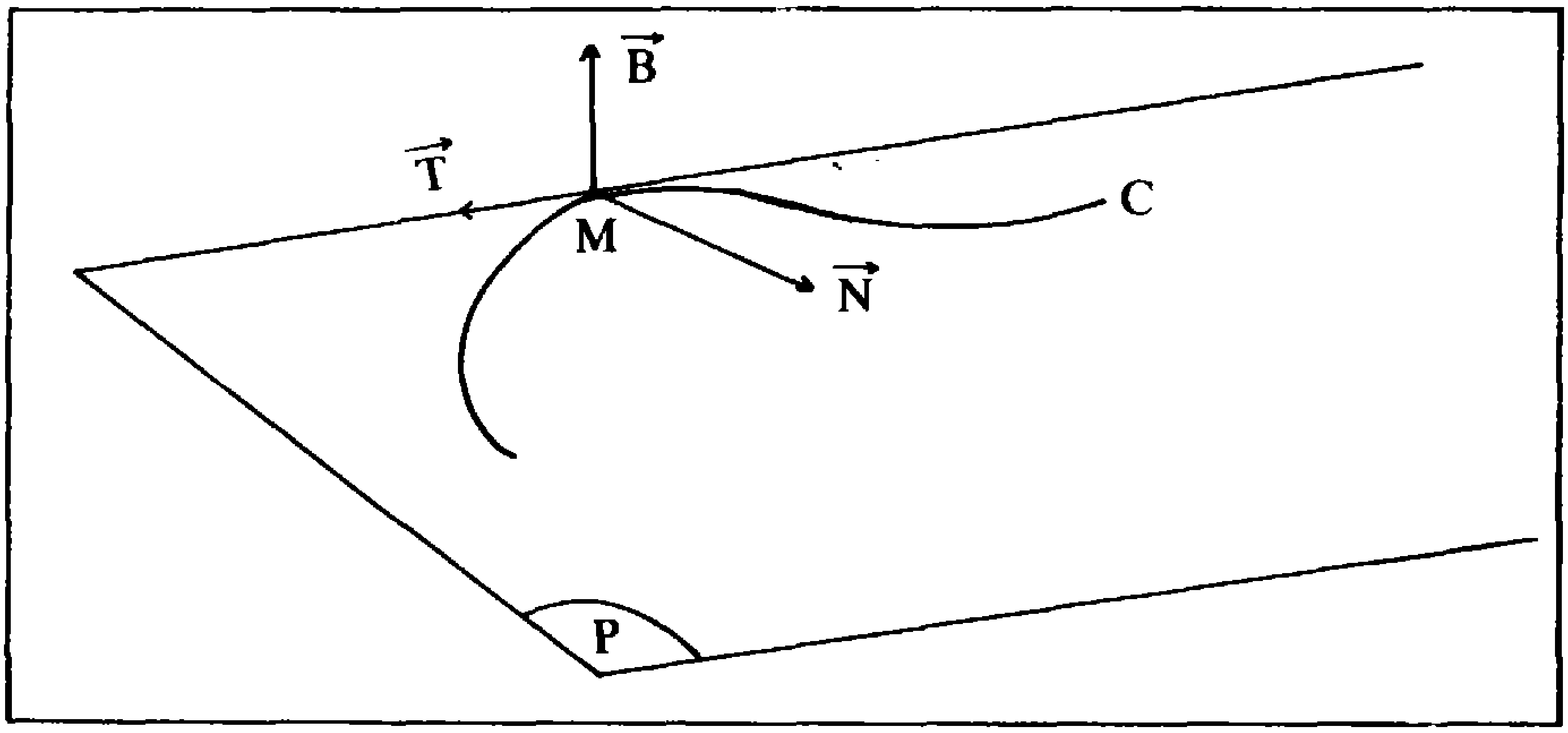
● **كرة ملاصقة لمنحنى فضائي في نقطة M:**

هي كرة مارة من الدائرة الملاصقة لهذا المنحنى في النقطة M، ولها أعلى درجة تماس (عموماً هي الدرجة الثالثة) مع المنحنى في تلك النقطة ويعطى

نصف قطرها R بالعلاقة $R^2 = \rho^2 + (\tau\frac{d\rho}{ds})^2$، حيث ρ هو نصف قطر تقوس المنحنى في النقطة M و τ هو فتل المنحنى في النقطة M أما s فهو طول القوس.

● المستوى الملاصق P:

لمنحنى C في نقطة M هو المستوى الذي يحوي متجه وحدة المماس $\vec{T}$ والناظم الأساسي $\vec{N}$ في النقطة M للمنحنى. نذكر أن $N = \frac{d\vec{T}}{dS}$ حيث s هو طول القوس على المنحنى C.



ونشير هنا إلى أن المستوى الملاصق في النقطة M لا يكون معرّفاً إذا كان $\frac{d\vec{T}}{dx} = 0$ كما في حالة الخط المستقيم. والمستوى الملاصق هو الوضع النهائي الذي يأخذه مستوى مار من M ومن نقطة مجاورة M' على المنحنى ويحوي المماس في M للمنحنى، وذلك عندما $M' \to M$، فإذا كان المنحنى C معرفاً بالمعادلات الوسيطية: $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$، فإن معادلة المستوى الملاصق في النقطة $M(t_0):(x_0,y_0,z_0)$ تعطى بالعلاقة:

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ x'(t_0) & y'(t_0) & z'(t_0) \\ x''(t_0) & y''(t_0) & z''(t_0) \end{vmatrix} = 0$$

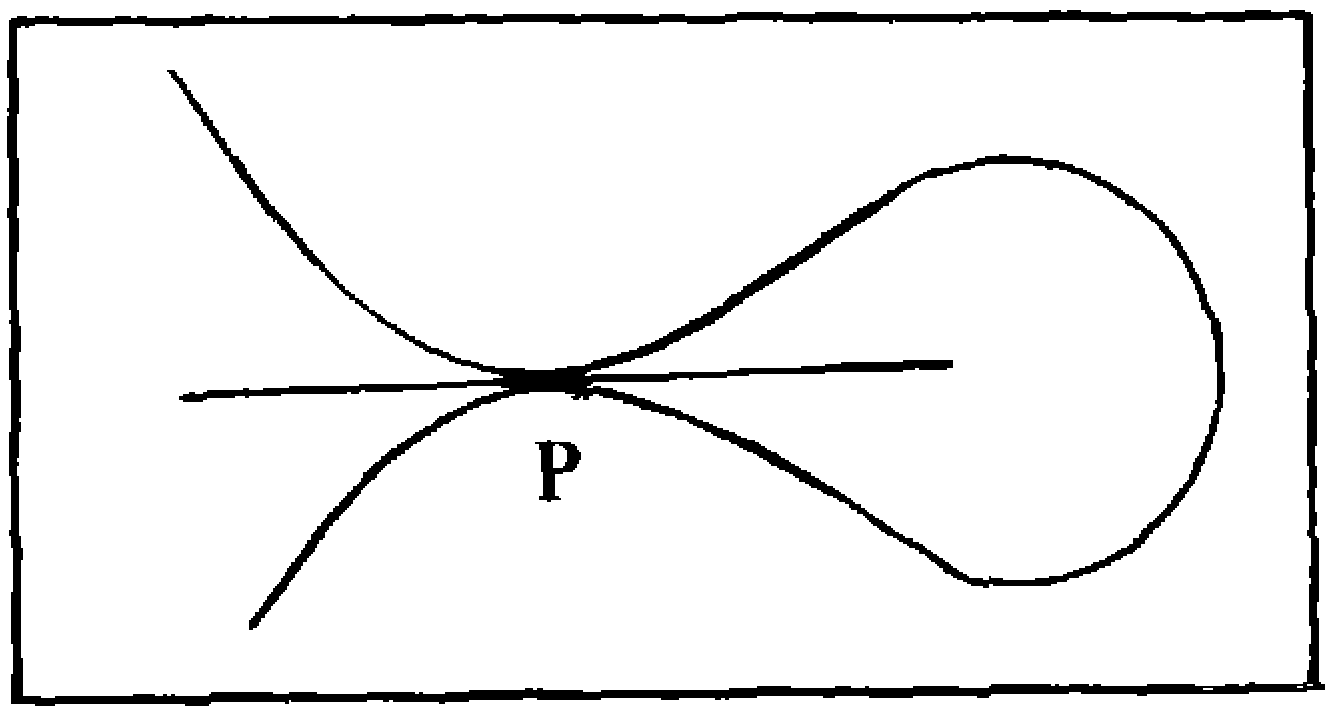
وبشكل عام تعطى معادلة المستوى بالعلاقة المتجهية $(\vec{T},\vec{N},\vec{MP}) = 0$

حيث P هي نقطة في المستوى الملاصق والطرف الأيسر للعلاقة السابقة هو الجداء المختلط لهذه المتجهات.

- **مستوى ملاصق توقفي:**

هو مستوى ملاصق في نقطة يكون فيها معدل تغير جميع جيوب تمام التوجيه لثنائي الناظم $\vec{B}$ مساوياً الصفر.

ملاصَقة **OSCULATION**



- **نقطة ملاصقة:**

هي نقطة واقعة على منحن يمر منها مماس مشترك لفرعي المنحنى وبحيث يكون الفرعان في جهتين مختلفتين من المماس.

مثال: إن النقطة (0,0) هي نقطة ملاصقة للمنحنى $y^2 = x^4(1 - x^2)$ وتسمى هذه النقطة أحياناً نقطة الملامسة أو قرنة مضاعفة.

ملامسة **CONTINGENCE**

- **زاوية الملامسة:**

هي الزاوية بين الاتجاهين الموجبين لماسي منحنى مستوى عند نقطتين على هذا المنحنى.

- **زاوية الملامسة الجيوديزية:**

إذا كان هناك نقطتان P_1, P_2 على منحنى C على سطح، فإن زاوية الملامسة الجيوديزية تكون الزاوية التي تتقاطع عليها الجيوديزتان الماستان للمنحنى C عند P_1 و P_2.

ملتحم **CONTINUUM**

الملتحم هو مجموعة متصلة متراصة. ويطلب عادة أن يكون في المجموعة نقطتان على الأقل وهذا يعني أن هناك عدداً لا منته من النقاط. مجموعة الأعداد

الحقيقية تسمى ملتحم الأعداد الحقيقية، كما أن أي فترة مغلقة من الأعداد الحقيقية هي ملتحم. نقول عن ملتحم أنه مكافىء طوبولوجيا لفترة مغلقة من الأعداد الحقيقية إذا وفقط إذا كان هذا الملتحم لا يحتوي على أكثر من نقطتي لا قطع.

انظر قطع.

- **فرض الملتحم:**

انظر فرض ــ فرض الملتحم.

- **ملتحم أعداد حقيقية:**

هو مجموعة الأعداد الحقيقية، أي الأعداد المنطقة والأعداد الصماء.

ملتحم التقارب — CONTINUUM OF CONVERGENCE

ليكن (X,d) نظاماً مقاساً. نقول إن الملتحم $K \subset X$ **ملتحم التقارب** في X إذا كان يوجد في X متتالية من الملتحمات المنفصلة $\{K_i\}$ بحيث $K_i \cap K = \phi$ لكل i و $\lim K_i = K$.

مثال: لتكن $X = Q \cup (\bigcup_{i=1}^{\infty} K_i)$، حيث Q هو المربع الذي رؤوسه (0,0), (1,0), (1,1), (0,1), K_i هو القطعة المستقيمة الواصلة بين $(\frac{1}{i},0)$ و $(\frac{1}{i},1)$. ولتكن K القطعة المستقيمة الواصلة بين (0,0) و (0,1) نلاحظ أن K هي ملتحم التقارب في X لأن $K = \lim K_i$.

والجدير بالذكر هنا أنه إذا احتوت X على ملتحم معمم غير متصل محلياً فإن X يكون لها ملتحم تقارب.

وإذا كانت X غير متصلة محلياً عند نقطة p فإنه يوجد ملتحم جزئي فعلي $H \subset X$ يحتوي على p وبحيث لا تكون M متصلة محلياً عند أية نقطة في H.

الملتحم المعمم — GENERALIZED CONTINUUM

ليكن (X,d) فضاءً مقاساً. نقول إن المجموعة $N \subset X$ **ملتحم معمم** إذا كانت N متصلة ومتراصة محلياً (انظر متصل؛ و متراص ــ متراص محلياً). وإذا

كان N ملتحمًا معممًا و G مجموعة مفتوحة بحيث $N \cap G \neq \phi$ و $N \cap G \neq N$ و $N \cap \overline{G}$ مجموعة متراصة فإن كل مركبة من $N \cap \overline{G}$ تتقاطع مع حدود G (انظر حدود). كما أن حدود G يحتوي على نقطة نهاية واحدة على الأقل من كل مركبة من $n \cap G$. وإذا كان الملتحم المعمم N غير متراص محلياً عندإحدى نقاطه p فإنه يوجد جوار R مركزه p ومتتالية لا منتهية من المركبات المختلفة $N_1, N_2, N_3, \ldots$ من المجموعة $M \cap \overline{R}$ بحيث تتقارب المتتالية $\{N_i\}$ إلى الملتحم N والذي يحتوي على p ولا يتقاطع مع أي من N_i.

ملتف CONVOLUTION

- ملتف دالتين:

إذا كانت لدينا دالتان f,g فإن ملتفهما هو الدالة h المعرفة كما يلي:

$$h(x) = {}_0\int^x f(t)\, g(x-t)dt = \int^x g(t)\, f(x-t)dt$$

أما الدالة H المعرفة كما يلي:

$$H(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, g(x-t)dt$$

فتسمى أحياناً ملتف f,g وأحياناً ملتفهما الثنائي الجانب.

- ملتف متسلسلتي قوى:

ملتف متسلسلتين من الشكل:

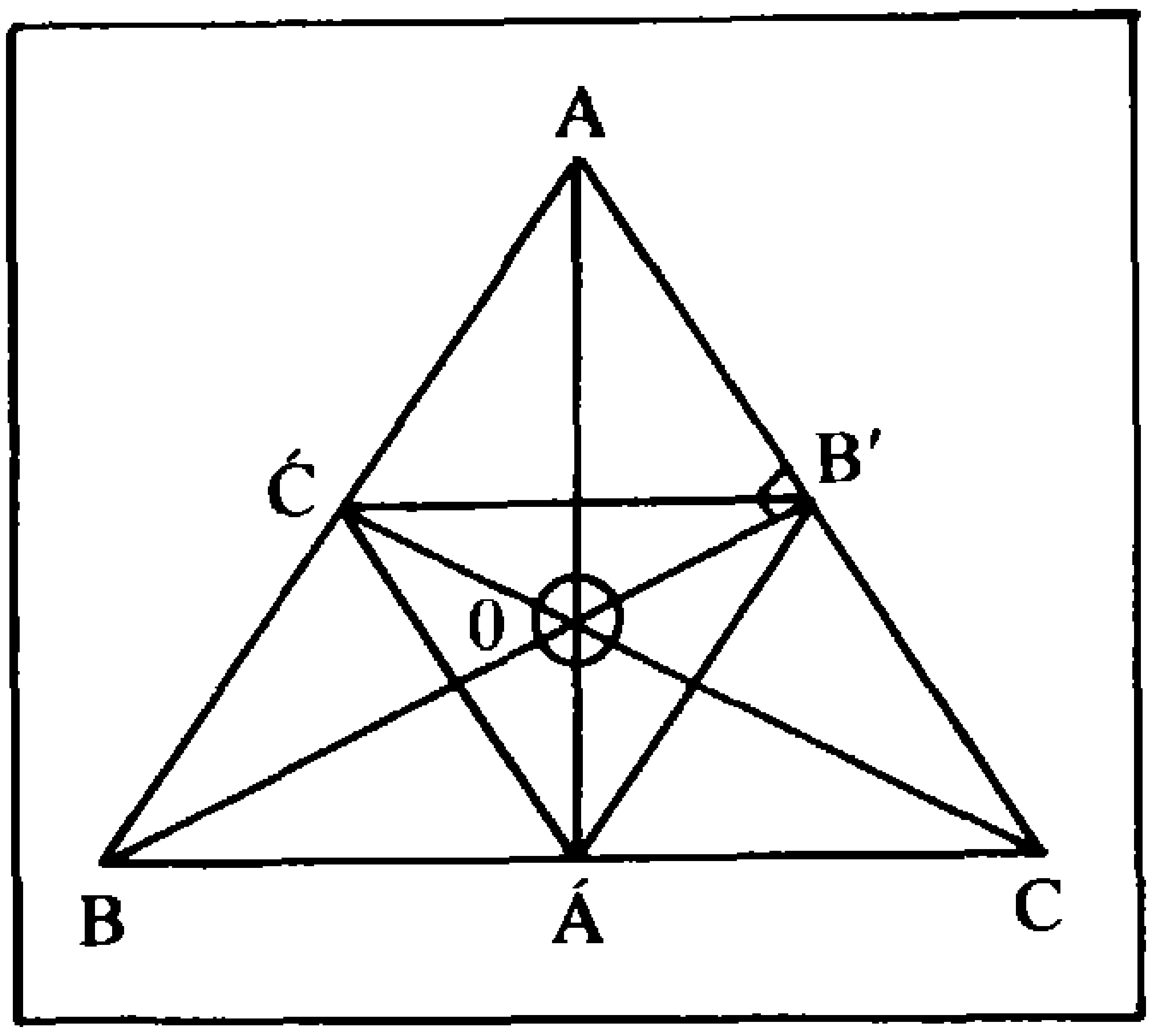
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n z^n, \quad \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n z^n$$

هو المتسلسلة

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n z^n$$

حيث c_n تساوي $c_n = \sum_{p=-\infty}^{\infty} a_p b_{n-p}$، وهذا هو الجداء الشكلي حد بحد للمتسلسلة.

ملتقى الارتفاعات ORTHOCENTER



ملتقى الارتفاعات في مثلث هو نقطة تلاقي الارتفاعات الثلاثة في مثلث. وهي مركز الدائرة المماسة لأضلاع مثلث مواقع الارتفاعات على أضلاع المثلث الأصلي. والشكل التالي يبين أن:

0 هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC أما مثلث المواقع فهو A'B'C'.

ملتو TWISTED

● منحنى ملتو:

انظر منحنى.

ملفّي SOLENODAL

● متجه ملفي في منطقة معينة:

دالة $\vec{F}$ متجهة القيمة يحتوي مجالها المنطقة المعينة بحيث $\int_S \vec{F}.\vec{n}\, da = 0$ على كل سطح S قابل للاختزال في المنطقة وحيث $\vec{n}$ هو متجه الوحدة باتجاه الناظم الخارجي على عنصر المساحة da. ويكون تباعد متجه في منطقة ما صفراً إذا وفقط إذا كان هذا المتجه ملفياً أو إذا وفقط إذا كان المتجه دوراناً لدالة متجهة.

انظر معادلة ـ معادلة الاستمرارية.

ملّين، روبرت هجالمار — MELLIN, ROBERT HJALMAR (1854-1933)

هو عالم فنلندي في التحليل والفيزياء الرياضية.

● صيغتا التعاكس لملين:

هما الصيغتان:

$$g(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} x^{-s} f(s) ds$$

$$f(s) = \int_{0}^{\infty} x^{s-1} g(x) dx$$

اللتان كل واحدة منهما عكس الأخرى تحت شروط مناسبة للنظامية.

انظر فورييه ـ تحويل فورييه؛ وانظر لابلاس ـ تحويل لابلاس.

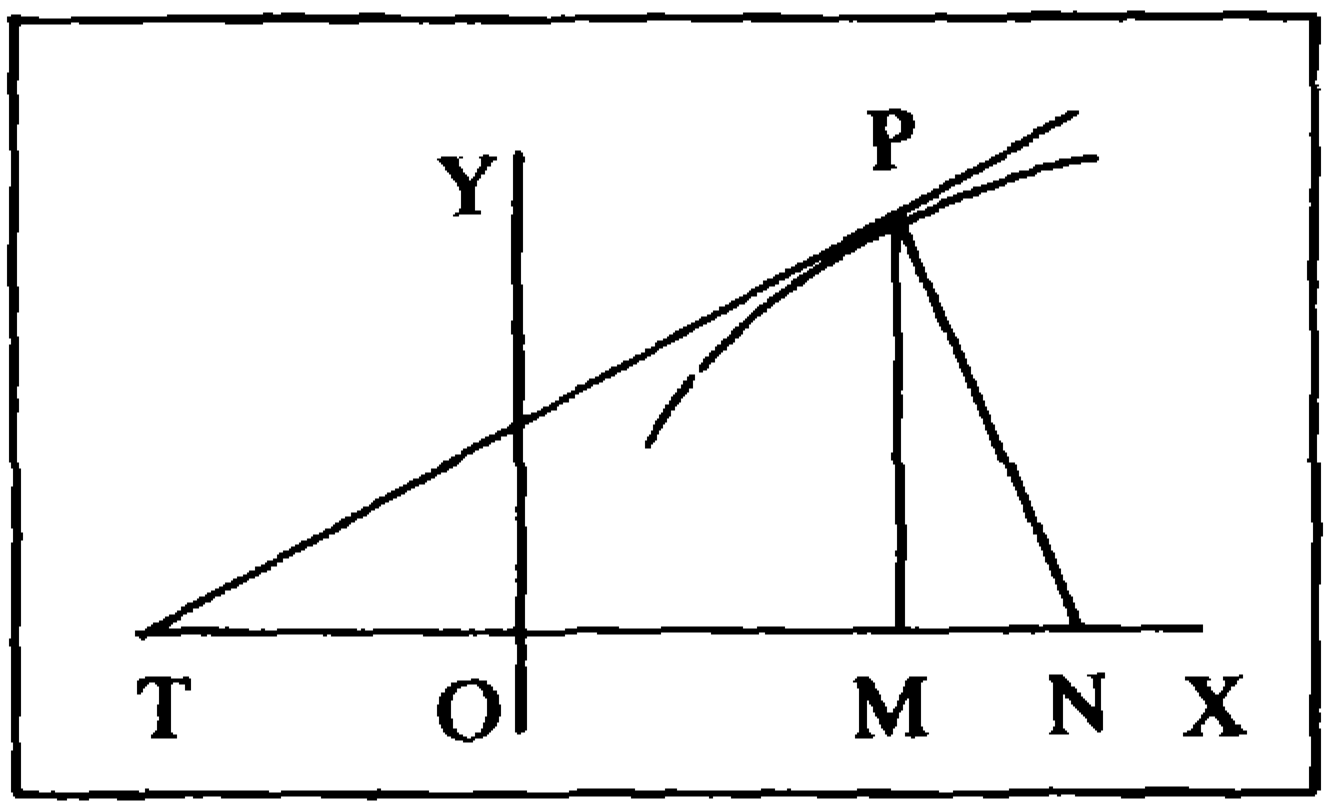
مليون — MILLION

المليون هو ألف ألف، أي 1000000.

مماسّ — TANGENT

● طول المماس:

هو المسافة بين نقطة التماس ونقطة تقاطع المماس مع محور x. ففي الشكل طول المماس عند النقطة P هو TP وطول الناظم عند P هو NP وطول تحت المماس عند P هو TM وطول تحت الناظم عند P هو NM.



● مماس قطبي: انظر قطبي.

● دوائر مماسّة:

إذا كانت Q هي النقطة الوحيدة المشتركة بين دائرتين نقول إن الدائرتين

متماسّتان عند Q. وإذا كانت الدائرتان متماستين وتقع إحداهما داخل الأخرى نقول أنهما **متماسّتان داخلياً**، وإلا فإنهما **متماستان خارجيـاً**. ويمر المستقيم الواصل بين مركزي دائرتين متماستين خلال نقطة التماس Q ويكون العمود عليه عند Q مماساً للدائرتين.

- **مخروط المماس:**

انظر مخروط ــ مخروط مماس لسطح تربيعي.

- **سطح مماس لمنحنى في الفضاء:**

هـو غلاف عـائلة من المستويـات المـلاصقـة للمنحنى في الفضـاء. أو هو مجموعة النقاط على المستقيمات المماسة للمنحنى في الفضاء.

انظر **قابل للانبساط** ــ سطح قابل للانبساط؛ وانظر **ملاصقة** ــ مستوى ملاصق.

- **مستوى مماسي:**

المستوى المماسي لسطح عند نقطة معينة P هو المستوى الذي يكون كل مستقيم فيه مار بالنقطة P مماساً للسطح عند P. إذا كانت $f(x,y,z) = 0$ معادلة السطح، حيث تكون مشتقات f الجزئية الأولى مستمرة في جوار (x_0,y_0,z_0) وليست كلها أصفاراً فإن أعداد اتجـاه ناظم مستـوى المماس عنـد النقطة (x_0,y_0,z_0) هي مشتقات f الجزئية الأولى بالنسبة إلى z,y,x مقيّمة عند (x_0,y_0,z_0). وإذا كانت f_3,f_2,f_1 مشتقات f الجزئية الأولى بالنسبة إلى z,y,x على التوالي فإن معادلة المستوى المماسي هي:

$$f_1(x_0,y_0,z_0)(x - x_0) + f_2(x_0,y_0,z_0)(y - y) + f_3(x_0,y_0,z_0) = 0$$

إذا كانت $z = f(x,y)$ معادلة السطح وكانت (x_0,y_0) نقطة داخلية لمجال f فإن f تكون قابلة للمفاضلة إذا وفقط إذا كان للسطح مستوى مماسي عند النقطة $(x_0,y_0,f(x_0,y_0))$ على أن لا يكون المستوى المماسي موازياً لمحور z. وتكون معادلة ذلك المستوى المماسي. (انظر مستوى ــ معادلة المستوى؛ وانظر جزيء ــ مشتق جزيء. المستوى المماسي لمخروط أو لأسطوانة هو المستوى المحدد بمماس دليل **المخروط** (أو الأسطوانة) عند نقطة تقاطع الدليل مع

عنصر المخروط المار بنقطة التماس. أما المستوى المماسي للكرة فهو المستوى الذي يلامس الكرة في نقطة واحدة فقط هي نقطة التماس P. ويكون هذا المستوى عموداً على نصف قطر الكرة المنتهي في P.

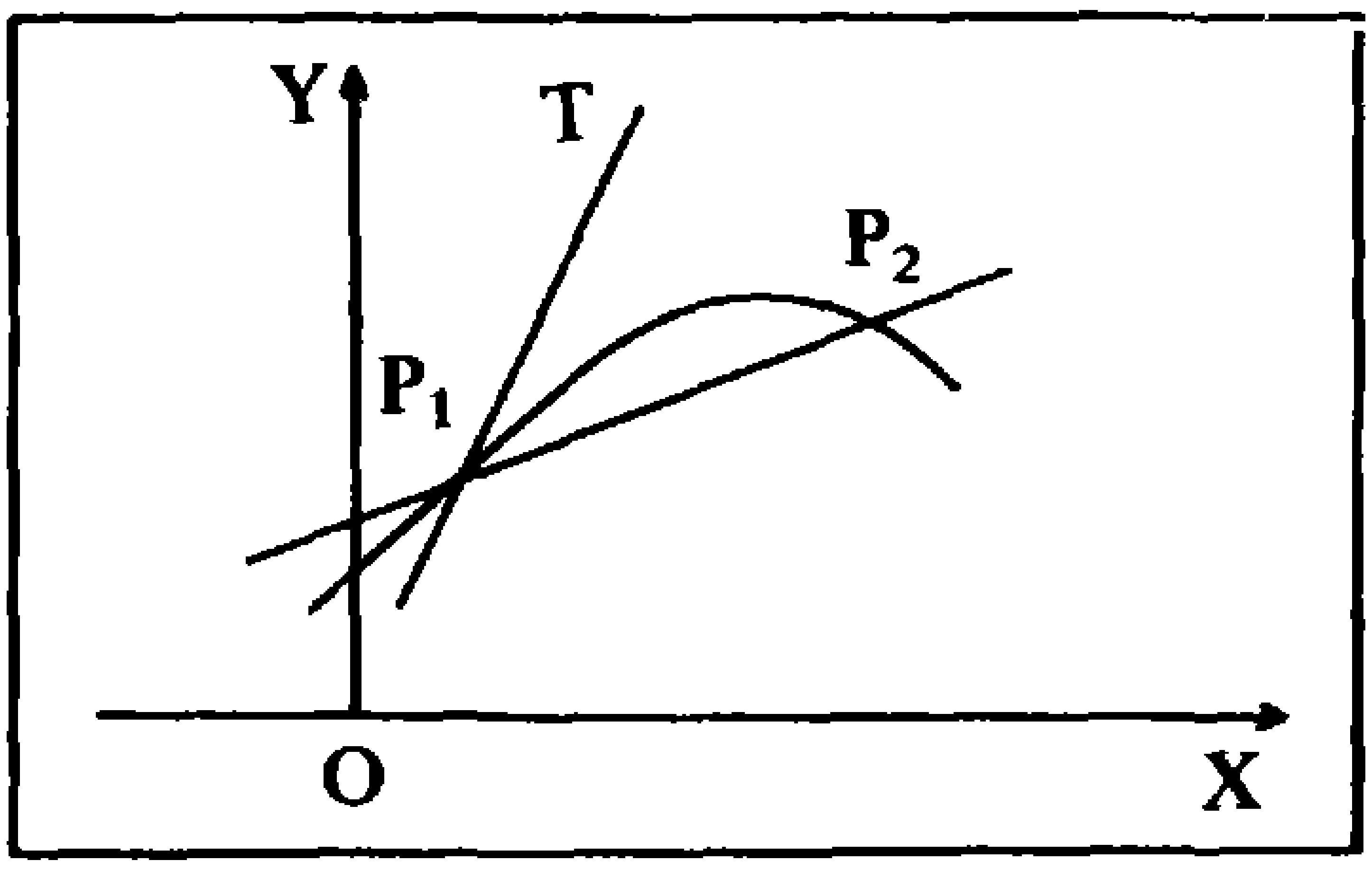
إذا كانت معادلة السطح التربيعي العام هي:

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2dxy + 2exz + 2fyz + 2gx + 2hy + 2kz + 1 = 0$$

فإن معادلة المماس عند النقطة (x_1,y_1,z_1) هي المعادلة الناتجة من المعادلة أعلاه. بعد تعويض xx_1 بدل x^2 و yy_1 بدل y^2 و zz_1 بدل z^2 و $(xy_1 + x_1y)$ بدل $2xy$ وهكذا، ثم تعويض $(x + x_1)$ بدل $2x$ و $(y + y_1)$ بدل $2y$ وهكذا.

● **مستقيمات ومنحنيات مماسة:**

لتكن P_1 نقطة ثابتة على منحنى معين C و P_2 نقطة أخرى متحركة على ذلك المنحنى. لو تحركت النقطة P_2 على امتداد C وباتجاه P_1 $(P_2 \rightarrow P_1)$ فإن القاطع P_1P_2 يتحرك وضعياً لينتج في النهاية عند انطباق P_2 على P_1 مستقيم يسمى مماس المنحنى عند P_1 في الشكل PT هو المماس عند P.



وإذا كان المنحنى C دائرة فإن مماسها هو المستقيم الذي يحتوي على نقطة واحدة من الدائرة هي نقطة التماس. إذا كانت $y = f(x)$ هي معادلة المنحنى (C) فإن $f'(x_0)$ هو ميل المماس عند X_0 وإن $y-y_0=f'(X_0)(X-X_0)$ هي معادلة ذلك المماس، أما إذا كان المنحنى مكتوباً بدلالة معادلات وسيطية $x = f(t)$ و $z = h(t), y = g(t)$، وكانت $f'(t_0), g'(t_0), h'(t_0)$ موجودة وليست كلها أصفاراً فإن للمنحنى مماساً عند نقطة علية تقابل t_0 ويكون المتجه $f'(t_0)\vec{i} + g'(t_0)\vec{j} + h'(t_0)\vec{k}$ موازياً للمماس. نقول أن منحنيين معينين C و C متماسان عند النقطة P إذا كان كل منهما يمر في P ولهما نفس المماس عند P. منحنى معين (أو مستقيم معين) يكون مماساً لسطح معين عند P إذا كان ذلك المنحنى (أو المستقيم) مماساً عند المنحنى يقع على ذلك السطح. انظر مخروطي.

مماسي | **TANGENTIAL**

● تسارع مماسي:
انظر تسارع.

مماس مضاعف | **DOUBLE TANGENT**

● المماس المضاعف:
(1) هو مماس له نقطتا تماس مختلفتان على المنحنى.

(2) أو أنه مماسان منطبقان كالمماسين عند قُرنة.

مُمايِز | **DISCRIMINANT**

● تحليل ممايز (إحصاء):
يبحث في مسألة تصنيف شخص أو شيء معين في واحدة من عدة مجموعات (مجتمعات إحصائية)، حيث يتم التصنيف بناء على عدة مقاييس عددية $\vec{X}' = (x_1, x_2, \ldots, x_p)$ تجري على الشيء. والهدف هو إيجاد أسلوب للتصنيف بحيث يكون احتمال التصنيف الخطأ أو عواقب التصنيف الخطأ أصغر ما يمكن. إن الطريقة العامة للتصنيف تتم بتجزئة فضاء العينة إلى مناطق متنافية ومستنفذة فكل منطقة تناظر أحد المجتمعات، فإذا وقعت المشاهدة X في منطقة معينة فإنها تصنف في المجتمع المناظر لتلك المنطقة.

● دالة ممايزة (إحصاء):

وهي دالة خطية في $(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ تستخدم لتصنيف المشاهدة $\vec{X}' = (x_1, \ldots, x_p)$ في أحد مجتمعين إحصائيين ومثلاً دالة فيشر الممايزة: إذا كان $\vec{\mu}_1$ و $\vec{\mu}_2$ متجهي الوسط لتوزيعين طبيعيين متعددي المتغير فإن دالة فيشر الممايزة هي: $\vec{X}'\Sigma^{-1}(\vec{\mu}_1 - \vec{\mu}_2)$ حيث Σ هي مصفوفة التغاير (نفترض أنها متساوية) في كل من المجتمعين.

● **ممايز المعادلة التفاضلية:**

الممايز من p لمعادلة تفاضلية من النوع $F(x,y,p) = 0$ حيث $p = \frac{dy}{dx}$ هو نتيجة حذف بين المعادلتين $F(x,y,p) = 0$ و $\frac{\partial F(x,y,p)}{\partial p} = 0$ إذا كان $u(x,y,c) = 0$ حلاً للمعادلة التفاضلية فإن المايز من هو نتيجة حذف c بين المعادلتين $u(x,y,c)$ و $\frac{\partial u(x,y,c)}{c} = 0$ إن منحنى المعادلة الناتجة من جعل التمايز من p صفراً يحتوي على كل أغلفة الحلول وقد يحتوي أيضاً على المحل الهندسي للقرن (ج قرنة) والمحل الهندسي لنقط الملاصقة أو على حل خاص. وبصورة عامة تكون معادلة المحل الهندسي لنقط الملاصقة مربعة ومعادلة الحل الخاص مكعبة. أما منحنى المعادلة الناتجة من جعل المايز من c صفراً فيحتوي على كل أغلفة الحلول وقد يحتوي أيضاً على المحل الهندسي للقرن والمحل الهندسي للعقد وعلى حل خاص. وبصورة عامة تكون معادلة المحل الهندسي للعقد مربعة ومعادلة المحل الهندسي للقرن مكعباً. ولا يكون بصورة عامة، المحل الهندسي للقرن أو المحل الهندسي لنقط الملاصقة أو المحل الهندسي للعقد حلولاً للمعادلة التفاضلية. فمثلاً إذا أخذنا المعادلة التفاضلية $(dy/dx)^2(2 - xy)^2 = 4(1 - y)$ فإن حلها العام هو $(x - c)^2 = y^2(1 - y)$ والمايز من p هو $(2 - 3y)^2(1 - y) = 0$ والمايز من c هو $y^2(1 - y) = 0$ وإن الخط المستقيم $1 - y = 0$ هو غلاف و $2 - 3y$ هو المحل الهندسي لنقط الملاصقة و $y = 0$ هو المحل الهندسي للعقد.

● **ممايز معادلة كثير الحدود:**

ممايز المعادلة $x^n + a_1x^{n-1} + .. + a_n = 0$ هو حاصل ضرب مربعات كل الفروق بين جذور المعادلة مأخوذة أزواجاً. ويساوي المايز محصلة المعادلة ومعادلتها المشتقة مع جواز اختلاف الإشارة. ويساوي المايز $(-1)^{n(n-1)/2}$ مضروباً في المحصلة. أما إذا كان معامل X^n في المعادلة هو a_0 بدلاً من 1 فإن العامل a_0^{2n-2} يدخل في المايز ويساوي المايز $(-1)^{n(n-1)/2}\frac{1}{a_0}$ مضروباً في المحصلة. ويساوي المايز صفراً إذا وفقط إذا كان للمعادلة جذرٌ مضاعف.

ومايز المعادلة التربيعية $ax^2 + bx + c = 0$ هو $b^2 - 4ac$. عندما تكون a و b و c أعداداً حقيقية فإن المايز يساوي صفراً إذا وفقط إذا كان الجذران متساويين، ويكون المايز موجباً إذا وفقط إذا كان جذرا المعادلة حقيقيين ويكون سالباً إذا وفقط إذا كان الجذران خياليين. فمثلاً مايز المعادلة $x^2 - 6x + 9 = 0$ يساوي صفراً وجذرا المعادلة متساويين. ومايز المعادلة: $x^2 + x + 1 = 0$ وجذرا المعادلة خياليين. أما مايز المعادلة $x^2 - 2x - 3 = 0$ فيساوي 16، والجذران 1 - و 3 حقيقين وغير متساويين (انظر تربيعي ــ صيغة تربيعية). وبالنسبة للمعادلة التكعيبية: $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ فإن المايز هو $a^2b^2 + 18abc - 4b^3 - 4a^3c - 27c^2$، ويكون هذا المايز موجباً إذا كان للمعادلة ثلاثة جذور حقيقية مختلفة. ويكون المايز سالباً إذا كان للمعادلة جذرٌ حقيقي واحد وجذران خياليان مترافقان. ويساوي المايز صفراً إذا كان للمعادلة ثلاثة جذور حقيقية اثنان منها على الأقل متساويان.

انظر محصلة ــ محصلة معادلة كثير الحدود.

● **مايز معادلة تربيعية بمتغيرين:**

إن مايز المعادلة $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ هو:

$$\Delta = \tfrac{1}{2}\begin{vmatrix} 2a & b & d \\ b & 2c & e \\ d & e & 2f \end{vmatrix} = 4acf - b^2f - ac^2 - cd^2 + bde$$

كذلك فإن المايز يساوي حاصل ضرب $(b^2 - 4ac)$ - في الحد الثابت للمعادلة $a'x^2 + b'xy + c\,y^2 - \Delta/(b^2 - 4ac) = 0$ الناتجة من إزاحة المحاور الاحداثية للتخلص من حدود الدرجة الأولى. ويزودنا المايز واللا متغير $b^2 - 4ac$ بالمعلومات التالية المتعلقة بالمحل الهندسي لحل المعادلة التربيعية العامة بمتغيرين: إذا كان $b^2 - 4ac < 0,\ \Delta \neq 0$ فإن المحل الهندسي هو قطع ناقص حقيقي أو خيالي. إذا كان $b^2 - 4ac > 0;\ \Delta \neq 0$ فإن المحل الهندسي هو قطع زائد. وإذا كان $\Delta = 0$ و $b^2 - 4ac = 0$ فإن المحل الهندسي للحل هو قطع مكافىء. أما إذا كان $\Delta = 0$ و $b^2 - 4ac = 0$

فإن المحل الهندسي هو قطع ناقص يتكون من نقطة. وإذا كان $\Delta = 0$ و $b^2 - 4ac = 0$ فإن المحل الهندسي مستقيمان متقاطعان. وإذا كان $\Delta = 0$ و $b^2 - 4ac = 0$ فإن المحل الهندسي مستقيمان متوازيان أو متطابقان أو أنه لا يوجد محل هندسي حقيقي. ويعرّف بعض الكتاب Δ بصور مختلفة ولكن جميع التعاريف تتطابق فيما عدا الاختلاف بثابت.

● مميز الشكل التربيعي:

إن مميز الشكل التربيعي $\sum_i \sum_j a_{ij}X_iX_j$ حيث $a_{ij} = a_{ji}$ هو المعين:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn} \end{vmatrix}$$

وإذا كان Δm هو مميز الشكل التربيعي الناتج من Q بعد حذف كل الحدود فيما عدا تلك المحتوية على $X_1, X_2, \ldots, X_m$ فإنه يوجد تحويل خطي $x_i = y_i + \sum_{j=1}^{n} b_{ij}y_j$ يحقق الشرط $\sum_{i=1}^{n} a_{ij}X_{ij}X_j = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i y_i^2$ حيث $\alpha_1 = \Delta_1, \alpha_2 = \Delta_2/\Delta_1$ و $\ldots \alpha_n = \Delta_n/\Delta_{n-1}$.

انظر تحويل ـ تحويل متطابق؛ وانظر دليل ـ دليل الشكل التربيعي.

ممايز DISCRIMINANT

---

* ملاحظة: نشير هنا إلى أن كثيراً من المؤلفات تستخدم كلمة «مميز» بدلاً من «ممايز» وقد استخدمنا هذه الكلمة هنا لتمييزها عن (Characteristic) وعدم حصول التباس، فاقتضى التنويه.

● دالة ممايزة (إحصاء):

هي التركيب الخطي لمجموعة من N متغيراً والتي تصنف الأحداث أو الأنواع إلى صنفين مختلفين بأصغر قدر ممكن من خطأ التصنيف وذلك عندما تتوفر لدينا أقيسة (جمع قيس) هذه الأحداث والأنواع لـ Nn متغيراً. وتستخدم

هذه الدالة عادة في مسائل علم التصنيف عند تصنيف الأفراد في مصنع إلى أجناس مختلفة.

● **ممايز معادلة تفاضلية:**

لتكن لدينا المعادلة التفاضلية $F(x,y,p) = 0$ حيث $p = \frac{dy}{dx}$. نعرف الممايز من d على أنه العبارة $L(x,y)$ الناتجة عن حذف p من المعادلتين:

$$F(x,y,p) = 0 \quad , \quad \frac{\partial F(x,y,p)}{\partial p} = 0$$

فإذا كان حل المعادلة التفاضلية السابقة هو $u(x,y,c) = 0$ فإننا نعرف الممايز من C على أنه العبارة $M(x,y)$ الناتجة من حذف C من المعادلتين:

$$u(x,y,c) = 0 \quad , \quad \frac{\partial u(x,y,c)}{\partial c} = 0$$

وعندئذٍ فإن المنحنى الذي نكتب معادلته بالشكل $L(x,y) = 0$ يحتوي على أغلفة (ج. غلاف) حلول المعادلة التفاضلية وقد يحتوي على المحل الهندسي للقرن أو المحل الهندسي لنقطة التماس (انظر نقطة تماس) أو على حل خاصٍ للمعادلة التفاضلية (وعموماً فإن معادلة المحل الهندسي لنقط التماس تكون مربعة، أما معادلة الحل الخاص فستكون مكعبة).

أما المنحنى الذي نحصل عليه من المعادلة $M(x,y) = 0$ فإنه يحتوي على أغلفة حلول المعادلة التفاضلية كما أنه يمكن أن يحتوي على المحل الهندسي للقرن والمحل الهندسي للعقد أو على حل خاص للمعادلة التفاضلية. (وعموماً فإن معادلة المحل الهندسي للعقد تكون مربعة بينما تكون معادلة المحل الهندسي للقرن مكعبة). ونشير هنا إلى أن المحل الهندسي للعقد أو القرن أو نقط التماس لا يكون عموماً حلاً للمعادلة التفاضلية.

مثال: الحل العام للمعادلة التفاضلية $y^2(2 - 3y)^2 = 4(1 - y)$

$(x-c)^2 = y^2(1-y)$. ونرى بالحساب أن معادلتي الممايز من d والممايز من c تأخذان الشكل:

$$(2-3y)^2(1-y) = 0 \quad (d)$$

$$y^2(1-y) = 0 \quad (c)$$

أما المستقيم $1-y=0$ فهو غلاف الحلول. بينما $2-3y$ هو المحل الهندسي لنقط التماس. كما أن $y=0$ هو المحل الهندسي للعقد.

● ممايز معادلة كثير حدود:

لتكن لدينا المعادلة:

$$x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n = 0 \qquad (*)$$

فإن ممايز هذه المعادلة بالتعريف هو حاصل ضرب مربعات فروق جذور هذه المعادلة مأخوذة مثنى مثنى. ويساوي هذا الممايز محصلة المعادلة (*) مع مشتقها مضروبة بالعدد $(-1)^{n(n-1)/2}$.

فإذا كانت معاملات الحد x^n هي a_0 وليس 1، فإن الممايز للمعادلة الجديدة يكون مساوياً للممايز السابق مضروباً بالعدد a_0^{2n-2}، كما يساوي المحصلة مضروبة بالعدد $(-1)^{n(n-1)/2}\frac{1}{a_0}$. ويكون الممايز صفراً إذا وفقط إذا كان لمعادلة كثير الحدود جذر مضاعف.

انظر **محصلة**.

● ممايز (مميز) معادلة من الدجة الثانية:

يعطي مميز المعادلة $ax^2+bx+c=0$ بالعبارة $\Delta=b^2-4ac$ فإذا كان $\Delta=0$ فإن جذري المعادلة متساويان (وبالعكس) وإذا كان $\Delta<0$ فللمعادلة جذران عقديان مترافقان، أما إذا كان $\Delta>0$ فللمعادلة جذران حقيقيان مختلفان.

مثال (1): للمعادلة x^2+4x+4 جذران متساويان هما $x_1=x_2=-2$ لأن $\Delta=0$.

مثال (2): للمعادلة $x^2 - 5x + 6$ جذران حقيقيان هما $x_1 = 2,\ x_2 = 3$ ($\Delta>0$).

مثال (3): للمعادلة $x^2 + x + 1$ جذران عقديان هما $x_{1,2} = \frac{1}{2}(-1 \mp \sqrt{3}\, i)$ ($\Delta<0$).

● مميز معادلة تكعيبية:

يعطى مميز المعادلة $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ بالعبارة $\Delta_3 = a^2b^2 + 18abc - 4b^3 - 4a^3c - 27c^2$ وهنا نميز الحالات التالية:

(1) $\Delta_3>0$ إذا كان للمعادلة التكعيبية ثلاثة جذور حقيقية مختلفة.

(2) $\Delta_3<0$ إذا كان للمعادلة جذر حقيقي واحد وجذران عقديان مترافقان.

(3) $\Delta_3 = 0$ إذا تساوى جذران حقيقيان على الأقل للمعادلة.

● ممايز معادلة تربيعية بمجهولين:

إن ممايز المعادلة:

$$ax^2 + b\,xy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \qquad (**)$$

هو بالتعريف:

$$\delta = 4acf - b^2f - ae^2 - cd^2 + bde$$

الذي يمكن أن يكتب بالشكل:

$$\delta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2a & b & d \\ b & 2c & e \\ d & e & 2f \end{vmatrix}$$

فإذا أجرينا انسحاباً للمحاور ox, oy من أجل حذف الحدود التي تحوي x أو y من الدرجة الأولى فإننا نحصل على:

$$a'x^2 + b'xy + c'y^2 - \frac{\delta}{b^2 - 4ac} = 0$$

نلاحظ أن المعادلة (**) تمثل في الحالة العامة منحنياً في المستوى oxy ونحصل على نوع المنحنى وفق الاختبارات التالية:

(1) $\delta \neq 0$ و $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ فالمعادلة (**) تمثل قطعاً ناقصاً حقيقياً أو تخيلياً.

(2) $\delta \neq 0$ و $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ فالمعادلة (**) تمثل قطعاً زائداً.

(3) $\delta \neq 0$ و $\Delta = 0$ فإن (**) تمثل قطعاً مكافئاً.

(4) $\delta = 0$ و $\Delta > 0$ فالمعادلة (**) تمثل مستقيمين متقاطعين.

(5) $\delta = 0$ و $\Delta < 0$، فإن (**) تمثل نقطة ناقصية.

(6) $\delta = 0$ و $\Delta = 0$، فإن (**) تمثل مستقيمين متوازيين أو منطبقين أو لا تمثل منحنياً حقيقياً.

ونشير أخيراً إلى أن المايز يعرف بطرائق مختلفة، إلا أن هذه التعاريف لا تختلف عن بعضها إلا بثابت.

● مايز شكل تربيعي:

ليكن لدينا الشكل التربيعي $Q = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} x_i x_j$ فإن مايز Q هو بالتعريف المعين:

$$\delta_n = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & \cdots \end{vmatrix}$$

وبحيث $a_{ij} = a_{ji}$. فإذا كان δ_m هو مايز الشكل التربيعي الذي نحصل عليه بحذف جميع حدود Q ما عدا التي تحتوي على $x_1, x_2, \ldots, x_m$، فإنه يوجد عندئذٍ تحويل من الشكل $x_i = y_i + \sum_{j=1}^{n} b_{ij} y_j$. بحيث $\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} x_i x_j = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i y_i^2$، حيث:

$$\alpha_1 = \delta_1,\ \alpha_2 = \frac{\delta_2}{\delta_1},\ \alpha_3 = \frac{\delta_3}{\delta_2}\ \ldots,\ \alpha_n = \frac{\delta_n}{\delta_{n-1}}$$

انظر تحويل ـــ، انظر دليل.

● مبرهنة القيم الوسطى الممددة:

ونعني بها أحياناً مبرهنة تايلور وأحياناً أخرى نعني بها المبرهنة الثانية للقيمة الوسطى.

انظر وسط ــ مبرهنات القيمة الوسطى للمشتقات.

● نظام الأعداد الحقيقية الممدد:

وهو يتكون من نظام الأعداد الحقيقية مضافاً إليه الرمز ∞ أو $+\infty$ و $-\infty$ والتعاريف التالية مستخدمة لهذا النظام:

(1) إذا كان a عدداً حقيقياً، فإن $-\infty<a<+\infty$.

(2) إذا كان $a\neq-\infty$ فإن $a + \infty = \infty + a = \infty$.

(3) إذا كان $a\neq\infty$ فإن $a + (-\infty) = (-\infty) + a = -\infty$.

(4) إذا كان $0<a\leq+\infty$، فإن $a(-\infty) = (-\infty)a = -\infty$، $a.\infty = \infty.a = \infty$.

(5) إذا كان $-\infty\leq a<0$ فإن $a(-\infty) = (-\infty)a = +\infty$، $a.\infty = \infty.a = -\infty$.

(6) إذا كان a عدداً حقيقياً، فإن $a/\infty = a/(-\infty) = 0$.

PATH ممر

هو منحنى أملس قطعياً.

انظر أملس.

● ممر متصل:

انظر متصل ــ مجموعة متصلة قوسياً.

● منحنى الممر لتشوه مستمر لسطح:

هو المحل الهندسي لنقطة معطاة على سطح أثناء التشوه.

● **ممر قذيفة:**

هو نفس مسار قذيفة.

انظر **قطع مكافىء**.

مُمَركِز CENTRALIZES

لتكن G زمرة ما و $x \epsilon G$. نعرف **ممركز النقطة x** في G بأنه المجموعة $C_G(x) = \{a \epsilon G \mid ax = xa\}$. وتكون المجموعة $C_G(x)$ زمرة جزئية من G. نقول أن $y \epsilon G$ **عنصر مرافق** للعنصر x إذا كان هناك $a \epsilon G$ بحيث $axa^{-1} = y$. كما نعرف دليل الزمرة الجزئية $C_G(x)$ في G بأنه عدد **المجموعات المشاركة** (اليمينة) من $C_G(x)$ في G ويرمز له بالرمز $[G:C_G(x)]$.

ويمكن البرهنة على أن عدد **العناصر المرافقة** للعنصر x يساوي $[G:C_G(x)]$.

ممساح PLANIMETER

هو آلة ميكانيكية لقياس المساحات المستوية. ويمكن أن نحرك رأس مؤشر على طول المنحنى المراد حساب المساحة التي يحدها فيعطينا الممساح مباشرة المساحة المحدودة بالمنحنى.

انظر **مكامل**.

ممص

نقول عن مجموعة S في فضاء متجهات طوبولوجي E أنها **ممص** إذا كانت تمتص كل مجموعة جزئية محدودة في E. والجدير بالذكر أن كلمة **محدودة** في هذا المجال تعني ما يلي:

نقول عن مجموعة B في فضاء متجهات طوبولوجي أنها محدودة إذا كان يجري امتصاصها بواسطة كل جوارات النقطة O. وعلى هذا الأساس نستطيع القول بأن كل جوار للنقطة O (نقطة الأصل أو المتجه الصفري) هي **ممص**.

ممكن الوصول إليه ACCESSIBLE

● **نقطة يمكن الوصول إليها:**

لتكن (X,d) فضاء مقاس و $R \subset X$ و $p \in X$ نقول إن النقط p **يمكن الوصول إليها** من المجموعة R إذا كان لكل نقطة $x \in R$ يوجد **قوس بسيط** xp يقع في المجموعة $R \cup \{p\}$. كما نقول إن النقط p **يمكن الوصول إليها نظامياً** من R إذا كان لكل $\varepsilon > 0$ يوجد $\delta > 0$ بحيث إذا كانت $x \in R$ و $d(x,p) < \delta$ فإنه يوجد **قوس بسيط** xp في $R \cup \{p\}$ وبحيث يكون قطر xp أقل من ε.

انظر **محدود** ـ مجموعة محدودة من النقاط، انظر **قوس** ـ قوس بسيط.

وإذا كانت R مجموعة مفتوحة ومتصلة (منطقة) في فضاء مقاس متراص محلياً، متصل ومتصل محلياً فإن النقطة P في حدود R **يمكن الوصول إليها نظامياً** من R إذا وفقط إذا كانت المجموعة $R \cup \{p\}$ متصلة محلياً.

ممكن الوصول إليه ACCESSIBLE

لتكن $\{X_n\}$ حيث $n = 1,2 \ldots$ سلسلة ماركوف. نقول إن الحالة j **ممكن الوصول إليها من الحالة i** إذا وجد عدد صحيح موجب n بحيث $p_{ij}^{n} = P_r(X_{m+n} = j | X_m = i) > 0$، من أجل أي عدد صحيح موجب m. وهذا يعني أنه إذا كانت السلسلة في الحالة i فإنه من الممكن الوصول إلى الحالة j بعد n من المراحل. إذا كان يمكن الوصول إلى j من i وإلى i من j فنقول ان i و j **حالتان موصولتان**.

مميز CHARACTERISTIC

● **الاتجاهات المميزة على سطح:**

لتكن P نقطة على سطح S. الاتجاهان المميزان عند P هما زوج من الاتجاهات المترافقة والمتناظرة بالنسبة لخطوط التقوس عند P. ويكون هذا الزوج

وحيداً عند كل نقطة من نقاط S باستثناء النقاط السرية. والاتجاهان المميزان هما الاتجاهان اللذان يصغران الزاوية بين أزواج الاتجاهات المترافقة.

● **الأعداد والدوال والمتجهات المميزة:**

في دراسة المؤثرات المتناظرة.

انظر قيمة ذاتية.

● **دالة مميزة (في الإحصاء):**

الدالة المميزة ϕ لمتغير عشوائي X أو لدالة توزيعية هي الدالة $\phi(t) = E(e^{itx})$ وذلك إذا كان t عدداً حقيقياً وحيث $i = -1$ إذا كان المتغير العشوائي متقطعاً ويأخذ قيم $\{x_n\}$ وكانت دالة الاحتمال p فإن الدالة المميزة تكون $\phi(t) = \Sigma e^{itx_n} p(x_n)$.

إذا كان المتغير العشوائي مستمراً وكانت f دالة الكثافة الاحتمالية فإن الدالة المميزة تكون:

$$\phi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} f(x)\, dx$$

إذا كان $\phi^{(n)}$ هو مشتق ϕ من المرتبة n فإن $(-i)^n \phi^{(n)}(0)$ هو العزم من المرتبة n إذا كان هذا العزم موجوداً.

إذا كان المتغير العشوائي متجهاً $(X_1, \ldots, X_n)$ فإننا نعرف الدالة المميزة عن طريق أخذ $\phi(a_1, \ldots, a_n)$ على أنها القيمة المتوقعة $E(e^{i(a_1X_n + \ldots + a_nX_n)})$.

وتكون المتغيرات العشوائية $X_1, \ldots, X_n$ مستقلة إذا وفقط إذا كانت:

$$\phi(a_1, \ldots, a_n) = \prod_{k=1}^{n} \phi_k(a_k)$$

حيث ان ϕ_k هي الدالة المميزة للمتغير X_k. إذا كانت $X_1, \ldots, X_n$ مستقلة تكون الدالة المميزة للمتغير العشوائي $\sum_{K=1}^{n} X_k$ هي $\prod_{k=1}^{n} \phi_k$.

انظر متراكمات، فورييه ــ تحويل فورييه، لا متغير ــ مثيل اللامتغير، عزم ــ الدالة مولدة العزم.

● **دالة مميزة لمجموعة A:**

هي دالة f معرفة كما يلي: $f(x) = 1$ إذا كان x في A و $f(x) = 0$ إذا لم يكن x في A.

● **عدد مميز لمصفوفة أو جذر مميز لمصفوفة:**

وهو جذر من جذور المعادلة المميزة للمصفوفة ويسمى أيضاً الجذر الكامن.

انظر قيمة ذاتية.

● **المعادلة المميزة لمصفوفة:**

لتكن A مصفوفة مربعة ولتكن I مصفوفة الوحدة من نفس مرتبة A إذا كان $d(xI - A)$ معين المصفوفة $xI - A$ فإن المعادلة المميزة للمصفوفة A تكون $d(xI - A) = 0$. أما $d(xI - A)$ فتسمى **الدالة المميزة** للمصفوفة A. مثلاً: إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ فإن معادلتها المميزة تكون:

$$\begin{vmatrix} x-2 & -1 \\ -2 & x-3 \end{vmatrix} = 0$$

أو $x^2 - 5x + 4 = 0$.

من المعروف حسب مبرهنة هاميلتون ـ كايلي أن كل مصفوفة تحقق معادلتها المميزة مثلاً $A.A - 5A + 4I = 0$.

● **المعادلة المميزة المختزلة لمصفوفة:**

هي المعادلة من أصغر درجة ممكنة والتي تحققها المصفوفة. إذا كانت n هي مرتبة المصفوفة وكانت I مصفوفة الوحدة ذات المرتبة n فإن المعادلة المميزة المختزلة للمصفوفة تكون $f(x)/g(x) = 0$ حيث يكون $f(x)$ معين المصفوفة $xI - A$ و $g(x)$ هو القاسم المشترك الأعظم لمجموعة المعينات الصغيرة للمصفوفة $xI - A$ بحيث يكون لكل من هذه المعينات $(n - 1)$ صفاً. وتكون $f(x)/g(x)$ **الدالة المميزة المختزلة**، تسمى المعادلة المميزة المختزلة أيضاً بالمعادلة الأصغرية

أو المعادلة الصغرى. أما المصفوفة فتسمى متردية إذا كانت مرتبتها أكبر من مرتبة معادلتها المميزة المختزلة.

انظر قيمة ذاتية.

● **مميز أويلر:**

انظر أويلر ـ مميز أويلر.

● **مميز حلقة أو حقل:**

إذا كان هناك عدد صحيح موجب أصغري n بحيث يكون $nx = 0$ وذلك لكل x في الحلقة فإننا نسمي n مميز الحلقة. وإذا لم يكن هناك أي n كهذا فإننا نقول أن مميز الحلقة صفر. إذا كانت الحلقة مجالاً صحيحاً (حقل مثلاً) فإن المميز إما أن يكون صفراً وإما عدداً أولياً. ويقول البعض أن المميز هو ∞ بدلاً من المميز صفر.

● **مميز سيغر للمصفوفة:**

انظر قانوني ـ شكل قانوني لمصفوفة.

● **مميز عائلة سطوح ذات وسيط واحد:**

هو المنحنى النهائي لتقاطع عضوين متجاورين في العائلة عندما يقترب هذان العضوان من التطابق. أي عندما تقترب قيمتا الوسيط اللتان تحددان هذين العضوين من قيمة مشتركة. معادلات لمنحن مميز معطى هي معادلة العائلة والمشتق الجزئي لهذه المعادلة بالنسبة للوسيط إذا أخذنا كلاً من المعادلتين عند قيمة معينة من قيم الوسيط. أما المحل الهندسي للمنحنيات المميزة عندما يتغير الوسيط فهو غلاف عائلة السطوح. مثلاً لتكن عائلة السطوح المؤلفة من كرات لها نصف قطر ثابت معطى وتكون مراكزها على خط معطى أيضاً. المنحنيات المميزة هي دوائر تكون مراكزها على الخط ذاته. والغلاف هو الأسطوانة المولدة بواسطة هذه الدوائر.

● **مميز اللوغاريتم لعدد:**

انظر لوغاريتم ـ مميز وجوء عشري في اللوغاريتم.

● المنحنيات المميزة لسطح :

هي مجموعة من أزواج المنحنيات المرتافقة على سطح S بحيث يشكل مماسا كل زوج اتجاهين مترافقين متميزين وذلك عند كل نقطة P على S. (انظر مرافق ـ نظام منحنيات مترافقة على سطح). تكون المنحنيات المميزة وسيطية إذا وفقط إذا كان $D:D'' = E:G$ و $D' = 0$.

انظر أساسي ـ الاحداثيات الأساسية لسطح.

المميز الصفري — CHARACTERISTIC 0

ليكن (X,R,π) نظاماً ديناميكياً. نقول أن النقطة $x \in X$ لها **مميز صفري** (إيجاباً). إذا كان $D^+(x) = K^+(x)$ ولها مميز صفري (سلباً) إذا كان $D^-(x) = K^-(x)$ حيث $D^+(x)$ $(D^-(x))$ تمثل مجموعة الإطالات الموجبة (السالبة) للنقطة x و $K^+(x)$ $(K^-(x))$ تمثل غلاقة المدار الموجب (السالب) للنقطة x (انظر **إطالات ومدار**). كما نقول إن x لها مميز صفري إذا كان $D(x) = K(x)$ $K(x) = K^+(x) \cup K^-(x), D(x) = D^+(x) \cup D^-(x)$. وإذا كانت كل نقطة في X ذات مميز صفري (إيجاباً) (سلباً) فإننا نقول أن النظام (X,R,π) له نفس الخواص المذكورة آنفاً. ويمكن البرهنة على أن $x \in X$ لها مميز صفري إيجاباً (سلباً) إذا وفقط إذا كان $L^+(x) = J^+(x)$ $(L^-(x) = J^-(x))$ حيث $J^+(x)$ $(J^-(x))$ هي مجموعة إطالات النهايات الموجبة (السالبة) للنقطة x و $L^+(x)$ $(L^-(x))$ هي مجموعة النهايات الموجبة (السالبة) للنقطة x (أنظر **مجموعة نهايات وإطالات النهايات**). وتكون $\overline{C(x)} = K(x)$ مجموعة أصغرية لكل $x \in X$ إذا كان للنظام (X,R,π) مميز صفري.

مثال: تكون كل نقطة راقدة أو دورية ذات مميز صفري، ولكن ليس لكل نقطة دورية تقريباً أو معاودة مميز صفري.

مثال: إذا كانت T متساوية الاستمرار عند x فإن للنقطة مميزاً صفرياً.

المميز القوي الصفري STRONG CHARACTERISTIC 0

لتكن (X,T,π) زمرة تحويلية. نقول ان النقطة x لها مميز قوى صفري إذا تحقق الشرط التالي:

إذا كانت هناك شبكة $\{x_i\}$ في X وشبكة $\{t_i\}$ في T بحيث $x_i \to x$ و $\pi(x_i,t_i) \to y$ فإن الشبكة $\{ \pi(x,t_i) \}$ تتقارب من y. ومن الواضح أنه إذا كانت x ذات مميز قوي صفري فإنها تكون ذات مميز صفري (انظر مميز صفري). نقول إن (X,T,π) ذو مميز صفري قوي إذا كانت كل نقطة في X ذات مميز صفري قوي. وفي هذه الحالة فإن علاقة مدار كل نقطة في X تكون مجموعة أصفرية (انظر أصفري وغلاقة). وإذا كانت (X,T,π) متساوية الاستمرار نقطياً فإنها تكون ذا مميز قوي صفري. والعكس صحيح إذا كانت علاقة مدار كل نقطة في X مجموعة متراصة.

المميز المستقر الصفري STABLE CHARACTERISTIC 0

ليكن (X,R,π) نظاماً ديناميكياً. نقول ان للنقطة $x \in X$ مميزاً مستقراً صفرياً إذا كان مميزاً صفرياً (أنظر مميز صفري)، أي أن $D(x) = \overline{C(x)}$ وتحقق الخاصية التالية: لكل شبكة $\{t_\alpha\}$ في R ولكل شبكة $\{x_\alpha\}$ في X متقاربة من x فإنه يوجد شبكة جزئية متقاربة للشبكة $\{ \pi(x_\alpha,t_\alpha) \}$. كما نقول أن (X,R,π) ذو مميز مستقر صفري إذا كان لكل نقطة $x \in X$ مميز مستقر صفري. وإذا كان X فضاء متراصاً محلياً فإن (X,R,π) يكون ذا مميز مستقر صفري إذاً وفقط إذا كان (X,R,π) دورياً تقريباً بضعف محلياً (انظر دوري تقريباً بضعف محلياً). وإذا كان $\overline{C(x)}$ (غلاقة المدار $C(x)$) متراصاً لكل $x \in X$ وكان X متراصاً محلياً فإن العبارات التالية تكون متكافئة:

(1) $(X\times X, R, \pi\times\pi)$ ذو مميز مستقر صفري.

(2) (X,R,π) متساوي الاستمرارية.

انظر متساوي الاستمرار.

TRANSPOSITION مناقلة

(1) عملية نقل حد معين من أحد طرفي المعادلة إلى الطرف الآخر مع تغيير إشارته.

(2) مبادلة شيئين محل بعض.

(3) تبديل دوروي لشيئين.

انظر تبديل ـ تبديل دوروي.

ALTERNANT مناوب

هو المعين الذي مرتبته n بحيث توجد دوال $f_1,\ldots,f_n$ وكميات $r_1,\ldots,r_n$ تجعل العنصر الذي في العمود i والصف j مساوياً للكمية $f_i(r_j)$ وذلك لكل j,i (كما أنه لو استبدلنا الصفوف الأعمدة في هذا المعين لحصلنا على معين آخر يدعى مناوباً هو الآخر). وكمثال نذكر أن معين فاندرموند هو مناوب (انظر معين). مثال: لتكن $f_1(x) = \text{Sin } x,\ldots,f_n(x) = \text{Sin } nx$ ولتكن لدينا المجموعة $x_1,x_2,\ldots,x_n$ عندئذ فإن المناوب هو المعين:

$$\begin{vmatrix} \text{Sin } x_1 & \text{Sin } x_2 & \ldots & \text{Sin } x_n \\ \text{Sin } 2x_1 & \text{Sin } 2x_2 & \ldots & \text{Sin } 2x_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \text{Sin } nx_1 & \text{Sin } nx_2 & \ldots & \text{Sin } nx_n \end{vmatrix}$$

منبسط

● ضبط ريماني منبسط:

نقول عن منطوى ريماني M أنه منبسط إذا كان تقوس الصلة الريمانية صفراً ويقال عن هذا المنطوى إنه اقليدي محلياً.

● **استمرارية منتظمة:**

لتكن f دالة مجالها ومداها مجموعتان من الأعداد الحقيقية. نقول ان f **مستمرة بانتظام** على مجموعة S ضمن مجال الدالة إذا كان لأجل أي $\varepsilon > 0$ يوجد عدد $S > 0$ بحيث $|f(x) - f(y)| < \varepsilon$ طالما كان $|x - y| < S$ و x و y في S. إذا كانت f مستمرة على فترة محدودة ومغلقة I فإنها مستمرة بانتظام على I كذلك إذا كانت f قابلة للمفاضلة على فترة I ويوجد عدد موجب M بحيث $| f'(x) | < M$ لأجل x في I فإن f مستمرة بانتظام على I.

مثال: الدالة $f(x) = x^2$ مستمرة بانتظام على الفترة [0,1] ولكنها غير مستمرة بانتظام على مجموعة الأعداد الحقيقية. أما الدالة $f(x) = \frac{1}{x}$ فإنها مستمرة بانتظام على الفترة المغلقة [a,1] لأجل $0 < a < 1$ وهي مستمرة على الفترة (0,1) ولكنها غير مستمرة بانتظام على (0,1). وبصورة عامة لتكن f دالة مجالها مجموعة جزئية S في فضاء مقاسي ذي مقاس d_s ومداها مجموعة جزئية R في فضاء مقاسي ذي مقاس d_R. نقول ان F **مستمرة بانتظام** على S إذا كان لأجل أي عدد $\varepsilon > 0$ يوجد عدد $S > 0$ بحيث $d_R(f(x) , f(y)) < \varepsilon$ طالما كان $d_S(x,y) < S$ و x و y في S. إذا كانت f مستمرة على فضاء مقاسي متراص فإنها مستمرة بانتظام على ذلك الفضاء.

● **تسارع منتظم:**

هو التسارع الذي يتساوى فيه التغير في السرعة في الفترات المتساوية

مرادف: تسارع ثابت.

● **تقارب منتظم لمتسلسلة:**

انظر تقارب.

● **تقارب منتظم لمجموعة دوال:**

لتكن $\{f_i(x) , i = 1,2,...\}$ متتالية دوال بحيث $\lim_{x \to x_0} f_i (x) = L_i$.

نقول ان الدوال **تتقارب بانتظام** عندما يؤول x إلى x_0 إذا كان لأجل كل عدد

$\varepsilon > 0$ يوجد عدد $\delta > 0$ بحيث $|f_i(x) - L_i| < \epsilon$ طالما $|x - x_0| < \delta$ ولكل قيم f.

انظر أسكولي ــ مبرهنة أسكولي.

● توزيع منتظم (إحصاء):

(1) **توزيع منتظم متقطع**: يتبع المتغير العشوائي x توزيع منتظم متقطع إذا كانت دالته الاحتمالية $f(x) = \frac{1}{n}$ لأجل $x = 1,2,...,n$ و $f(x) = 0$ خلاف ذلك. ويساوي وسط هذا التوزيع $E(x) = (n + 1)/2$ وتباينه $Var(x) = (n^2 - 1)/12$ وتكون $M(t) = (e^{nt} - 1)/n(1 - e^{-t})$ الدالة المولدة للعزوم.

(2) **توزيع منتظم مستمر**: يتبع المتغير العشوائي x توزيع منتظم مستمر إذا كانت دالة الكثافة الاحتمالية لهذا المتغير $f(x) = 1/(b - a)$ لأجل $0 < x < b$ و $f(x) = 0$ خلاف ذلك. يساوي وسط هذا التوزيع $E(x) = (b + a)/2$ وتباينه $Var(x) = (b - a)^2/12$. وتكون $M(t) = (e^{tb} - e^{ta})/t(b - a)$ الدالة المولدة للعزوم.

● سرعة منتظمة:

انظر ثابت ــ سرعة ثابتة.

● سلم منتظم:

انظر لوغاريتم ــ ورقة احداثيات لوغاريتمية.

● طبولوجيا منتظمة:

تكون طبولوجيا الفضاء الطبولوجي T منتظمة إذا وجدت عائلة F تتكون من مجموعات جزئية من T×T بحيث تكون كل مجموعة جزئية A من T مفتوحة إذا وفقط إذا كان يوجد لأجل أي X في A عنصر V في F يجعل المجموعة $\{y,(x,y) \in V\}$ مجموعة جزئية في A. بالإضافة إلى ذلك يجب أن تحقق العائلة F الشروط الخمسة التالية:

(1) كل عناصر F تحتوي على (x,x) لأجل $x \in T$.

(2) V^{-1} في F لكل V في F، حيث $V^{-1} = \{ (x,y) \text{ و } (y,x) \in V \}$.

(3) لكل V في F توجد V^* في F بحيث تحتوي V على كل نقطة (x,z) يوجد لها y يحقق $(x,y) \in V^*$ و $(y,z) \in V^*$.

(4) تقاطع كل عنصرين في F يقع في F.

(5) تكون مجموعة جزئية في T×T عنصراً في F إذا احتوت على أحد عناصر F.

تسمى عائلة المجموعات التي تحقق الشروط (1) إلى (5) انتظامية أو بنية منتظمة للفضاء T. وأحياناً تسمى العائلة التي تحقق الشروط (1) إلى (3) انتظامية لأنه يمكن البرهنة أن التقاطعات المنتهية لعناصر مثل هذه العائلة تشكل أساساً للانتظامية التي تحقق (1) إلى (5).

(نقول ان B أساس للانتظامية U إذا كانت B مجموعة جزئية من U وكان كل عنصر في U يحتوي على عنصر في B). الفضاء الطبولوجي ذو الطبولوجيا المنتظمة يقبل مقاساً إذا وفقط إذا كان يشكل فضاء هاوسدورف وكان لانتظاميته أساس قابلاً للعد. إذا كان T فضاء مقاسياً ذا مقاس d فإن له انتظامية تتألف من المجموعات الجزئية V من T×T التي يوجد لها عدد $\varepsilon > 0$ بحيث $V = \{ (x,y); d(x,y) < \varepsilon \}$.

منتظم الـ — UNIFORMLY

- منتظم الاستمرار:

انظر منتظم.

منتفخ — ROTUND

- فضاء منتفخ:

انظر محدب.

منتقى SELECT

● جدول وفيات منتقى:

انظر وفيات ـ جدول وفيات.

منته TERMINATING

أو متكون من عدد محدد من الرموز أو الأرقام. مثلاً: 4.256 هو عدد عشري منته، بينما ...7.414141 هو عدد عشري غير منته.

● كسر منته مستمر:

انظر كسر ـ كسر مستمر.

منته FINITE

● الامتداد المنتهي لحقل:

انظر امتداد ـ امتداد حقل.

● خاصية التقاطع المنتهي:

يقال أن العائلة $\{F_\alpha | \alpha \in A\}$ من المجموعات (حيث A مجموعة دليلة) لها خاصية التقاطع المنتهي إذا كان تقاطع أي عدد منته غير خال منها ليس خالياً، أي $\bigcap_{i \in B} F_i \neq \phi$ حيث B مجموعة جزئية منتهية من A.

● العائلة المنتهية محلياً:

هي عائلة من المجموعات الجزئية لفضاء طوبولوجي T بحيث يقطع كل جوار لنقطة في T عدداً منتهياً من هذه المجموعات الجزئية.

● عشري منته:

انظر عشري ـ النظام العددي العشري.

● الكمية المنتهية:

وللكمية المنتهية عدة معان نوردها فيما يلي:

(1) هي أية كمية محدودة. فمثلاً: تكون الدالة منتهية على فترة إذا كانت

محدودة على الفترة. وفي أحيان أخرى يقال إن الدالة منتهية على مجموعة إذا كانت تأخذ قيمة منتهية فقط على المجموعة (أي قيم لا تساوي $\infty, -\infty, +\infty$). ومثال على ذلك الدالة $\frac{1}{x}$. فهي منتهية ولكنها غير محدودة لقيم $x > 0$.

(2) يقال أحياناً إن عدداً حقيقياً أو عقدياً ما منته لتمييزه عن الأعداد المثالية مثل $\infty, -\infty, +\infty$.

انظر عقدي ـ المستوى العقدي، وانظر كذلك ممدد ـ نظام الأعداد الحقيقية الممدد.

- **لا استمرارية منتهية:**

انظر لا استمرارية.

- **المجموعة المنتهية:**

هي المجموعة التي تحتوي على عدد منته من العناصر. وبعبارة أخرى هي مجموعة تحتوي على n من العناصر حيث n عدد صحيح لا سالب. وتعرف المجموعة المنتهية أيضاً بأنها مجموعة لا يمكن وضعها في تقابل مع أية مجموعة جزئية فعلية منها. ومثال على ذلك المجموعة: $A = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ منتهية وتتكون من n من العناصر.

انظر لا منته ـ مجموعة لا منتهية.

- **ميزة منتهية:**

انظر ميزة.

منحى SENSE

- **منحى المتباينة:**

انظر متباينة.

منحرف TRAPEZIUM

هو شكل رباعي مستو لا يوجد فيه ضلعان متوازيان.

CURVE منحنى

المنحنى هو المحل الهندسي لنقطة لها درجة واحدة من الحرية. مثلاً الخط المستقيم في المستوى هو المحل الهندسي للنقاط التي تحقق احداثياتها معادلة خطية. والدائرة هي المحل الهندسي للنقاط (x,y) التي تحقق:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = k^2$$

حيث a,b,k ثوابت. إذا أردنا أن نكون أكثر دقة نقول إن المنحنى هو عبارة عن مجموعة C من النقاط وتحويل مستمر T بحيث تكون C صورة فترة مغلقة [a,b] تحت تأثير T، T(a) هي **نقطة ابتداء** المنحنى و T(b) هي نقطة انتهائه. إذا لم تكن هاتان النقطتان منطبقتين فإننا نسميهما **نقطتي منتهى**. كما يفترض البعض أن يكون المنحنى صورة فترة مفتوحة وتسمى صورة الفترة المغلقة **قوساً**.

● **المنحنى المستوي:**

هو منحنى في مستوى ويكون بياناً لمعادلات وسيطية من الشكل:

$$x = f(t) \quad , \quad y = g(t)$$

حيث إن الدالتين f,g مستمرتان على نفس المجال [a,b] وكحالة خاصة نذكر بيان المعادلة $y = f(x)$ حيث f دالة مستمرة على [a,b] إذا انطبقت صورة a على صورة b نقول إن المنحنى **مغلق**. نقول عن المنحنى إنه **بسيط** إذا كانت $t_1,t_2 \in (a,b)$، $t_1 \neq t_2$، فإن صورة t_1 تختلف عن صورة t_2. المنحنى البسيط المغلق يسمى **منحنى جوردان**.

● **رسم المنحنى:**

نرسم المنحنى بواسطة إيجاد نقاط عليه وتنقيطها وبواسطة طرق أكثر تقدماً عن طريق دراسة التناظر وخطوط التقارب وكذلك إيجاد النقاط الحرجة والميل وتغير الميل والتحدب والتقعر عن طريق المشتقات.

● **طول منحنى**: انظر طول ـ طول منحنى.

- **عائلة منحنيات:** انظر عائلة.
- **منحنى أملس:** انظر أملس.
- **منحنى بدائي:** انظر بدائي.
- **منحنى تجريبي:** انظر تجريبي.
- **منحنى تحليلي:** انظر تحليلي.
- **منحنى تربيعي أو ثنائي الدرجة:**

هو منحنى تكون معادلته من الدرجة الثانية.

انظر مخروطي ـ قطع مخروطي.

- **منحنى التكرار الطبيعي:** انظر تكرار.
- **منحنى ثابت العرض:** انظر ريلو ـ مثلث ريلو.
- **منحنى جبري مستو:**

هو منحنى مستو تكون معادلته الديكارتية من الشكل $f(x,y) = 0$ حيث f كثير حدود في x,y. نقول عن المنحنى انه جبري من الدرجة n إذا كانت n درجة كثير الحدود f.

إذا كان $n = 1$ فإن المنحنى يكون خطاً مستقيمًا.

إذا كان $n = 2$ فإن المنحنى يكون إما تربيعياً أو مخروطياً.

إذا كان $n > 2$ فإننا نقول عن المنحنى انه منحنى مستو أعلى.

إذا كان لدينا منحنى جبري مستو معادلته $f(x,y) = 0$ فإن المركبة هي منحنى جبري مستو معادلته $g(x,y) = 0$ بحيث يكون هناك كثير حدود $h(x,y)$ (قد يكون ثابتاً) ويكون $f(x,y) = g(x,y)h(x,y)$.

إذا كان للمنحنى مركبة واحدة فقط فإننا نسميه **لامختزلاً**. مثلاً الدائرة $x^2 + y^2 - 1 = 0$ لامختزلة بينما منحنى المعادلة $(y - x)(2x + y - 1) = 0$ قابل للاختزال وله مركبتان:

$$y - x = 0 \quad , \quad 2x + y - 1 = 0$$

انظر بيزوت ـ مبرهنة بيزوت.

● **منحنى دوري:** انظر دوري.

● **منحنى طوله صفر:** ويقصد به منحنى أصغرياً. انظر أصغري.

● **منحنى فضائي:**

وهو منحنى في الفضاء ومن غير الضروري أن يكون ملتوياً.

● **منحنى كروي:** هو منحنى يقع على سطح كرة.

● **منحنى متخالف:** ويقصد به منحنى ملتوياً.

● **منحنى مستوى:** هو منحنى تكون كل نقاطه في مستوى.

● **منحنى مشتق:** انظر مشتق.

● **منحنى مكافيء:**

هو منحنى جبري معادلته الديكارتية من الشكل:

$$y = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$$

● **منحنى ملتو:**

هو منحنى فضائي لا يقع في مستوى واحد. نقول إن هذا المنحنى من المرتبة n إذا كان يقطع كل مستوى في n نقطة (قد تكون هذه النقاط حقيقية أو تخيلية، مختلفة أو متساوية).

● **منحنى ممر:** انظر ممر.

● **منحنى المواقع:** انظر مواقع.

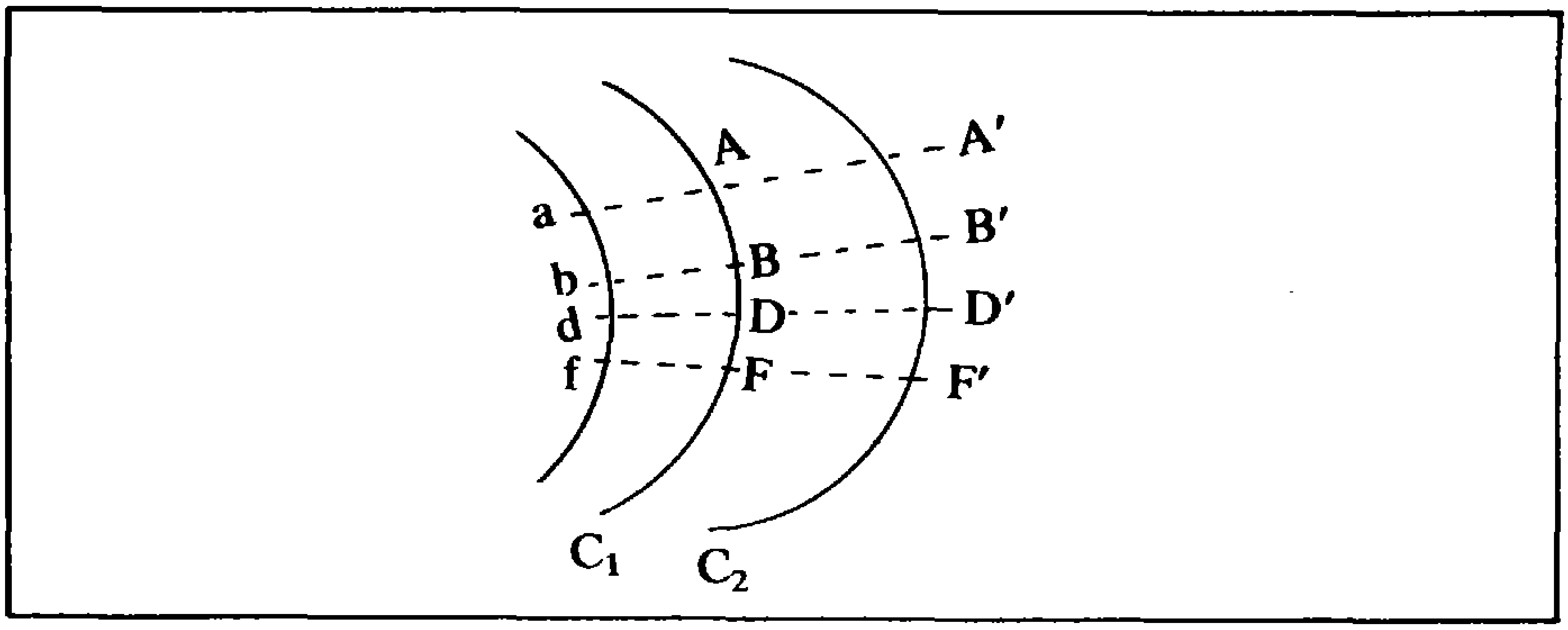
● **منحنى النمو:** انظر نمو.

● **منحنيات تكامل:** انظر تكامل ـ منحنيات تكامل.

● **منحنيات متوازية (في المستوى):**

نقول عن منحنيين انهما متوازيان إذا كان بين نقاطهما تقابل واحد لواحد بحيث يكون للمنحنيين عند كل نقطتين متقابلتين الناظم نفسه وتكون القطع التي تحددها النقاط المتقابلة على النواظم ثابتة الطول. (هذا يعني بالطبع أن المماسات عند النقاط المتقابلة تكون دائمًا متوازية).

انظر منشأ.



المنحنى C_1 في الرسم يوازي المنحنى C_2. المستقيمات a,b,d,f نواظم مشتركة. القطع AA', BB', DD', FF' ثابتة الطول.

- **منحنيات من u على سطح :**

انظر وسيطي ـ منحنيات وسيطية على سطح.

- **موافقة منحنى:** تعيين منحنيات تجريبية. انظر تجريبـي.

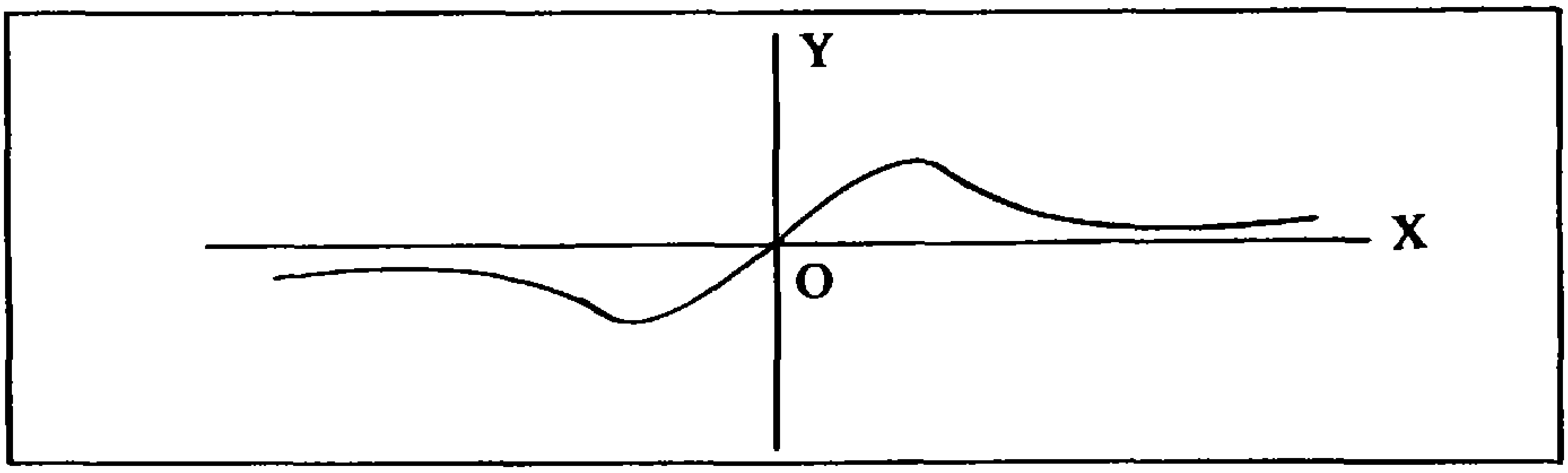
- **نقطة انقلاب على منحنى:** انظر انقلاب.

منحنى الجيب SINUSOID

انظر جيب.

منحنى ثعباني SERENTINE CURVE

المنحنى المعرف بالمعادلة $x^2y + b^2y - a^2x = 0$ وهذا المنحنى يمر بنقطة الأصل وهو متناظر حولها، ويقارب محور x في كلا الاتجاهين السالب والموجب.



المنحنى العجلي الخارجي EPITROCHOIDAL CURVE

هو المحل الهندسي لنقطة في مستوى دائرة تتدحرج بدون انزلاق على دائرة أخرى ثابتة بحيث يلتقي مستويا الدائرتين في زاوية ثابتة. والجدير بالذكر أن كل المنحنيات العجلية الخارجية تكون منحنيات كروية.

انظر كروي ـ المنحنى الكروي.

منحنى قابل للقياس RECTIFIABLE CURVE

هو المنحنى الذي يكون له طول منته.

انظر طول ـ طول المنحنى.

منحنى لا دوروي ACYCLIC CURVE

نقول ان الفضاء الملتحم M هو منحن لادوروي إذا كان متصلاً محلياً ولا يحتوي على أي منحن بسيط مغلق. (أنظر بسيط ـ منحنى بسيط مغلق، وملتحم ـ فضاء ملتحم). ويكون الفضاء الملتحم M منحنياً لادوروياً إذا وفقط إذا احتوى كل ملتحم جزئي من M على عدد غير قابل للعد من نقاط قطع في M.

منحن مشتق DERIVED CURVE

● المنحنى المشتق الأول:

لمنحنٍ معطى f هو المنحنى g والذي ترتيب نقطة منه g(x) تساوي ميل المنحنى f'(x) لنفس قيم فصل النقاط x. فمثلاً المنحنى $y = 3x^2$ هو المنحنى المشتق للمنحنى الذي معادلته $y = x^3$. ويسمى المنحنى المشتق للمنحنى المشتق الأول بالمنحنى المشتق الثاني.. وهكذا دواليك.

منحنى المواقع PEDAL CURVE

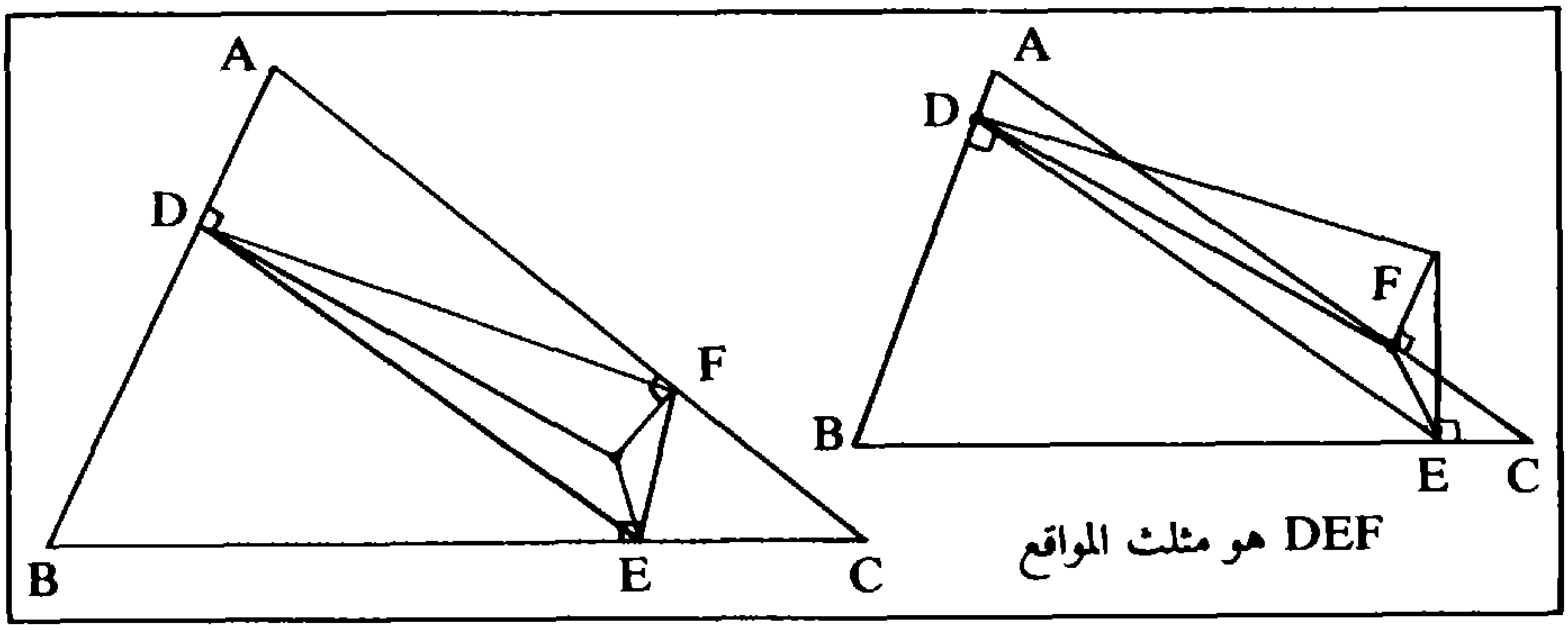
هو المحل الهندسي لنقط تقاطع الأعمدة المنبعثة من نقطة ثابتة مع مماس متغير لمنحنى معلوم. ونسمي نقطة تقاطع عمود مع مستقيم أو مستوى موقع العمود.

مثال: إذا كان المنحنى هو قطع مكافىء والنقطة الثابتة هي الذروة فإن منحنى المواقع للقطع المكافىء بالنسبة للذروة هو اللبلابـي.

انظر لبلابـي.

- مثلث المواقع:

هو المثلث الواقع داخل مثلث آخر بحيث تكون رؤوس المثلث الداخلي هي مواقع الأعمدة النازلة من نقطة ثابتة على أضلاع المثلث (انظر الشكل).



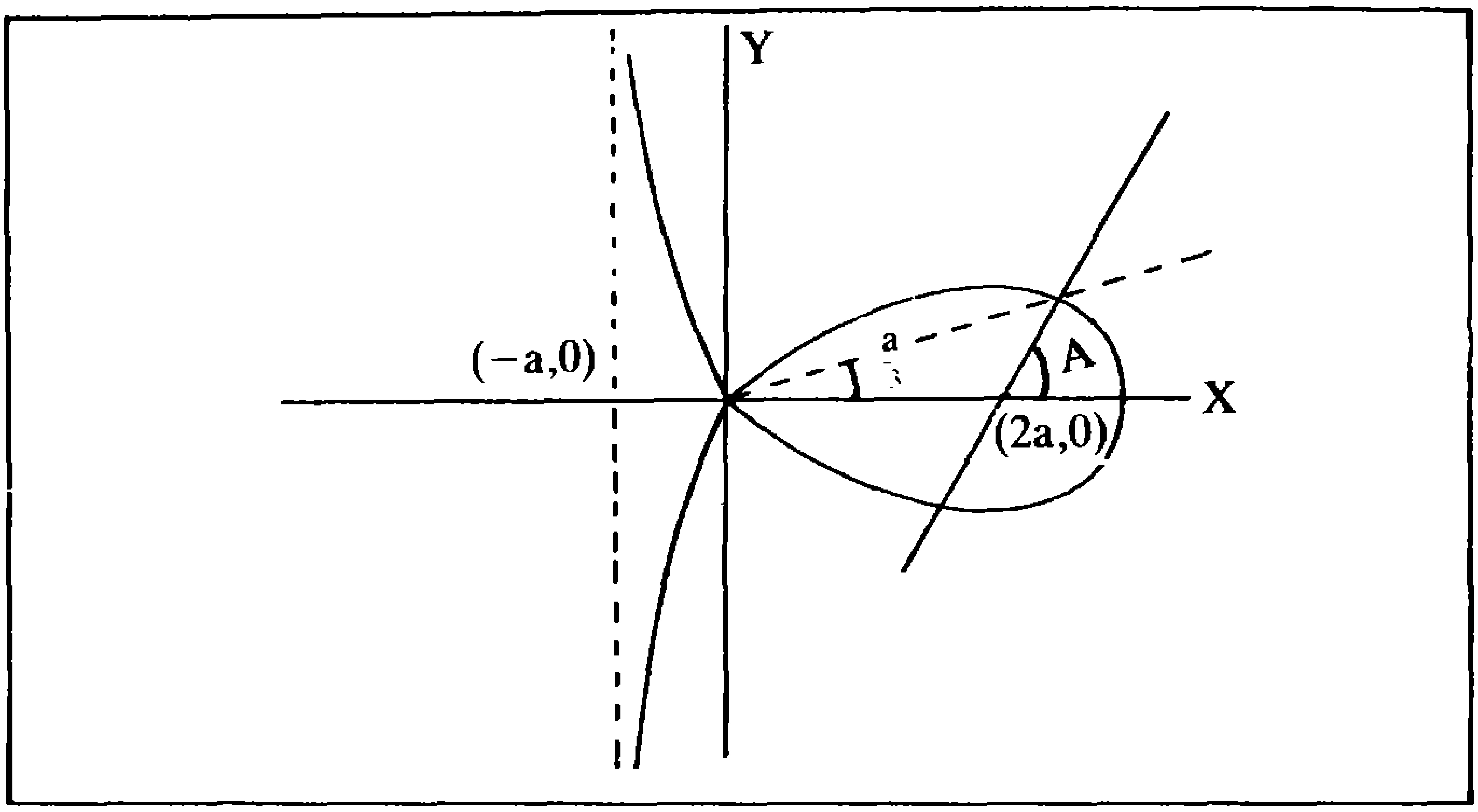
DEF هو مثلث المواقع

ومن أشهر مثلثات المواقع هو مثلث مواقع الارتفاعات الداخلية في مثلث حيث تنصف هذه الارتفاعات الزوايا الداخلية لمثلث المواقع.

منحنى نظير الفا TRISECTRIX

هو منحنى المعادلة $x^3 + xy^2 + ay^2 - 3ax^2 = 0$ يمر هذا المنحنى بنقطة الأصل ويكون متناظراً بالنسبة لمحور x ويقارب الخط المستقيم $x = -a$ ولهذا المنحنى علاقة بمسألة ثلث الزاوية. لنرسم مستقيًا يمر بالنقطة (2a,0) وزاوية ميله

تساوي A، ولنرسم مستقيمًا ثانياً من نقطة الأصل ويمر بنقطة تقاطع المستقيم الأول مع منحنى نظير ألفا. إن زاوية ميل المستقيم الثاني هي $\frac{1}{3}$ A ويسمى هذا المنحنى أيضاً بمنحنى نظير ألفا لماكلورين.



PLACE, DECIMAL **منزلة عشرية**

انظر عشري.

● **قيمة المنزلة:**

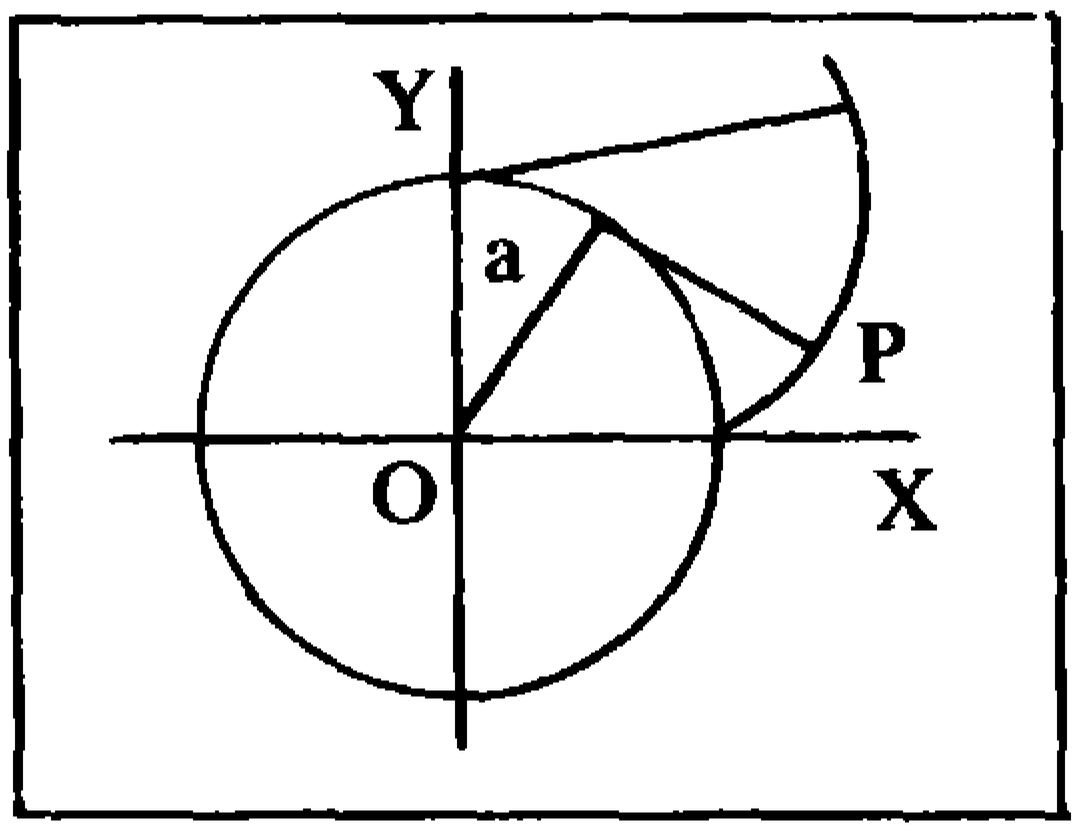
هي قيمة الرقم بحسب موقعه الذي يشغله في العدد، ففي العدد 643.59 نرى أن قيمة الرقم 3 تساوي 3 لأنه في منزلة (خانة) الآحاد. أما قيمة الرقم 4 الواقع في منزلة العشرات فتساوي 40 بينما قيمة 6 هي 600. كذلك نرى أن قيمة 5 تساوي بحسب منزلته $\frac{5}{10}$ أما 9 فيقابل $\frac{9}{100}$.

PANTOGRAPH **منساخ**

هو آلة بسيطة تعمل ميكانيكياً لرسم شكل هندسي مشابه تماماً لشكل هندسي آخر سواء مطابق له أو بنسبة تكبير أو تصغير معينة.

● منشأ منحنى :

إذا كان المنحنى في مستوى فإن المنشأ هو المحل الهندسي لأي نقطة ثابتة على خط مماسي عندما يدور هذا المماس حول المنحنى دون انزلاق. ويكون المنشأ بذلك منحنياً عمودياً على عائلة مماسات المنحنى المعطى. إذا كان كل من C_1 و C_2 منشأ للمنحنى C فإن C_1 و C_2 يكونان متوازيين بمعنى أنه إذا كان ℓ ناظمًا مشتركاً على C_1 عند P وعلى C_2 عند Q فإن طول القطعة PQ يبقى ثابتاً. ويكون المنشأ C′ لمنحنى C هو أي منحنى C′ بحيث يكون منشؤه المنحنى C. أي أنه إذا كان C المنشيء للمنحنى C′ فإن C′ يسمى المنشأ للمنحنى C. أما منشيء المنحنى فهو المحل الهندسي لمراكز تقوس هذا المنحنى. والجدير بالذكر، أن عائلة المستقيمات الناظمة على المنحنى تكون مماسة على منشيء هذا المنحنى كما ويكون التغير في طول نصف قطر التقوس مساوياً للتغير في طول قوس المنشيء عندما تتحرك النقطة على المنحنى بشكل مستمر وفي اتجاه معين على المنحنى. ونحصل على معادلة المنشيء بواسطة حذف احداثيات النقطة على المنحنى من معادلة المنحنى والمعادلات المعبرة عن احداثيات مراكز التقوس بدلالة احداثيات النقطة على المنحنى.



المعادلات الوسيطية لمنشأ دائرة (كما هو في الرسم)، هي :

$$x = a(\cos\theta + \theta\sin\theta)$$

$$y = a(\sin\theta - \theta\cos\theta)$$

حيث ان a هو نصف قطر الدائرة و θ هي الزاوية بين محور x ونصف القطر المار بالنقطة.

● منشأ منحنى في الفضاء:

هو منحنى عمودي على مماسات المنحنى المعطى. وتقع منشآت المنحنى

الفضائي على السطح المماس لهذا المنحنى. ولكل منحنى فضائي عدد لا متناه من المنشآت تشكل فيما بينها عائلة من المتوازيات الجيوديزية على السطح المماسي. (انظر جيوديزة متوازيات جيوديزية). ويعرف المنشىء لمنحنى C في الفضاء بأنه منحنى C′ يكون C منشأة. ولكل منحنى C عدد لا متناه من المنشآت. وإذا كان C منحنى في الفضاء وإذا كان كل النواظم على C والتي تكون مماسة لأحد المنشآت وأدرناها بزاوية ثابتة في مستوياتها العمودية على C فإن النواظم الناتجة تكون مماسة لمنشىء آخر من منشآت C.

● منشأ سطح:

المنشأ لسطح S هو سطح S′ بحيث يكون S أحد فرعي منشئة.

انظر منشيء ـ منشيء سطح.

EVOLUTE — منشيء

● منشىء سطح:

نسمي سطحي المركز بالنسبة لسطح معطى S بمنشىء السطح S (انظر سطح ـ سطوح المركز بالنسبة لسطح معطى). وإذا اخترنا نواظم S على أنها نواظم خطوط تقوس S فإن سطوح المركز التي نحصل عليها تكون المحلات الهندسية لمنشىء خطوط تقوس S والجدير بالملاحظة هنا أن منشىء السطح S يكون منشئاً لأي سطح مواز لـ S. انظر يوازي.

● منشيء منحنٍ:

انظر منشأ ـ منشأ منحنٍ.

EXPANDED — منشور

● الترميز المنشور:

وسنشرح ذلك بإعطاء المثال التالي: فالعدد الممثل بـ 537.2 في الترميز العشري يمكن أن يكتب على الشكل: $(5.10^2) + (3.10^1) + (7.1) + (2.\frac{1}{10})$

وهذا ترميز منشور للعدد.

منصف BISECTOR

● منصف زاوية:

هو الخط الذي يقسم الزاوية إلى قسمين متساويين. ويمكن الحصول على معادلة المنصف عن طريق مساواة مسافتي نقطة متغيرة عليه من ضلعي الزاوية.

انظر مسافة ـ المسافة بين نقطة وخط.

● منصف زاوية بين مستويين متقاطعين:

هو مستوى يحتوي على كل النقاط المتساوية البعد من المستويين. ويوجد منصفان بهذا المعنى وذلك لكل مستويين متقاطعين. يمكن الحصول على معادلتيهما عن طريق مساواة بعدي نقطة متغيرة على أي منهما من المستويين. أولاً نعطي هذين البعدين نفس الإشارة، وثانياً إشارتين مختلفتين.

انظر مسافة ـ مسافة بين نقطة ومستوى.

مُنطق RATIONAL

● عبارة منطقة:

هي العبارة الجبرية التي لا تحتوي على أس كسري أو جذر غير قابل للاختزال.

● دالة منطقة:

هي الدالة التي يمكن كتابتها بصورة كثير حدود مقسوم على كثير حدود آخر. فمثلاً $(3x^3 + 1)(x - 1)$ هي عبارة منطقة و $(x^2 + 1)/(x^3 + 5x + 1)$ هي دالة منطقة. أما العبارة $3x^3 + \sqrt{x} - 1$ فهي غير منطقة.

انظر جزئي ـ الكسور الجزئية.

● دالة منطقة صحيحة:

نسمي الدالة f دالة منطقة صحيحة في متغير معين x إذا كان x يظهر في الدالة بأسس صحيحة ولا سالبة فقط. ويمكن أن تكون الدالة منطقة وصحيحة في متغير واحد أو أكثر ولا تكون كذلك في متغيرات أخرى. فمثلا

$w + x^2 + 2xy^{1/2} + 1/z$ هي دالة منطقة وصحيحة في x وأيضاً هي منطقة وصحيحة في w و x معاً، ولكنها غير منطقة في y وغير صحيحة في z.

انظر حد ـ حد منطق صحيح.

● **عدد منطق:**

هو العدد الذي يمكن كتابته بصورة عدد صحيح أو خارج قسمة عدد صحيح على عدد صحيح. (أنظر عدد صحيح).

ويمكن تعريف الأعداد المنطقة على أنها مجموعة تتكون عناصرها من الأزواج المرتبة (a,b) حيث a و b عددان صحيحان $(b \neq 0)$. ونعرف علاقة المساواة وعمليتي الجمع والضرب على هذه المجموعة كما يلي:

$(a,b) = (c,d)$ إذا وفقط إذا كان $ad = bc$؛

$(a,b) + (c,d) = (ad + bc,bd)$؛ $(a,b) . (c,d) = (ac,bd)$.

وقد جرت العادة بأن تكتب (a,b) بصورة a/b ويسمى العدد المنطق (a,1) بالعدد الصحيح ويكتب بصورة a.

انظر أصم ـ عدد أصم.

● **عملية منطقة:**

هي إحدى عمليات الجمع أو الطرح أو الضرب أو القسمة.

● **مبرهنة الجذر المنطق:**

إذا كان العدد المنطق p/q (لا يكون للعددين p و q أي عامل مشترك) جذراً للمعادلة كثيرة الحدود ذات المعاملات الصحيحة:

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + a_{n-1} + a_n = 0$$

فإن q هو أحد عوامل a_0 و p هو أحد عوامل a_n.

REGION **منطقة**

هي مجموعة تتكون من اتحاد مجموعة متصلة مفتوحة مع جزء أو كل نقاط حدودها وتسمى منطقة مفتوحة إذا لم تحتو على أي من نقاط حدودها، و منطقة

مغلقة إذا احتوت على جميع نقاط حدودها، مثلاً منطقة مثلثية مغلقة هي مثلث مع داخله. أما داخل المثلث فهو منطقة مفتوحة.

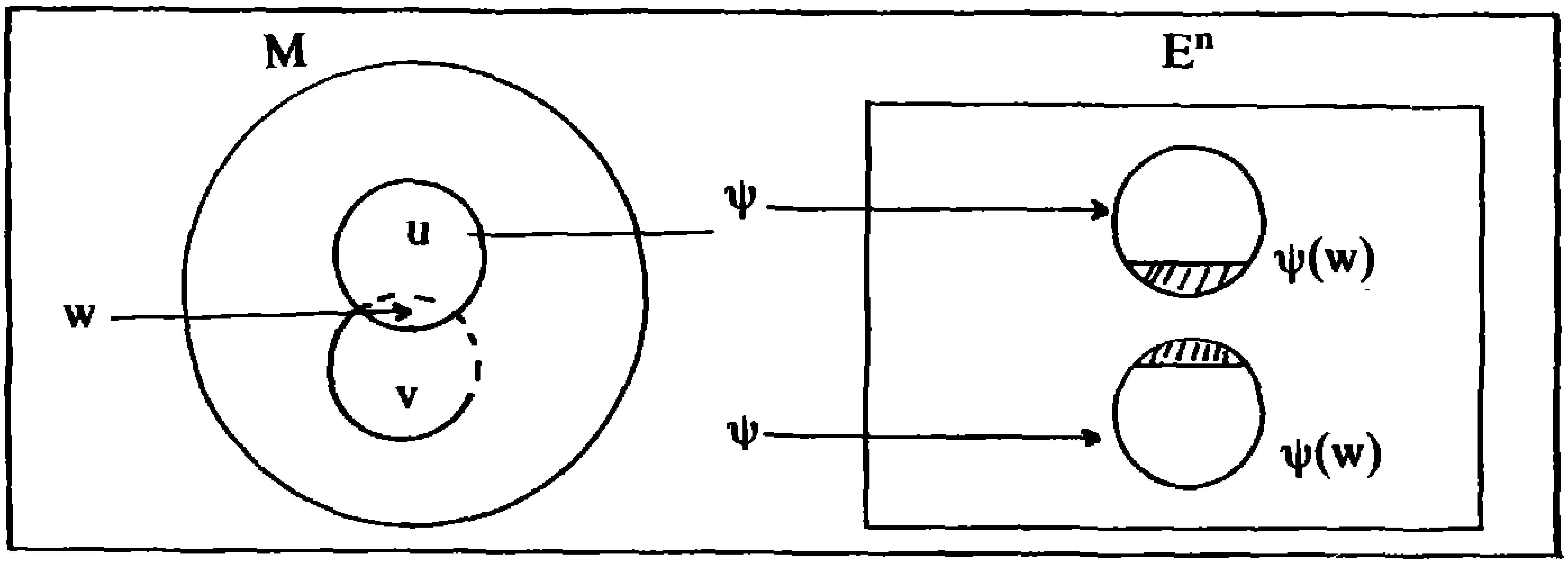
منطقة جزئية **SUBREGION**

منطقة محتواة ضمن منطقة أخرى.

منطو **MANIFOLD**

- **منطوٍ تفاضلي أو منطوٍ قابل للتفاضل:**

المنطوى التفاضلي ذو البعدية n ومن المرتبة r هو منطو طوبولوجي بعديته n وعليه بنية تفاضلية من المرتبة r.



كما قد يشترط البعض أن يكون الفضاء الطوبولوجي مثل المتراص وهاوسدورف. من الملاحظ أنه إذا كانت $P\epsilon U$ فإن $\psi(p) = x$ نقطة في E^n ولها احداثيات $(x_1,\ldots,x_n)$ ويقال غالباً في الهندسة التفاضلية أن $(x_1,\ldots,x_n)$ هي احداثيات النقطة P. أي أننا نستعير احداثيات $\rho(p)$ ونعتبرها احداثيات P. إذا كان المخططان (v,ψ)، (u,ρ) متشابكين كما سبق وكانت $P\epsilon w$ وأخذنا $\rho(p) = (x_1,\ldots,x_n)$ و $\psi(p) = (y_1,\ldots,y_n)$، فإن $\psi o \rho^{-1}$ $\rho o \psi^{-1}$ ليست سوى تحويلات الاحداثيات:

$$y_i = y_i(x_1, \ldots, x_n) \qquad i = 1,\ldots,n$$

$$x_i = x_i(y_1, \ldots, y_n) \qquad i = 1,\ldots,n$$

أي أنه لكل نقطة $x \epsilon M$ هناك جوار u وتماثل مستمر $\rho:U \rightarrow C_n$، حيث أن C_n هو داخل الكرة في الفضاء الإقليدي E^n. نسمي الزوج المرتب (u,ρ) **مخططاً** كما نسمي مجموعة المخططات **أطلس** نقول إن **الأطلس تفاضلي** من المرتبة r أو أنه **قابل للتفاضل** من C^r إذا تحقق الشرط التالي:

كلما تشابك إثنان (v,ψ) (u,ρ) من مخططاتها، أي إذا كان $u \cap v = w \neq \phi$ فإن كلاً من:

$$\psi o \rho^{-1}: \rho(w) \rightarrow \psi(w)$$

$$\rho o \psi^{-1}: \psi(w) \rightarrow \rho(w)$$

يكون قابلاً للتفاضل من المرتبة n.

● **البنية التفاضلية:**

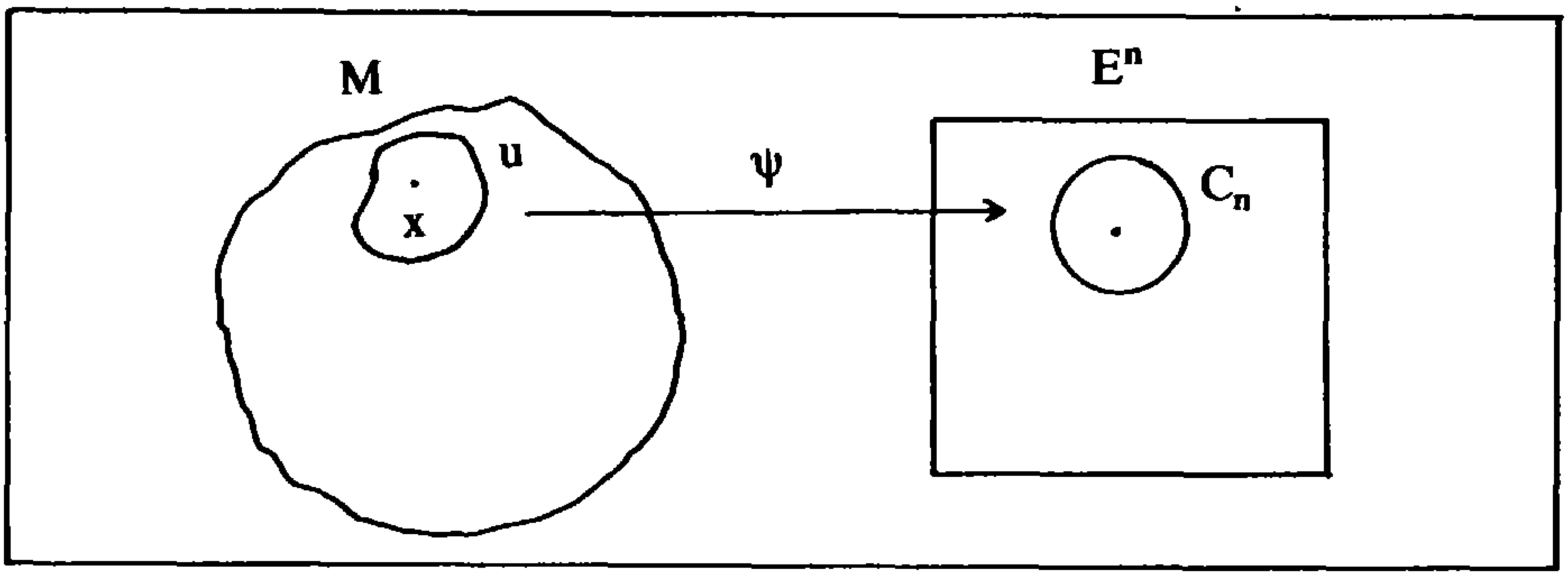
هي أطلس تفاضلي أعظمي.

والشرط أن يكون الأطلس قابلاً للتفاضل من المرتبة r ليس سوى الشرط أن تكون المشتقات الجزئية للتحويلات أعلاه موجودة ومستمرة حتى المرتبة r. نقول عن منطو تفاضلي أنه متراص إذا كان الفضاء الطوبولوجي متراصاً وهذا ينطبق على بقية الخصائص والصفات الطوبولوجية. نقول عنه **قابل للتوجيه** إذا استطعنا أن نجد عليه أطلس بحيث يكون معين جاكوبي لتحويلات الاحداثيات إما موجباً وإما سالباً دائماً. من الأمثلة على المنطويات نذكر الفضاء الإقليدي E^n الذي هو منطو تفاضلي بعديته n.

الدائرة منطو تفاضلي بعديته 1. كل من الكرة والطارة منطو تفاضلي بعديته 2 لقد وجد الرياضيون لامتغيرات طوبولوجية تمكنوا على أساسها من تصنيف كل المنطويات التي بعديتها 1 و 2. أما المنطويات ذات البعدية 3 وما فوق فلم يتم تصنيفها بعد.

● **منطو طوبولوجي:**

المنطوى الطوبولوجي ذو البعدية n هو فضاء طوبولوجي M بحيث يكون لكل نقطة من نقاطه جوار متماثل استمرارياً مع داخل كرة في الفضاء الإقليدي الذي بعديته n.



منظر جانبـي PROFILE

● خارطة المنظر الجانبي:

هو المقطع الشاقولي لسطح والذي يبين خطوط الطول النسبية للنقط الواقعة على المقطع.

منظم SYSTEMATIC

● عينة منظمة:

عينة نسحبها من مجتمع إحصائي بطريقة المعاينة المنظمة. والمعاينة المنظمة تعني سحب أول عنصر بصورة عشوائية من المجتمع ثم سحب العنصر الذي يليه في التسلسل بمسافة k ومسافة 2k و 3k وهكذا. مثلاً: ليكن العنصر الأول المسحوب بصورة عشوائية هو العنصر X_j. نسحب بعده العناصر X_{j+k} و X_{j+2k} و X_{j+3k} وهكذا.

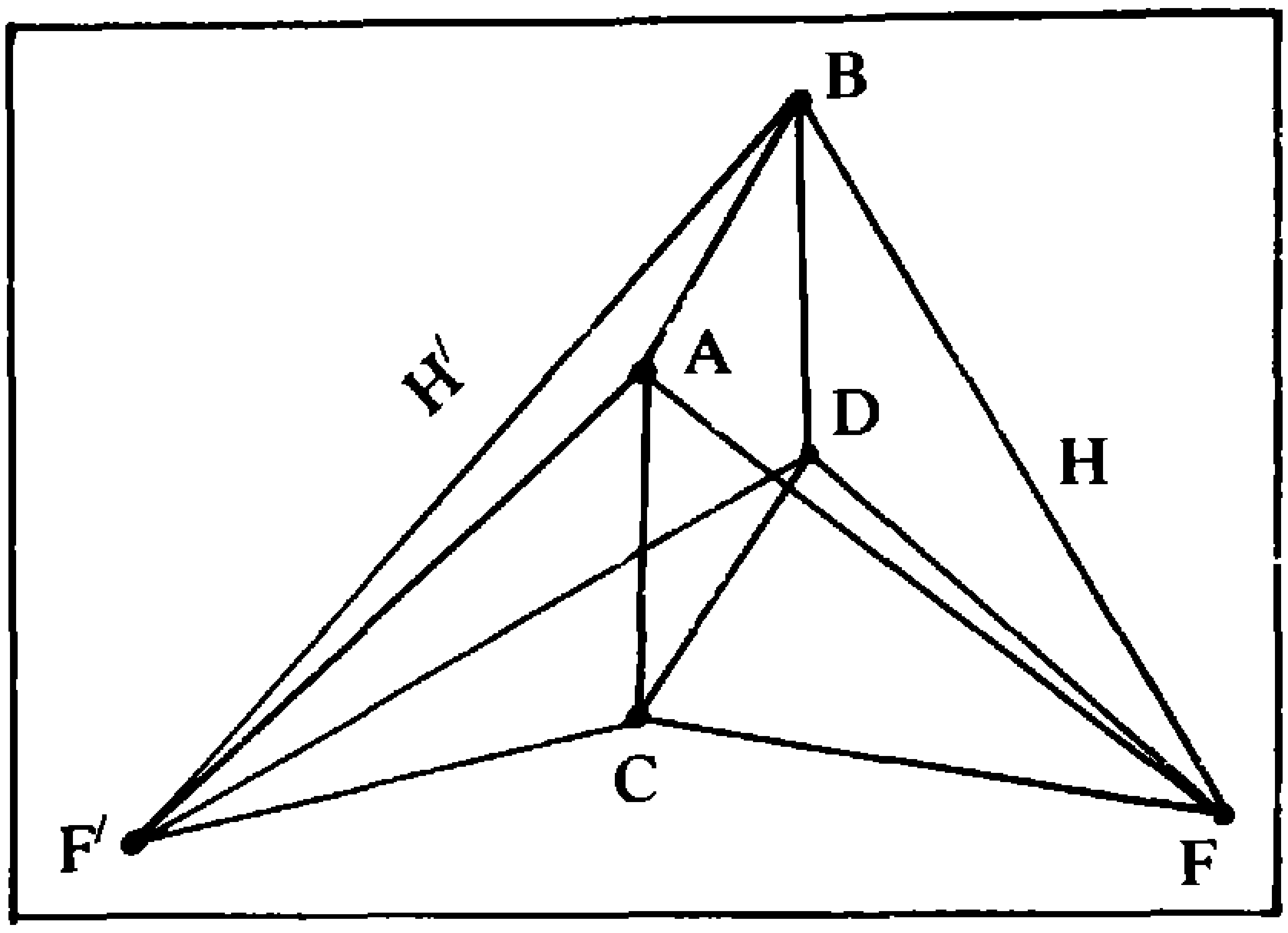
انظر عشوائي ــ عينة عشوائية.

منظوري PERSPECTIVE

● موضع منظوري:

نقول بأن مجموعة نقط S وحزمة مستقيمات H هي في وضع منظوري إذا مر كل مستقيم من H بنقطة من S. ونسمي رأس الحزمة في هذه الحالة مركز المنظورية.

مثال: (انظر الشكل)



الحزمة H ومجموعة رؤوس المربع V تكون موضعاً منظورياً، كذلك H′ و V هي موضع منظوري.

نلاحظ أن F′,F هما مركزا المنظورية.

منظورية **PERSPECTIVITY**

انظر منظوري.

منعزل **ISOLATED**

● **النقطة المنعزلة:**

تسمى النقطة x في المجموعة E بنقطة منعزلة إذا كان هناك جوار U للنقطة x بحيث $U \cap E = \{x\}$.

انظر نقطة ـ نقطة منعزلة.

● **المجموعة المنعزلة:**

هي مجموعة تتكون من نقاط منعزلة. وبصورة أخرى فهي المجموعة التي لا تحتوي على أي من نقط تراكمها. وتعرف **المجموعة المتقطعة** بأنها مجموعة ليس لها أية نقطة تراكم. ولذا فإن أية مجموعة متقطعة تكون بالتالي مجموعة منعزلة ولكن العكس ليس صحيحاً. فمثلاً المجموعة $\{1, {}^1/_2, {}^1/_3, \ldots, 1/n, \ldots\}$ تكون مجموعة منعزلة ولكنها ليست متقطعة.

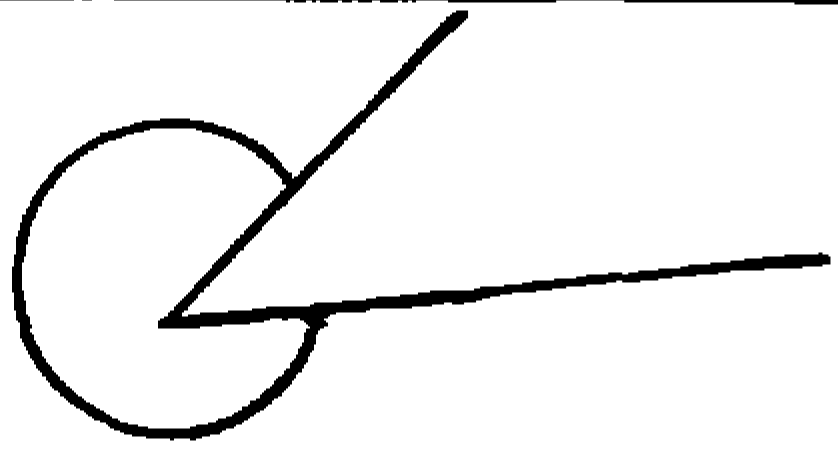
● **النقطة المنفردة المنعزلة لدالة تحليلية:**

انظر منفرد ـ نقطة منفردة لدالة تحليلية.

REFLEX منعكس

● زاوية منعكسة:

زاوية أكبر من 180° وأقل من 360°.



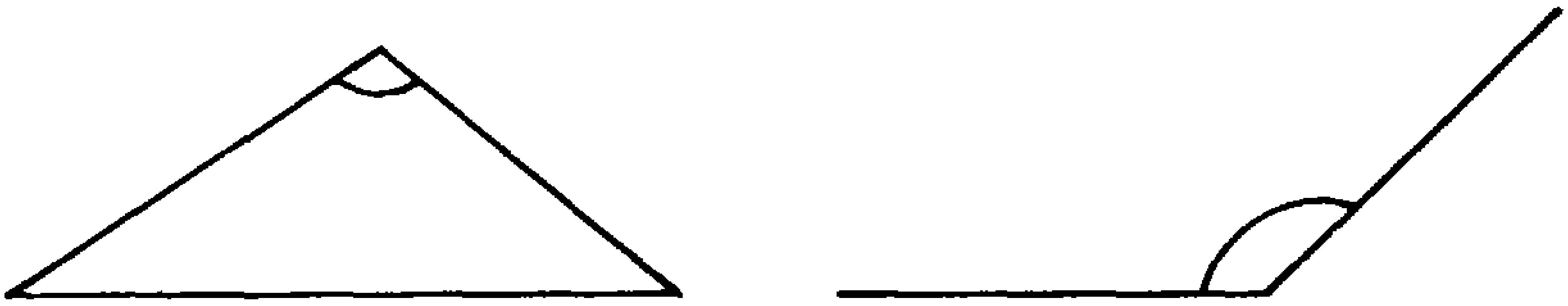
OBTUSE منفرج

● زاوية منفرجة:

هي زاوية أكثر من 90° وأصغر من 180°.

● مثلث منفرج الزاوية:

هو مثلث يحتوي على زاوية منفرجة.



SINGULAR منفرد

● منحنى منفرد على سطح:

هو منحنى C على سطح S بحيث تكون كل نقطة من C هي نقطة منفردة للسطح S.

● مصفوفة منفردة:

هي مصفوفة A بحيث $\det A = 0$.

انظر مصفوفة.

● **نقطة منفردة لدالة تحليلية:**

هي نقطة تكون فيها الدالة (لمتغير عقدي) غير تحليلية بينما يحوي أي جوار لهذه النقطة نقطاً تكون فيها الدالة تحليلية.

● **نقطة منفردة منعزلة:**

هي نقطة z_0 على سطح ريمان الموافق لوجود الدالة والتي تكون فيها الدالة غير تحليلية على أن يوجد على السطح جوار $|z - z_0| < \varepsilon$ للنقطة z_0 تكون فيه الدالة $f(z)$ تحليلية من أجل كل z في هذا الجوار ما عدا z_0 نفسها. وللنقطة المنفردة المنعزلة ثلاثة أنواع:

(1) **نقطة منفردة قابلة للإزالة:** هي نقطة منفردة z_0 لدالة $f(z)$ بحيث نستطيع أن نعرف أو نعيد تعريف الدالة في z_0 بطريقة نجعل فيها الدالة f تحليلية عند z_0.

مثال: إذا كان $f(z) = z$ من أجل $0<|z|<1$ وكان $f(0) = 1$ فإن للدالة f نقطة منفردة قابلة للإزالة.

(2) **قطب:** هي نقطة منفردة منعزلة z_0 بحيث يمكن تمثيل الدالة $f(z)$ بجوارها بالعبارة: $f(z) = \dfrac{\phi(z)}{(z - z_0)^k}$

حيث k هو عدد صحيح موجب، $\phi(z)$ دالة تحليلية في النقطة z_0 و $\phi(z_0)\neq0$. ونسمي k عادة **مرتبة القطب**.

مثال: للدالة $f(z) = \dfrac{z - 1}{(z - 2)^3}$ قطباً في $z_0 = 2$ من المرتبة الثالثة.

● **نقطة منفردة منعزلة جوهرية:**

هي نقطة منفردة منعزلة ليست قطباً وليست نقطة منفردة قابلة للإزالة. إن أي جوار للنقطة المنفردة الجوهرية يحتوي على عدد غير منته من الجذور للمعادلة $f(z) - \alpha = 0$ من أجل أي عدد عقدي منته. α (ما عدا عدد عقدي واحد على الأكثر). وتسمى هذه الحقيقة عادة مبرهنة بيكارد الثانية.

مثـال: النقـطة $z_0 = 0$ هي نقـطة منفـردة منعـزلـة جـوهـريـة للدالة $f(z) = \sin \frac{1}{z}$.

- **نقطة منفردة جوهرية:**

هي أي نقطة منفردة ليست قطباً وليست ذات تفرد قابل للإزالة.

مثال: إن $z_0 = 0$ هي نقطة منفردة جوهرية للدالة $f(z) = tg \frac{1}{z}$ ولكن $z_0 = 0$ ليست نقطة منفردة منعزلة جوهرية لأنها نقطة نهاية لأقطاب f.

- **نقطة منفردة لمنحنى:**

أنظر نقطة ـ نقطة عادية لمنحنى.

- **نقطة منفردة لسطح:**

ليكن لدينا السطح S المعرف بالمعادلات:

$$x = (u,v),\ y = y(u,v),\ z = z(u,v)$$

نقول ان النقطة P هي نقطة منفردة للسـطح S إذا تحققت العلاقـة $H^2 = EG - F^2 = 0$ من أجل هذه النقطة. (انظر سطح ـ معاملات أساسية لسطح). بما أن:

$$H^2 = \left[\frac{\partial(y,z)}{\partial(u,v)}\right]^2 + \left[\frac{\partial(z,x)}{\partial(u,v)}\right]^2 + \left[\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}\right]^2$$

فإنـه ينتج أن: $H^2 \geq 0$ من أجل السطوح والوسطاء الحقيقية. زد على ذلك أن $H^2 > 0$ ما لم تكن اليعقوبيات الثلاثة صفراً.

انظر نظامي ـ نقطة نظامية على سطح.

- **حل منفرد لمعادلة تفاضلية:**

انظر معادلة تفاضلية.

- **تحويل منفرد:**

انظر خطي ـ تحويل خطي.

منفصل DISJOINT

يقال ان المجموعتين A و B منفصلتان إذا لم يوجد أي عنصر مشترك بينهما أي أن $A\cap B = \phi$. ويسمى النظام المكون من أكثر من مجموعتين منفصلاً زوجياً إذا كان كل زوج من المجموعات في النظام منفصلاً.

منقطع DISCONTINUOUS

ليكن X فضاء طوبولوجياً و G زمرة تحويلات تؤثر عليه. نقول أن الفعل منقطع أو أن الزمرة منقطعة إذا تحقق الشرط التالي: لكل نقطة $x\epsilon X$ وكل متتالية $\{a_n\}$ من عناصر G مؤلفة من عناصر مختلفة فإن المتتالية $\{a_nx\}$ لا تتقارب إلى نقطة في X.

- **منقطع فعلياً:**

نقول إن فعل G على X منقطع فعلياً إذا تحققت الشروط التالية:

(1) إذا كانت النقطتان $x,x'\epsilon X$ واقعتين في مدارين مختلفين، (انظر مدار) فإنه يوجد جوار U للنقطة x وجوار U' للنقطة x' بحيث $gU\cap U' = \phi$ لكل $g\epsilon G$.

(2) لكل $x\epsilon X$ تكون زمرة التخاصص G_x منتهية.
انظر **تخاصص**.

(3) لكل $x\epsilon X$ يوجد جوار U مستقر تحت تأثير G_x أي يكون $U\cap gU = \phi$ وذلك لكل $g\epsilon G\backslash G_x$.

منقطع DISCONTINUOUS

- **الدالة المنقطعة:**

هي دالة غير مستمرة.
انظر **انقطاع**.

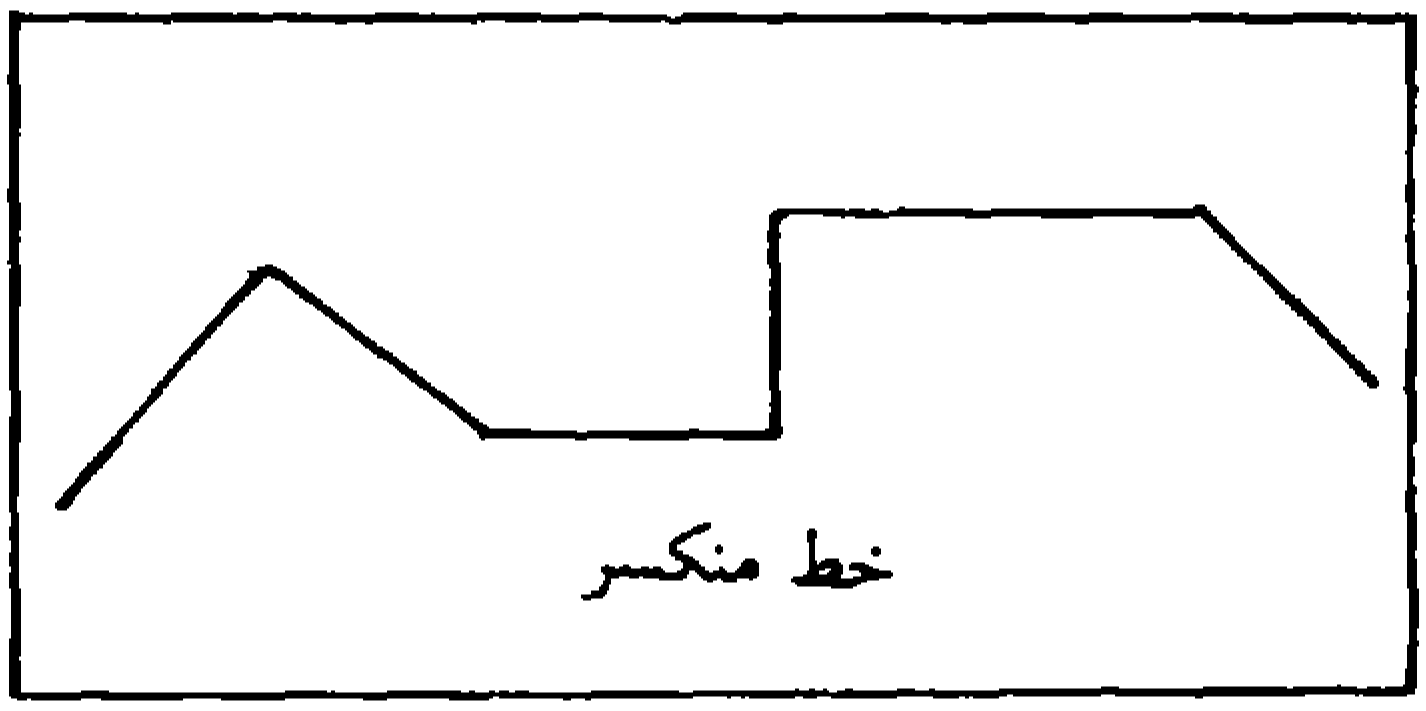
PROTRACTOR **منقلة**

وهي أداة هندسية يتم بواسطتها قياس الزوايا وهي مدرجة عادة بالدرجات أو الغراد.

BROKEN **منكسر**

● خط منكسر:

هو منحنى مؤلف من قطع مستقيمة توصل نقاط منتهاها بحيث لا نحصل على خط مستقيم.



ونشير هنا إلى أننا نعرف طول المنحنى عادة عن طريق تقريب هذا المنحنى بخط منكسر تكون رؤوسه على المنحنى.

AUTOREGRESSIVE **منكفىء ذاتياً**

● متسلسلة منكفئة ذاتياً:

إذا أمكن كتابة المتغير $y = f(t) \equiv y_t$ بالشكل:

$$y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_m y_{t-m} + k$$

فإننا نقول بأن المتغير y يشكل متسلسلة منكفئة ذاتياً. وإذا أردنا أن نكون أكثر تحديداً نقول بأن أية معادلة فرقية في المتغير y تشكل متسلسلة منكفئة ذاتياً.

MODE **منوال (إحصاء)**

● منوال العينة:

القيمة الأكثر تكراراً في مجموعة بيانات. فمثلاً منوال العينة 5 ,4 ,0 ,1− ,5 ,2 ,3 ,1− ,2 ,2 هو 2.

● منوال المجتمع (أو منوال التوزيع):

إذا كان X متغيراً عشوائياً (مستمراً أو متقطعاً) بدالة احتمال f(x) فإن منوال التوزيع هو قيمة $X = m_0$ تجعل $f(m_0)$ قيمة عظمى محلياً أو إطلاقاً. إذا كانت $f(m_0)$ قيمة عظمى محلياً فيعني ذلك وجود أكثر من منوال واحد للتوزيع وحينذاك نقول إن التوزيع متعدد المنوال. إذا كان التوزيع الاحتمالي متناظراً فإن المنوال = الأوسط = الوسط. على فرض أن وسط التوزيع موجود.

مهتز VIBRATING

● معادلة الخيط المهتز:

هي المعادلة $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{T}{\rho}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ ، حيث يمثل x اتجاه مط الخيط، ويمثل y مقدار الإزاحة، ويمثل t متغير الزمن، و T ثابت يمثل التوتر في الخيط الذي يعتبر كبيراً بدرجة كافية لإهمال الجاذبية، و ρ هي كثافة الخيط. أما الشروط الحدودية فهي:

$y = f(x)$ عندما $t = 0$.

$\frac{\partial y}{\partial t} = g(x)$ عندما $t = 0$ حيث $g = 0$ حينما يكون الخيط ساكناً في زمن الصفر.

مؤثر OPERATOR

● مؤثر تفاضلي:

انظر معادلة تفاضلية عادية.

● المؤثر:

هو تطبيق دالة من فضاء متجهات X لآخر Y.

● مؤثر خطي:

نسمي T مؤثراً خطياً إذا تحقق الشرطان:

(1) مجال T الذي نرمز له بـ D(T) هو فضاء متجهات ومداه R(T) محتوى في فضاء متجهات على نفس الحقل العددي.

(2) من أجل أي $x,y \in D(T)$ وأي عدد α فإن:

$$T(x + y) = Tx + Ty$$
$$T(\alpha x) = Tx$$

ونرمز للمؤثر عادة بالرمز $T:D(T) \to Y$.

- **مؤثر خطي محدود:**

نقول ان المؤثر الخطي T محدود إذا كان يوجد عدد حقيقي c بحيث $\|Tx\| \leq c\|x\|$ مهما تكن x من $D(T)$.

- **معيار مؤثر T:**

هو ما نرمز له بـ $\|T\|$ ونعرفه بالعلاقة $\|T\| = \sup \frac{\|Tx\|}{\|x\|}$، حيث نأخذ sup على $x \in D(T)$ و $x \neq 0$.

- **مؤثر قرين:**

ليكن $T:X \to Y$ مؤثراً خطياً محدوداً، حيث Y,X فضاءان معيران. عندئذ نعرف المؤثر القرين $T^{*}:X' \to Y'$ بالعلاقة $f(x) = (T^{*}g)(x) = g(Tx)$، حيث X',Y' هما الفضاءان الثنويان للفضاءين X,Y و $g \in Y'$ و $f \in X'$.

- **مؤثر مفكك للمؤثر T:**

أو اختصاراً مفكك. ليكن لدينا $X \neq \{0\}$ فضاء معير عقدي و $T:D(T) \to X$ هو مؤثر خطي مجاله $D(T) \subset X$. لنعرف أيضاً المؤثر $T_{\lambda} = T - \lambda I$ حيث λ عدد عقدي و I هو المؤثر المحايد على $D(T)$.

فإن المؤثر المفكك للمؤثر T: هو المؤثر $R_{\lambda}(T) = T_{\lambda}^{-1} = (T - \lambda I)^{-1}$ بشرط أن يكون المؤثر المعاكس T_{λ}^{-1} موجوداً.

- **قيمة نظامية لمؤثر:**

هي عدد عقدي λ بحيث يكون $R_{\lambda}(T)$ (R_1) موجوداً؛ $R_{\lambda}(T)$ (R_2) محدوداً؛ $R_{\lambda}(T)$ (R_3) معرفاً على مجموعة كثيفة في X.

- **مجموعة مفككة للمؤثر T:**

هي ما نرمز له بـ $\rho(T)$ ونعني به مجموعة كل القيم النظامية λ للمؤثر T.

● **طيف مؤثر T:**

هو المجموعة المتممة في المستوى العقدي للمجموعة المفككة $\rho(T)$ **للمؤثر** T ونكتب $\sigma(T) = C - (T)$، حيث $\sigma(T)$ ترمز لطيف المؤثر T. ونسمي أي قيمة λ تنتمي للطيف $\sigma(T)$ **قيمة طيفية للمؤثر** T ويمكن تجزئة طيف مؤثر T إلى ثلاث مجموعات منفصلة هي:

(1) **طيف نقطي** (طيف متقطع) $\sigma_p(T)$: هو مجموعة قيم λ التي يكون $R_\lambda(T)$ من أجلها غير موجود. وتسمى λ في هذه الحالة **قيمة ذاتية للمؤثر** T.

(2) **طيف مستمر** σ_c: هو مجموعة قيم λ التي تحقق الشرطين (R_1)،(R_3) ولا تحقق (R_2).

(3) **طيف راسبي** σ_r: هو مجموعة قيم λ التي تحقق الشرط (R_1) ولا تحقق الشرط (R_3). ويمكن للشرط (R_2) أن يتحقق أو لا يتحقق.

نصف قطر طيفي $r_\sigma(T)$ لمؤثر خطي محدود T من فضاء بناخ عقدي X إلى X هو نصف القطر $r_\sigma(T) = \sup\limits_{\lambda \in \sigma(T)} |\lambda|$ لأصغر قرص مغلق مركزه نقطة الأصل في المستوى العقدي لقيم λ ويحتوي على $\sigma(T)$ ونشير هنا إلى أن:

$$r_\sigma(T) = \lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{\|T^n\|}$$

● **مؤثر متلاش:**

نقول ان T هو مؤثر متلاش إذا كان يوجد عدد صحيح موجب m بحيث $T^m = 0$ حيث 0 هو المؤثر الصفري.

● **مؤثر جامد:**

نقول ان T هو مؤثر جامد إذا كان $T^2 = T$.

● **مؤثر خطي متراص:**

ليكن X و Y فضاءين معيرين. فإننا نسمي المؤثر $T{:}X \to Y$ مؤثراً خطياً متراصاً إذا كان:

(1) T خطياً.

(2) من أجل أي مجموعة جزئية محدودة M من X فإن T(M) متراصة نسبياً (أي أن الغلاقة $\overline{T(M)}$ متراصة).

● **مؤثر خطي مستمر تماماً:**

هو نفس مؤثر خطي متراص انظر تحويل، (لأن كلمة تحويل تستخدم أحياناً كثيرة بمعنى مؤثر).

● **مؤثر خطي مغلق:**

ليكن لدينا المؤثر الخطي $T:D(T) \rightarrow H$، حيث $H, D(T) \subset H$ هو فضاء هيلبرت عقدي. عندئذ نقول إن T هو مؤثر مغلق إذا وفقط إذا كان $x_n \rightarrow x[x_n \in D(T)]$ و $Tx_n \rightarrow y$ يقتضي أن $x \in D(T)$ و $Tx = y$.

OPERATOR **مؤثر**

● **المؤثر:**

هو تطبيق T من فضاء متجهات X إلى فضاء Y بحيث نقابل العنصر x من X بالعنصر الوحيد y من Y ونكتب $y = Tx$.

● **مؤثر تفاضلي:**

هو المؤثر T المعرّف على مجموعة الدوال المستمرة في فترة ما I والمعطى بالعلاقة: $Tx(t) = x'(t) = \frac{d}{dt} x(t)$ ونكتب هذا المؤثر للاختصار بالشكل: $\frac{d}{dt}x = Dx$، وهكذا فإن $T \equiv D$.

● **مؤثر تكاملي:**

هو المؤثر $T:C[0,1] \rightarrow c[0,1]$ المعرّف بالعلاقة:

$$y = Tx \equiv \int_0^1 k(t,s)\, x(s)\, ds$$

حيث k هي دالة معطاة تعرف باسم نواة T بحيث تكون مستمرة في المربع المغلق $G = J \times J$ حيث $J = [0,1]$، كما أن C[0,1] هي مجموعة الدوال المستمرة في [0,1].

● المؤثر الخطي T:

هو مؤثر يحقق الخاصتين:

(1) المجال $D(T)$ للمؤثر T هو فضاء متجهات كما أن المدى $R(T)$ يقع في فضاء متجهات على نفس الحقل.

انظر فضاء.

(2) من أجل أي عنصرين $x,y \in D(T)$ وأي عدد سلمي α يكون:

$$T(x + y) = Tx + Ty$$

$$T(\alpha x) = \alpha Tx$$

مثال: المؤثر المعرف بالعلاقة $Tx(t) = \int_a^t x(s)ds$ المعرف على مجموعة الدوال المستمرة في الفترة [a,b] هو مؤثر خطي.

معاكس مؤثر خطي للمؤثر T هو المؤثر الذي يقابل كل عنصر $y_0 \in R(T)$ بالعنصر $x_0 \in D(T)$ الذي يتحقق من أجله $Tx_0 = y_0$ ونكتب $T^{-1}: R(T) \rightarrow D(T)$ ويكون معاكس المؤثر الخطي معرفاً إذا كان المؤثر الأصلي T متبايناً كما أن معاكس المؤثر الخطي إن وجد يكون خطياً.

● مؤثر خطي متراص:

ليكن X و Y فضاءين معيرين، نقول بأن المؤثر $T: X \rightarrow Y$ هو مؤثر خطي متراص أو مؤثر خطي مستمر تماماً إذا كان T خطياً وكانت $T(M)$ صورة المجموعة الجزئية المحدودة $M \subset X$ متراصة نسبياً، أي أن الغلاقة $\overline{T(M)}$ متراصة.

مثال: المؤثر $T: \ell^2 \rightarrow \ell^2$ المعرف بالعلاقة $y = (\eta_j) = Tx$ حيث $\eta_j = \frac{\xi_j}{j}$ $(j = 1,2,...)$ هو مؤثر خطي متراص. ℓ^2 هنا هو فضاء جميع المتتاليات $x = (\xi_j) = (\xi_1, \xi_2, ...)$، بحيث $\sum_{j=1}^{\infty} |\xi_j|^2 < \infty$ وبحيث نعرف عليه معياراً مناسباً.

انظر هيلبرت.

• مؤثر خطي متناظر:

ليكن $T:D(T) \rightarrow H$ مؤثراً خطياً معرفاً بكثافة في فضاء هيلبرت العقدي H. عندئذ نقول بأن T هو مؤثر خطي متناظر إذا تحققت العلاقة $< Tx,y > = x,Ty >$ من أجل جميع $x,y \in D(T)$.

• مؤثر خطي محدود:

ليكن X و Y فضاءين معيرين و $T:D(T) \rightarrow Y$ مؤثر خطي، حيث $D(T) \subset X$. نقول بأن المؤثر الخطي T محدود إذا كان يوجد عدد حقيقي c بحيث $\|Tx\| \leq c\|x\|$ من أجل جميع $x \in D(T)$.

مثال: المصفوفة:

$$i = 1,2,\ldots,m; \quad j = 1,2,\ldots,n \quad A = (a_{ij})$$

تعرف مؤثراً $T:R^n \rightarrow R^m$ بالعلاقة $y = Ax$. هذا المؤثر هو مؤثر خطي محدود.

• مؤثر خطي معرف بكثافة:

نقول بأن المؤثر الخطي T هو مؤثر خطي معرف بكثافة في فضاء هيلبرت H إذا كان مجاله D(T) كثيفاً في H. ونشير هنا إلى أن المؤثر الخطي المعرف بكثافة في فضاء هيلبرت العقدي H يكون متناظراً إذا وفقط إذا كان $< Tx,x >$ حقيقياً من أجل جميع $x \in D(T)$.

• مؤثر رتيب:

هو المؤثر T الذي يكون متناغماً أو متناشزاً.

• مؤثر قرين (T^x):

ليكن $T:X \rightarrow Y$ مؤثراً خطياً محدوداً، حيث X و Y هما فضاءان معيران، عندئذ فالمؤثر القرين $T^x:y' \rightarrow X'$ للمؤثر T يعرف بالعلاقة $f(x) = (T^xg)(x) = g(Tx)$، حيث X' و Y' هما الفضاءان الثنويان للفضاءين X و Y على الترتيب. ويكون المؤثر القرين T^x خطياً ومحدوداً كما أن $\|T\| = \|T^x\|$.

● مؤثر متناشز:

هو المؤثر T الذي يتحقق من أجله $u \le v \Rightarrow Tu \ge Tv$ من أجل جميع $u,v \in D(T)$.

● مؤثر متناغم:

نقول بأن المؤثر T هو مؤثر متناغم إذا كان $u \le v \Rightarrow Tu \le Tv$ من أجل جميع $u,v \in D(T)$.

● مؤثر مستمر:

ليكن $T:D(T) \to Y$ مؤثراً، حيث $D(T) \subset X$ و X مع Y هما فضاءان معيّران. عندئذ يكون المؤثر T مستمراً في $x_0 \in D(T)$ إذا كان يوجد $\delta > 0$ من أجل أي $\varepsilon > 0$ بحيث $\|Tx - Tx_0\| < \varepsilon \Leftarrow \|x - x_0\| < \delta$ من أجل أي عنصر $x \in D(T)$ ويكون المؤثر الخطي T مستمراً إذا وفقط إذا كان T محدوداً.

● مؤثر مقترن ذاتياً:

هو مؤثر خطي محدود $T:H \to H$ (حيث H هو فضاء هيلبرت) بحيث يكون $T^* = T$ ويسمى هذا المؤثر عادة مؤثر هرميتي. أما إذا كان T^{-1} موجوداً وكان $T^* = T^{-1}$ فإن T يسمى المؤثر الوحدي ويسمى المؤثر T «المؤثر المعتدل» إذا كان $TT^* = T^*T$.

● مؤثر هيلبرت القرين:

ليكن $T:H_1 \to H_2$ مؤثراً خطياً محدوداً، H_1 و H_2 هما فضاءا هيلبرت. عندئذ فإن مؤثر هيلبرت القرين T^* للمؤثر T هو المؤثر $T^*:H_2 \to H_1$ بحيث تتحقق العلاقة $< x,T^*y > = < Tx,y >$ من أجل جميع $x \in H_1$, $y \in H_2$.

● مجال المؤثر:

هو مجال تعريف المؤثر T وهو مجموعة جزئية من الفضاء X ونرمز له عادة $D(T)$.

● مدى المؤثر:

هو مجموعة العناصر y من y المعرفة بالعلاقة $y = Tx$ ونرمز لها عادة بـ $R(T)$، ومن الواضح أن $R(T) = T(D(T))$ كما نكتب $T:D(T) \to R(T)$.

● معيار مؤثر خطي T:

هو عدد نرمز له بـ F ونعرفه بالعلاقة:

$$\|T\| = \sup_{\substack{x \in D(T) \\ x \neq 0}} \frac{\|Tx\|}{\|x\|}$$

حيث $\|Tx\|$ هو المعيار المعرف في مدى المؤثر و $\|x\|$ هو المعيار المعرف في مجال المؤثر و sup f ترمز إلى عظوم f.

DEFERRED **مؤجل**

● **الدفعة السنوية المؤجلة والتأمين على الحياة:**

انظر دفعة سنوية؛ تأمين ـ التأمين على الحياة.

INDICATOR **مؤشِّر**

● **مؤشر العدد الصحيح:**

انظر أويلر ـ دالة φ أويلر.

SIGNED **مؤشر**

● **قياس مؤشر:** انظر قياس ـ قياس مجموعة.

● **أعداد مؤشرة:** الأعداد الموجبة والسالبة ـ مرادفها أعداد موجهة.

COMPOUND **مؤلف**

● **حدث مؤلف:** انظر حدث ـ حدث مؤلف.

● **عدد مؤلف:**

هو مجموع عددين تعينيين أو أكثر على أن تكون وحداتها من نفس النوع. مثلاً: 7 أقدام و 5 بوصات. 6 باوندات و 3 أونصات.

● **مقدار مؤلف أو فائدة مؤلفة:** انظر فائدة.

موازاة PARALLELIZATION

الموازاة على منطو تفاضلي M هو مجموعة مرتبة من حقول المتجهات الشاملة $X_1, X_2, .., X_n$ بحيث تكون هذه الحقول مستقلة خطياً. ويمثل العدد n بعدية المنطوى. ونقول عن المنطوى M إنه قابل للموازاة إذا استطعنا تعريف موازاة عليه. فالفضاء الاقليدي R^n مثلاً قابل للموازاة. ومن بين الكرات:

$$S^n = \{ (x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}) \in R^{n+1} | x_1^2 + \ldots + x_{n+1} = 1 \}$$

فإننا نعرف أن الكرات S^7, S^3, S^1 قابله للموازاة. كما أنه من المعروف أنه إذا كان المنطوى M ذو البعدية n قابلاً للموازاة فإن رزمة مماسة TM تكون مماثلة تفاضلياً للمنطوى $(M \times R^n)$.

موافق التغير COVARIANT

● دلال موافق التغير، دلائل، موتر، حقل متجهات:

انظر دلال، موتر ــ موتر موافق التغير، متجه ــ حقل متجهات موافق التغير.

● مشتق ستوكس الموافق التغير:

إذا كان $t_{a_1 a_2 \ldots a\rho}(x^1, \ldots, x^n)$ حقل موترات متناوب موافق التغير، فإننا نسمي حقل الموترات الموافق التغير من الرتبة p + 1 المعرف كما يلي:

$$t_{a_1 a_2 \ldots a\rho/\beta} = \frac{\partial t_{a_1 \ldots a_\rho}}{\partial x^\beta} - \sum_{r=1}^{n} \frac{\partial t_{a_1 \ldots a_{n-1} \beta a_{r+1} \cdots a_\rho}}{\partial x^{ar}}$$

إننا نسميه مشتق ستوكس الموافق التغير للحقل $t_{a_1 \ldots a\rho}$ والجدير بالذكر أن $\tau t_{a_1 \ldots a\rho/\beta}$ هو متناوب أيضاً. ووفقاً لهذا التعريف يصبح الشكل المعمم لبرهنة ستوكس كما يلي:

$$\int_{B_p} \ldots \int t_{a_1 \ldots a_p} es^{a_1} \ldots dx^{a_p}$$
$$= \int_{V_{p+1}} \ldots \int t_{a_1} \ldots a_{p/\beta} \, dx^{a_1} \ldots dx^{a_p} \, dx^{\beta}$$

ومن المعروف أن مفاضلة ستوكس الموافقة التغير لا تعتمد على حقل موترات المقاس g_{ij}.

● مشتق موافق التغير لموتر:

المشتق الموافق التغير للموتر $t^{a_1 \ldots a_p}_{b_1 \ldots b_q}$ هو الموتر:

$$t^{a_1 \ldots a_p}_{b_1 \ldots b_{q,j}} = \frac{\partial t^{a_1 \ldots a_p}_{b_1 \ldots b_q}}{\partial x_j} - \sum_{r=1}^{q} t^{a_1 \ldots a_p}_{b_1 \ldots b_{r-1}} {}_{b_{r+1} \ldots b_q}^{\;\;i} \{b_r\, j\}$$

$$+ \sum_{r=1}^{p} t^{a_1 \ldots a_{r-1}\; i\; a_{r+1} \ldots a_p}_{b_1 \ldots b_q} \left\{ {a_r \atop ij} \right\}$$

حيث $\{ {}_{j}{}^{i}{}_{h} \}$ مصطلح كريستوفل من النوع الثاني (في المعادلة أعلاه نستعمل اصطلاح التجميع) يكون الموتر $t^{a_1 \ldots a_p}_{b_1 \ldots b_{q,j}}$ مخالف التغير من الرتبة P وموافق التغير من الرتبة $q + 1$. ونشير هنا إلى أن المفاضلة الموافقة التغير غير تبديلية. مثلاً $t^i{}_{,j,k} \neq t^i{}_{,k,j}$ بشكل عام، وذلك لأن:

$$t^i{}_{,j,k} - t^i{}_{,k,j} = R^i_{rjk}\, t^r$$

حيث R^i_{jkp} موتر ريمان ــ كريستوفل. إذا كان $t_i(x^1, \ldots, x^n)$ موتراً موافق التغير من الرتبة 1 (أي حقل موافق التغير) فإن المشتق الموافق التغير للموتر t_i يكون:

$$t_{i,j} = \frac{\partial t_i}{\partial x^j} - \left\{ {\sigma \atop ij} \right\} t_\sigma$$

وهو موتر موافق التغير من الرتبة 2. إذا كان $t^i(x^1, \ldots, x^n)$ موتراً مخالف التغير من الرتبة 1 (أي حقل متجهات مخالف التغير) فإن المشتق الموافق التغير للموتر t^i يكون:

$$t^i{}_{,j} = \frac{\partial t^i}{\partial x^j} + \left\{ {i \atop \sigma j} \right\} t^\sigma$$

وهو موتر مخالف التغير من الرتبة 1 وموافق التغير من الرتبة 1. في

الاحداثيات الديكارتية وفي الحقول السلمية تتساوى المفاضلة الموافقة التغير مع المفاضلة العادية.

انظر مخالف التغير ـ مشتق مخالف التغير لموتر.

موبيوس، أوغست فرديناند MOBIUS, AUGUST FERDINAND (1790-1868)

عالم ألماني في الهندسة والطوبولوجيا ونظرية الأعداد وعلم الإحصاء وعلم الفلك.

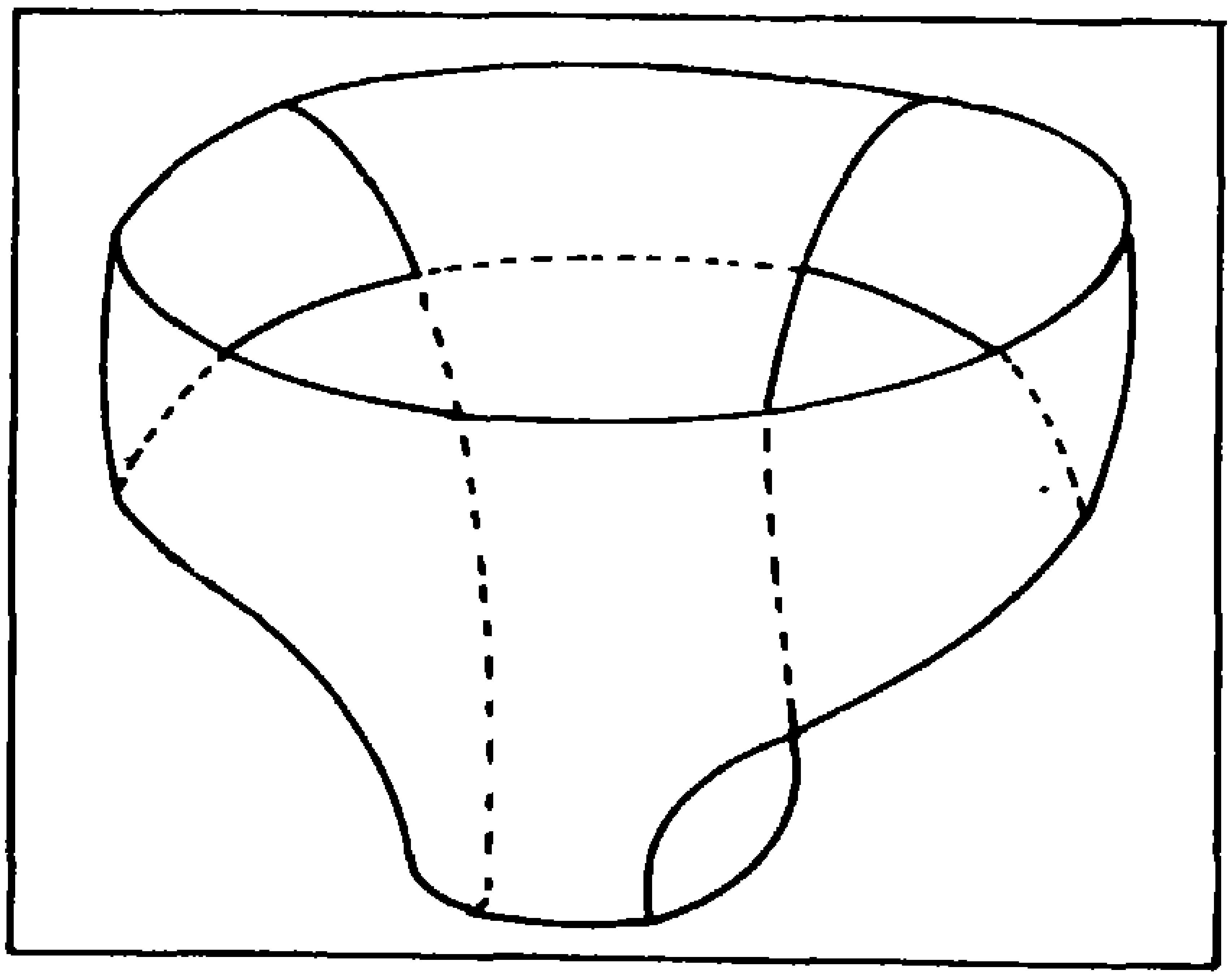
● **تحويل موبيوس:**

هو تحويل في المستوى العقدي على الشكل: $W = \frac{az + b}{cz + d}$

حيث $ad - bc \neq 0$.

● **رباعيا وجوه موبيوس:**

نقول بأن رباعيي الوجوه T_1, T_2 هما رباعيا وجوه موبيوس إذا كان كل رأس من رؤوس الرباعي T_1 يقع على وجه من وجوه T_2 وكل رأس من رؤوس T_2 يقع على وجه من وجوه T_1.

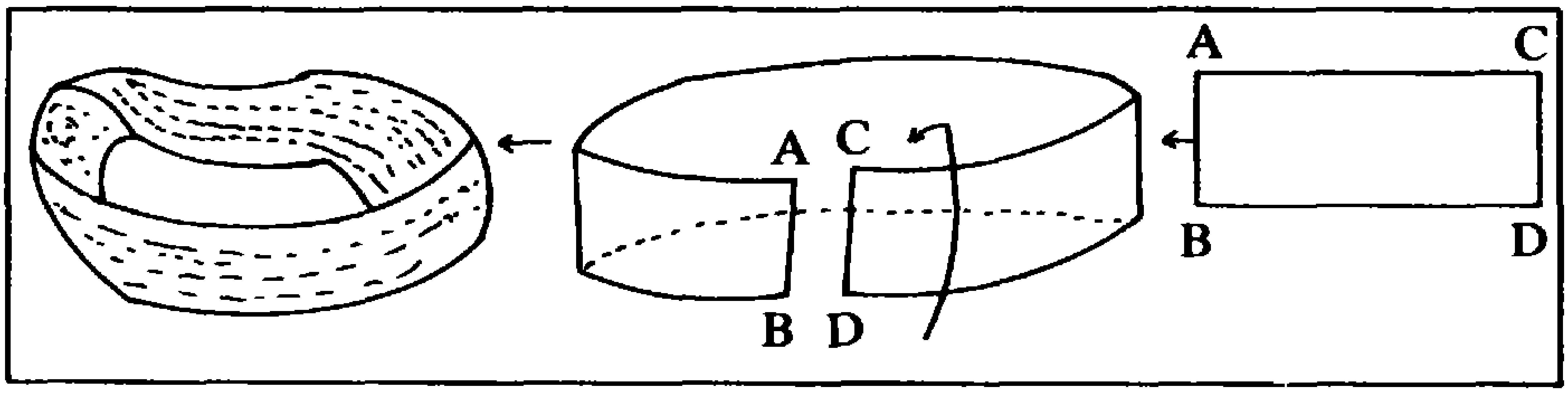


● **سروال موبيوس:**

هو سطح غير قابل للتوجيه ومبين على الشكل.

● **شريط (حزام، سطح) موبيوس:**

هو سطح نحصل عليه من شريط على شكل مستطيل كما هو مبين في الشكل التالي حيث نطبق D على A و C على B.



ولهذا السطح أهمية خاصة ويحقق خاصتين مهمتين غريبتين:

(أ) هذا السطح ذو وجه واحد إذ لو بدأنا من نقطة ما M على هذا السطح وسرنا مبتعدين عنها فإننا سنعود إليها.

انظر سطح ـ سطح ذو وجه واحد.

(ب) إذا قطعنا هذا السطح وفق الخط المركزي فإننا لا نحصل على قطعتين بل على قطعة واحدة. أما إذا كررنا القطع فإننا سنحصل على حلقتين متداخلتين.

أما المعادلات الوسيطية لسطح موبيوس، فهي:

$$x = (a + \alpha \cos \phi) \cos 2\phi$$

$$y = (a + \alpha \cos \phi) \sin 2\phi$$

$$z = \alpha \sin \phi$$

حيث a هو عدد حقيقي موجب ϕ تتغير في الفترة $(-\infty, +\infty)$ بينما α تتغير في الفترة $[-\ell, \ell]$ حيث $0<\ell<a$.

موتر **TENSOR**

الموتر هو كائن مجرد له نظام من المركبات المحددة في كل نظام احداثي بحيث أننا لو غيرنا الاحداثيات لخضع الموتر لقانون تحويل من طبيعة معينة. ولنكن أكثر دقة نأخذ $A^{pq...t}_{jk...m}$ واحدة من مجموعة دوال بمتغيرات $x^1, x^2, ..., x^n$ حيث يمكن لكل دليل أن يأخذ أياً من القيم $1,2,...,n$ علماً بأن عدد الأدلة العليا هو r والأدلة السفلى s. نحصل بذلك على n^{r+s} من الكميات هي مركبات موتر من مرتبة $r + s$ إذا كانت هذه الكميات تتحول وفقاً للقانون:

$$A'^{\,pq\ldots t}_{\,jk\ldots m} = A^{ab\ldots d}_{ef\ldots h} \frac{\partial x'^p}{\partial x^a} \cdots \frac{\partial x'^t}{\partial x^d} \frac{\partial x^e}{\partial x'^j} \cdots \frac{\partial x^h}{\partial x'^m}$$

(x'^i هي المركبات في النظام الجديد). حيث نستعمل اصطلاح التجميع للأدلة $a,b,\ldots,d$ و $e,f,\ldots,h$. (انظر تجميع ـ اصطلاح التجميع). نسمي هذا الموتر **مخالف التغير** من المرتبة r و**موافق التغير** من المرتبة s.

الأدلة العليا تسمى **الأدلة المخالفة التغير** والأدلة السفلى **الأدلة الموافقة التغير**. (انظر موتر مخالف التغير وموتر موافق التغير أدناه). عندما نريد أن نميز الموتر المعرف عند نقطة من الموتر المعرف على منطقة نسمي الأول **موترا** بينما نسمي الثاني **حقل موترات** أو **حقل موترات مطلق** لتمييزه عن حقل الموترات النسبي.

الحقل السلمي هو حقل موترات مخالف التغير وموافق التغير من المرتبة صفر (أي أن له مركبة واحدة لا تتغير بتغير النظام الاحداثي).

انظر حقل موترات نسبي من الوزن w.

● **تحليل موترات أو تحليل موتري:**

هو دراسة كائنات ولها مركبات لها قوانين تحويل متميزة. ويتعلق هذا الحقل بالهندسات الريمانية وغير الريمانية بما في ذلك نظرية السطوح في الفضاءات الإقليدية وغير الإقليدية.

● **تركيب الموترات أو الجداء الداخلي للموترات:**

انظر داخلي ـ جداء داخلي للموترات.

● **تفرق موتر:** انظر تفرق.

● **تقلص موتر:** انظر تقلص.

● **جداء الموترات:**

جداء الموترين $B^{d_1\ldots d_p}_{j_1\ldots j_q}$, $A^{a_1\ldots a_n}_{i_1\ldots i_m}$ ، هو الموتر:

$$C^{a_1\ldots a_n\, b_1\ldots b_p}_{i_1 1\ldots i_m\, j_1\ldots j_q} = A^{a_1\ldots a_n}_{i_1\ldots i_m} \; B^{b_1\ldots b_p}_{j_1\ldots j_q}$$

كما يسمى ذلك بـ الجداء الخارجي.

● جمع وطرح الموترات:

إذا كان لدينا موتران $A^{i_1\cdots i_p}_{j_1\cdots j_q}$ و $B^{i_1\cdots i_p}_{j_1\cdots j_q}$ لهما نفس العدد من الأدلة المخالفة التغير ونفس العدد من الأدلة الموافقة التغير فإن مجموعهما هو الموتر $T^{i_1\cdots i_p}_{j_1\cdots j_q}$، بحيث:

$$T^{i_1\cdots i_p}_{j_1\cdots j_q} = A^{i_1\cdots i_p}_{j_1\cdots j_q} + B^{i_1\cdots i_p}_{j_1\cdots j_q}$$

والفرق بينهما هو الموتر:

$$S^{i_1\cdots i_p}_{j_1\cdots j_q} = A^{i_1\cdots i_p}_{j_1\cdots j_q} - B^{i_1\cdots i_p}_{j_1\cdots j_q}$$

● موتر عددي:

هو موتر له نفس المركبات في كل الأنظمة الإحداثية. مثلاً كرونكر دلتا δ^i_j وكرونكر دلتا المعممة هي موترات عددية.

● حقل موترات متعدد النقاط:

هو حقل موترات معمم تعتمد مركباته على احداثيات نقطتين أو أكثر. مثلاً المسافة (لنقل فضاء إقليدي) هي حقل سلمي ثنائي النقاط.

● حقل موترات نسبي من وزن W:

ويختلف تعريفه عن تعريف حقل الموترات بوجود اليعقوبي $\left|\frac{\partial x^i}{\partial x'^j}\right|$ إلى القوة w كعامل في الجانب الأيمن من قانون التحويل. حقل الموترات النسبي من وزن 1 يسمى كثافة موترية. رمز إبسلن $\varepsilon^{i_1 i_2\cdots i_n}$ هو حقل موترات نسبي من وزن 1 أو كثافة موترية. وتوجد العلاقة التالية بين مركبات الحقل السلمي من وزن 1 (كثافة سلمية): $s^1(x^{11}, \ldots, x^{1n}) = \left|\frac{\partial x^i}{\partial x'^j}\right| s(x^1, \ldots, x^n)$

إذا كانت t_{ij} مركبات حقل موترات موافق التغير وإذا كانت $t = |t_{ij}|$ فإن $\sqrt{t}$ كثافة سلمية.

● **مركبات موتر الإجهاد:**

انظر مركبة.

● **كثافة موترية:**

انظر حقل موترات نسبي من وزن w أعلاه.

● **المشتقات المخالفة التغير والمشتقات الموافقة التغير لموتر:**

انظر مخالف التغير وموافق التغير.

● **موتر اينشتين:**

انظر ريتشي ــ موتر ريتشي.

● **موتر التقوس لريمان ــ كريستوفل:**

انظر ريمان.

● **موتر الجهد:**

انظر جهد.

● **موتر ريتشي:**

انظر ريتشي.

● **موتر متناظر:**

عندما نستبدل أحد الأدلة الموافقة التغير (أو المخالفة التغير) بآخر فإن كل مركبة تبقى كما هي ونقول إن الموتر متناظر بالنسبة لهذين الدليلين نقول إن الموتر متناظر إذا كان كذلك بالنسبة إلى كل دليلين مخالفي التغير وكل دليلين موافقي التغير.

● **موتر متناظر تخالفياً:**

عندما نستبدل أحد الأدلة الموافقة التغير (أو المخالفة التغير) بآخر فإن إشارة كل مركبة تتغير ونقول إن الموتر متناظر التغير بالنسبة إلى هذين الدليلين. نقول إن الموتر متناظر تخالفياً إذا كان كذلك بالنسبة لكل دليلين مخالفي التغير وكل دليلين موافقي التغير.

● **موتر مخالف التغير:**

هو موتر له أدلة مخالفة التغير فقط. إذا كان عدد الأدلة r فهو موتر مخالف

التغير من المرتبة r. إذا كانت المتغيرات x^1,x^2,x^3 فإن التفاضلات dx^1,dx^2,dx^3 هي مركبات موتر مخالف التغير من المرتبة 1 (أي المتجه مخالف التغير) لأن:

$$dx'^i = \frac{\partial x'^i}{\partial x^j} dx^j = \frac{\partial x'^i}{\partial x^1} dx^1 + \frac{\partial x'^i}{\partial x^2} dx^2 + \frac{\partial x'^i}{\partial x^3} dx^3 \quad i = 1,2,3$$

● **موتر مختلط:**

هو موتر فيه أدلة مخالفة التغير وأدلة موافقة التغير.

● **موتر المقاس الأساسي:**

انظر ريمان ــ فضاء ريماني.

● **موتر موافق التغير:**

هو موتر له أدلة موافقة التغير فقط. إذا كان عدد الأدلة s فهو موتر موافق التغير من المرتبة s. تدرج الدالة هو موتر موافق التغير من المرتبة 1 (أي متجه موافق التغير). إذا كانت الدالة هي $f(x^1,x^2,x^3)$ فإن مركبات الموتر هي $\frac{\partial f}{\partial x^i}$ ، $i = 1,2,3$ ونحن نعرف أن:

$$\frac{\partial f}{\partial x'^i} = \frac{\partial f}{\partial x^j} \frac{\partial x^j}{\partial x'^i} = \frac{\partial f}{\partial x^L} \frac{\partial x^1}{\partial x'^i} + \frac{\partial f}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial x'^i} + \frac{\partial f}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial x'^i}$$

● **موترات متشاركة:**

نقول عن موتر أنه متشارك مع الموتر $T^{i_1 \ldots i_p}_{j_1 \ldots j_q}$ أو مشارك له إذا كان بالإمكان الحصول عليه من $T^{i_1 \ldots i_p}_{j_1 \ldots j_q}$ بواسطة وضع أي عدد من الأدلة العليا والسفلى وذلك عن طريق متسلسلة من عمليات الجداء من الشكل:

$$g^{iT} T^{i_1 \ldots i_p}_{j_1 \ldots T \ldots i_q}$$

أو من الشكل $g_{jT} T^{i_1 \ldots T \ldots i_q}_{j_1 \ldots j_q}$ ، حيث أن g_{ij} هو موتر المقاس الأساسي و g^{ij} تساوي $\frac{1}{g}$ ضرب متعامل g_{ij} في المعين g.

موجب POSITIVE

● زاوية موجبة:

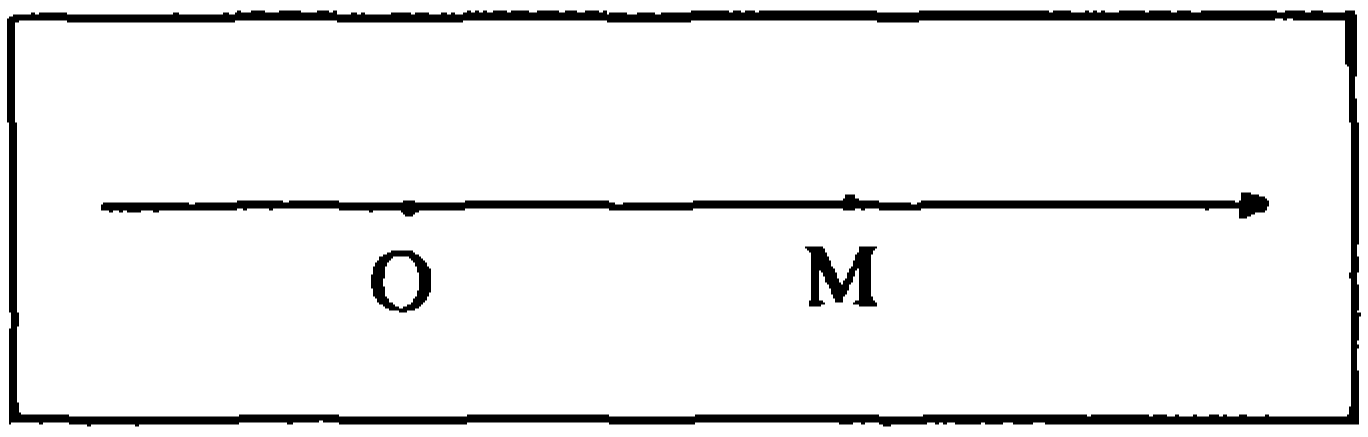
انظر زاوية.

● ترابط موجب:

انظر ترابط.

● عدد موجب:

الأعداد الموجبة والسالبة تستخدم للإشارة إلى أن عدداً ما من الوحدات يؤخذ باتجاه يوافق الاتجاه المصطلح عليه أو يخالفه. فإذا كان لدينا المستقيم Δ ونقطة ثابتة O وأردنا أن نحدد موقع نقطة أخرى M فإنه لا يكفي أن نحدد بعد M عن O وإنما يجب أن نشير إلى الجهة التي تقع فيها M. وهكذا نختار اتجاهاً اصطلاحياً، فإذا كان الانتقال من O إلى M يوافق الاتجاه الاصطلاحي أرفقنا بعد M عن O إشارة + وإذا كان يعاكس أرفقنا ببعد M عن O إشارة − للدلالة على الجهة التي تقع فيها M وهكذا نحصل على الأعداد الموجبة والسالبة.



● جزء موجب لدالة:

لتكن f(x) دالة مداها مجموعة من الأعداد الحقيقية. عندئذٍ فإن الجزء الموجب للدالة f والذي يرمز له بـ $f^{+}(x)$ يساوي f(x) إذا كان $f(x) \geq 0$ ويساوي الصفر إذا كان $f(x) < 0$.

● جزء سالب لدالة:

ويرمز له بالشكل $f^{-}(x)$ ويعرف كما يلي:

$$f^{-}(x) = \begin{cases} 0 & (f(x) > 0) \\ -f(x) & (f(x) \leq 0) \end{cases}$$

وفي جميع الحالات لدينا:

$$f(x) = f^{+}(x) - f^{-}(x)$$

$$|f(x)| = f^{+}(x) - f^{-}(x)$$

● إشارة موجبة:

وهي الإشارة + المرفقة بكمية ما.

انظر زائد.

موجة WAVE

معادلة الموجة هي المعادلة التفاضلية الجزئية:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}-\frac{1}{C^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$$

حيث C ثابت يمثل سرعة انتشار التشويش الدوري. وتتحقق هذه المعادلة، في نظرية الصوت بكمون السرعة (في الغاز المثالي). وتتحقق في نظرية الاهتزازات المرنة بكل من مركبات الإزاحة. كما تتحقق في النظرية الكهربائية أو الكهرطيسية بواسطة كل مركبة من متجه القوة الكهربائية أو متجه القوة المغناطيسية.

● طول الموجة:

عند تمثيل الموجة بواسطة دالة مثلثاتية، يعرف طول الموجة بأنه طول دورة الدالة المثلثاتية.

انظر دور ــ دور دالة مثلثاتية.

موجّه DIRECTED

● الزاوية الموجهة:

انظر زاوية.

● الخط الموجه (أو القطعة المستقيمة الموجهة):

هو خط (أو قطعة مستقيمة) حددنا فيه (أو فيها) اتجاهاً ما موجباً وعكسه سالباً. ويمكن وصف الاتجاه بتعيين نقطتين مختلفتين ثم تحديد أي منهما تسبق الأخرى. وفي حالة القطعة المستقيمة تؤخذ النقطتان عند طرفي القطعة. وهاتان النقطتان تعينان متجهاً نقطة ابتدائه النقطة الأولى ونقطة انتهائه النقطة الثانية.

● الأعداد الموجهة:

هي الأعداد التي لها إشارة موجبة كانت أو سالبة. والإشارة السالبة للعدد تحدد بأن قياسه يجب أن يكون هندسياً في اتجاه مضاد لقياس الأعداد ذات الإشارة الموجبة عند اعتبارها كنقاط على الخط الحقيقي. وتسمى هذه الأعداد الموجهة أحياناً بالأعداد الجبرية أو المؤشرة.

انظر موجب ــ عدد موجب.

● المجموعة الموجهة:

انظر مور ــ تقارب مور.

موحّد الزمن **TAUTOCHRONE**

---

(1) منحنى متواقت أي دويري.

(2) بالنسبة لعائلة منحنيات تمر خلال نقطة معينة P وبالنسبة لعدد موجب معين c فهو المنحنى الذي يقطع كل من المنحنيات في النقطة التي يصلها جسيم منزلق على هذه المنحنيات مبتدئاً من النقطة P وبزمن c.

مور، الياكيم (هاستيغس) **MOORE, ELIAKIM HASTINGS (1862-1932)**

رياضي أميركي اهتم في حقول التحليل والجبر ونظرية المجموعات. وقد برز عدد من الذين تتلمذوا عليه للحصول على الدكتوراه من بينهم مور (د. ل.) وهو لا يتصل بأية قرابة مع مور أ. هـ الذي يعنينا هنا.

● تقارب مور ــ سميث:

نعرف **المجموعة الموجهة** بأنها مجموعة D مرتبة على النحو التالي: توجد علاقة معينة تحققها بعض الأزواج (a,b) من D×D (وفي هذه الحالة نكتب ذلك على النحو a≥b) وبحيث تحقق هذه العلاقة الخواص التالية: (1) a≥a و (2) إذا كان a≥b و b≥c فإن a≥c؛ و (3) إذا كان a,b∈D فإنه يوجد d∈D بحيث d≥a و d≥b وذلك لجميع قيم a,b,c∈D.

ويسمى كل تطبيق من مجموعة موجهة إلى المجموعة S بشبكة في S.

ولما كانت مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة مجموعة موجهة، فإن كل متتالية في S تكون شبكة في S. وتعتبر عائلة كل المجموعات المفتوحة في فضاء طوبولوجي X مثالاً مهماً كمجموعة موجهة إذا كان U≥V يعني U⊂V.

لتكن D مجموعة موجهة ولتكن ϕ شبكة أي تطبيق من D إلى الفضاء الطوبولوجي X فإننا نقول إن ϕ تكون أخيراً في مجموعة جزئية U من X إذا كان هناك aϵD بحيث إذا كان bϵD و b≥a فإن ϕ(b)ϵU كما نقول ان ϕ تكون تكراراً في U إذا كان لكل aϵD يوجد bϵD بحيث b≥a و ϕ(b)ϵU. وتسمى مجموعة كل العناصر aϵD والتي تحقق الشرط ϕ(a)ϵU بأنها مجموعة متواترة من D.

وتتقارب الشبكة ϕ لنقطة xϵX إذا وفقط إذا كانت ϕ أخيراً في كل جوار للنقطة x. وينتج عن هذا أن النقطة x تكون نقطة تراكم للمجموعة V إذا وفقط إذا كانت هناك شبكة في V تتقارب للنقطة x. ويكون كل فضاء طوبولوجي فضاء هاوسدورف إذا وفقط إذا كان لا يوجد أية شبكة تقترب لأكثر من نقطة.

انظر تام ــ فضاء تام؛ انظر مرشحة.

MOORE, ROBERT LEE (1882-1974) مور، روبرت لي

هو عالم أميركي في الطوبولوجيا. وبالإضافة إلى النتائج الرئيسية التي حصل عليها في الطوبولوجيا فقد اشتهر أيضاً في طريقة تدريسه المتميزة والتي تعتمد على أن يقوم الطالب بنفسه (بعد إعطائه التعاريف اللازمة) بإثبات جميع المبرهنات المعطاة في المقرر. ولقد تتلمذ على يديه العديد من مشاهير الطوبولوجيين المعاصرين.

● **فضاء مور:**

هو فضاء طوبولوجي S تكون فيه متتالية G_n تحقق الشروط التالية:

(1) إن أي G_n هي مجموعة من المجموعات المفتوحة التي تكون عند اتحادها S. وبصورة أوضح تكون كل G_n غطاء للفضاء S.

(2) من أجل أي n فإن G_{n+1} هي مجموعة جزئية من G_n.

(3) إذا كانت x و y نقطتين من مجموعــة مفتوحة R وكانت $x \neq y$ فإنه يوجد n بحيث يتحقق الشرط التالي: «إذا كان U أي عنصر من G_n بحيث يحتوي على x فإن علاقة U تكون محتواة في R ولا تحتوي y.

مورس، مارستون — MORSE, MARSTON (1892-)

عالم رياضي برز في علم حسبان التغيرات والمعادلات التفاضلية.

● مبرهنة مورس:

هي تعميم لمبرهنة شتورم من أجل جمل المعادلات التفاضلية. وتنص مبرهنة مورس على ما يلي: لتكن لدينا المعادلتان:

$$(P_1(t)x')' + Q_1(t)x = 0 \qquad (1)$$

$$(P_2(t)x')' + Q_2(t)y = 0 \qquad (2)$$

حيث P_1,Q_1، P_2,Q_2 مصفوفات تحقق الشروط التالية:

$$0 < p_1 \leq p_2 \quad , \quad Q_1 \geq Q_2$$

$$P_{1,2} = P^*_{1,2} \quad , \quad Q_{1,2} = Q^*_{1,2}$$

فإن (2) تكون غير مترافقة عندما (1) غير مترافقة في فترة I حيث نفهم العلاقة $P \geq Q$ على أن المصفوفة $P-Q$ هي مصفوفة موجبـة بالتحـديد أي $<(P-Q)x, x> \geq 0$ من أجل أي متجه x مغاير للصفر.

انظر مصفوفة.

مورق

نعبر عن المنطوى التفاضلي M أنه مورق إذا كان على M توريق $\mathcal{J}$.

انظر توريق.

موريرا، جياتشينتو MORERA, GIACINTO (1856-1909)

هو عالم إيطالي في التحليل والفيزياء الرياضية.

● مبرهنة موريرا:

تنص على أنه إذا كانت الدالة f للمتغير العقدي z مستمرة في مجال منته D بسيط الاتصال ويحقق $\int_c f(z)dz = 0$ من أجل أي منحنى مغلق قابل للقياس في D. عندئذٍ فإن f(z) هي دالة تحليلية في المجال D. وتعتبر هذه المبرهنة عكس مبرهنة كوشي التكاملية.

موزّن

● وسط موزّن:

انظر وسط.

موسّع AUGMENTED

● مصفوفة موسعة:

انظر مصفوفة.

موشور PRISM

هو كثير وجوه له وجهان متقابلان ومتطابقان نسميها القاعدتين. أما الوجوه الأخرى فتسمى الوجوه الجانبية وهي عبارة عن متوازيات أضلاع نحصل عليها بوصل الرؤوس المتقابلة في القاعدتين. أما مستقيمات تقاطع الوجوه فتسمى أحرف الموشور.

● قطر الموشور:

هو أي قطعة مستقيمة تصل بين رأسين غير واقعين على وجه واحد أو قاعدة واحدة.

● **ارتفاع الموشور:**

هو طول العمود النازل من نقطة من إحدى قاعدتي الموشور على القاعدة الأخرى.

● **السطح الجانبي للموشور:**

هو مجموع سطوح الوجوه الجانبية للموشور ويساوي طول الحرف مضروباً بمحيط مقطع عمودي للموشور.

● **مقطع عمودي للموشور:**

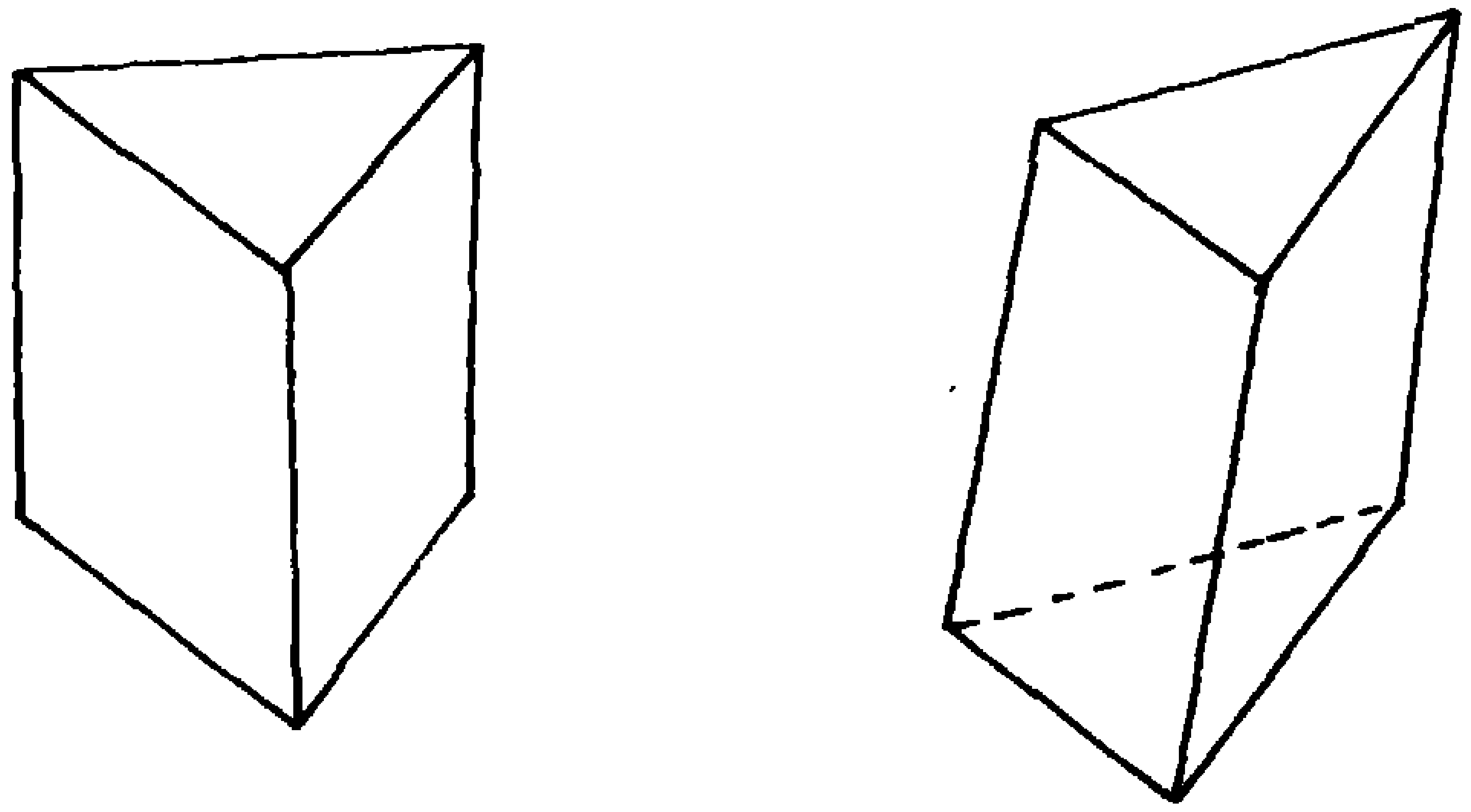
هو الشكل الذي نحصل عليه من تقاطع مستوى متعامد مع أحد أحرف الموشور.

● **حجم الموشور:**

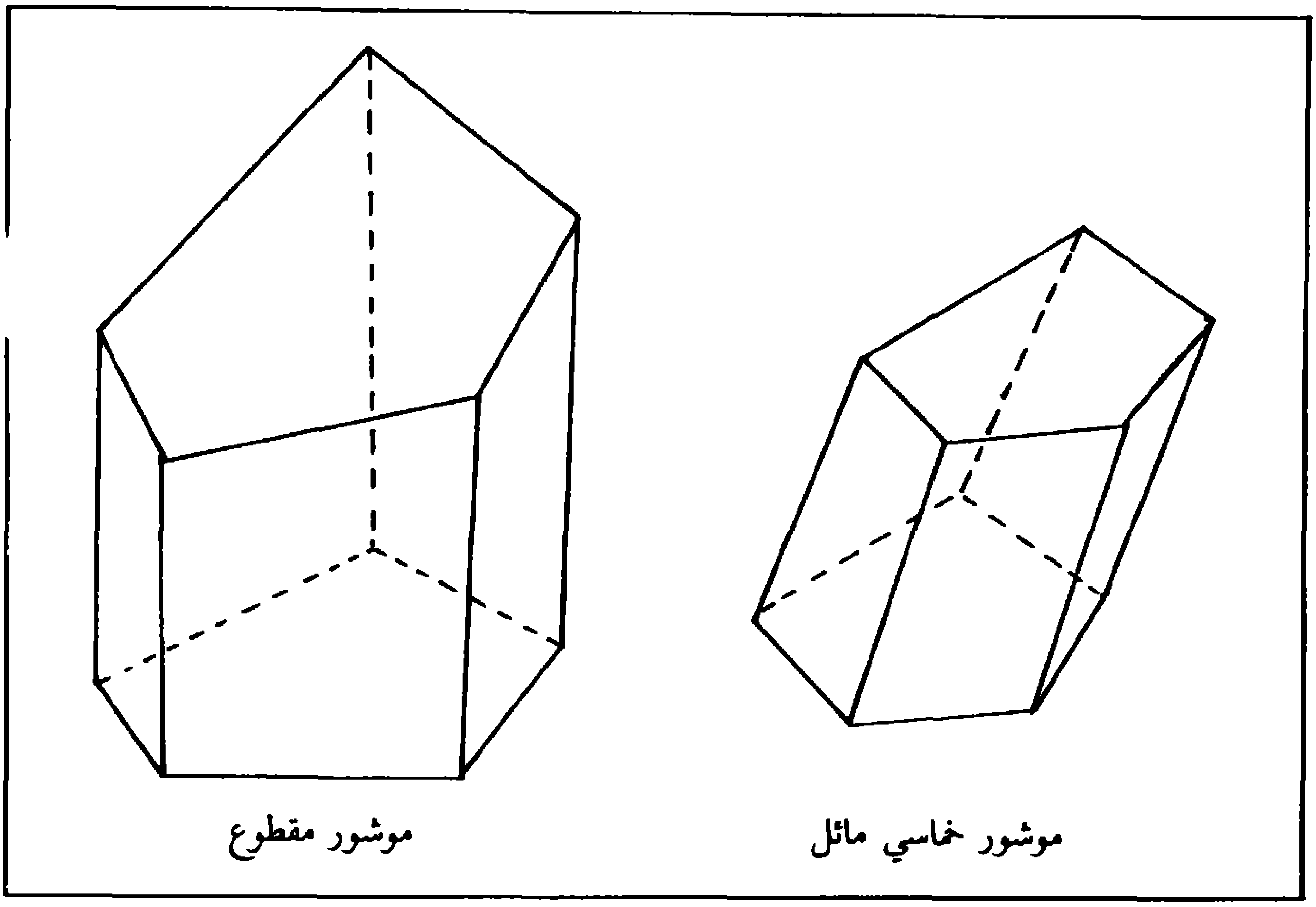
يساوي حاصل ضرب مساحة المقطع العمودي للموشور بطول حرف الموشور. ويتم تصنيف أنواع المواشير حسب عدد أضلاع قاعدتها أو بحسب كون الحرف عمودياً على القاعدة وهكذا الدنيا.

● **موشور مثلثي:**

هو موشور قاعدته مثلث. فإذا كان حرفه عمودياً على قاعدته نسميه موشوراً قائماً. وإلا فنسميه موشوراً مائلاً. أما إذا كانت القاعدة مثلثاً متساوي الأضلاع، فالموشور يسمى موشوراً نظامياً.



موشور ثلاثي مائل   موشور ثلاثي قائم



● **موشور مائل:** هو موشور لا تتعامد قاعدته مع أحرفه الجانبية.

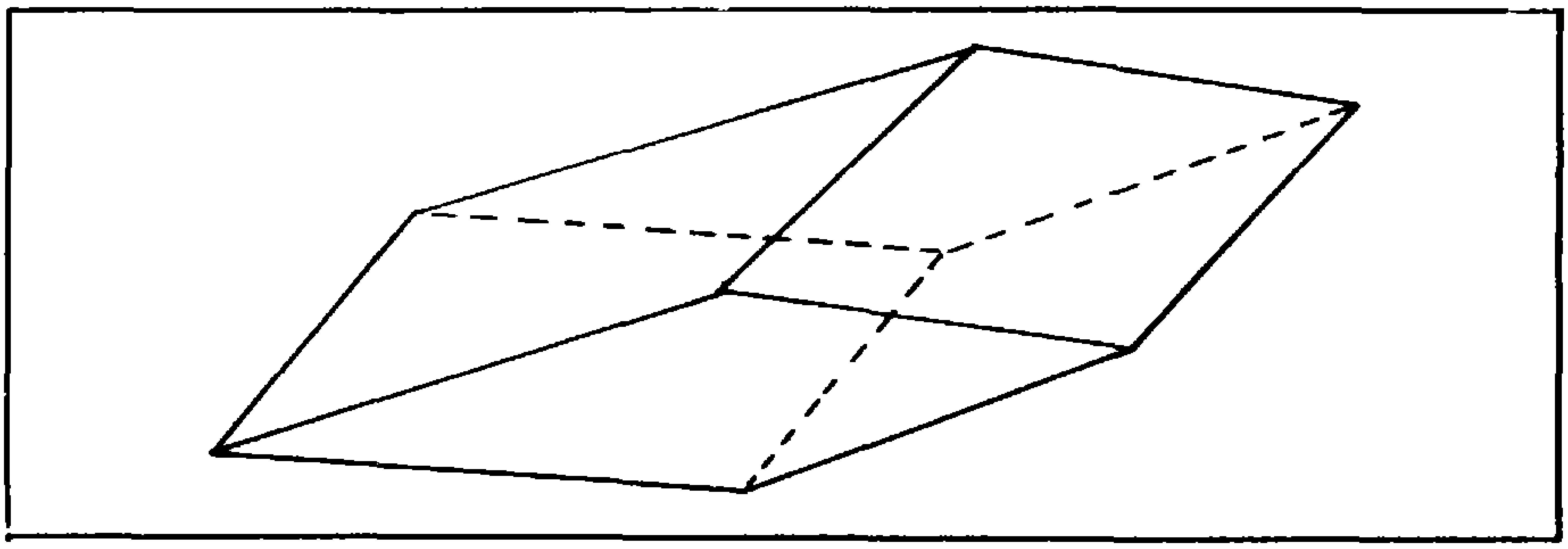
● **موشور نظامي:** هو موشور تكون قاعدتاه مضلعين نظاميين.

● **موشور مقطوع:**
هو موشور تكون إحدى قاعدتيه متعامدة مع أحرفه.

● **موشور محاط وموشور محيط:** انظر محيط.

موشور سداسي منتظم **RHOMBOHELON**

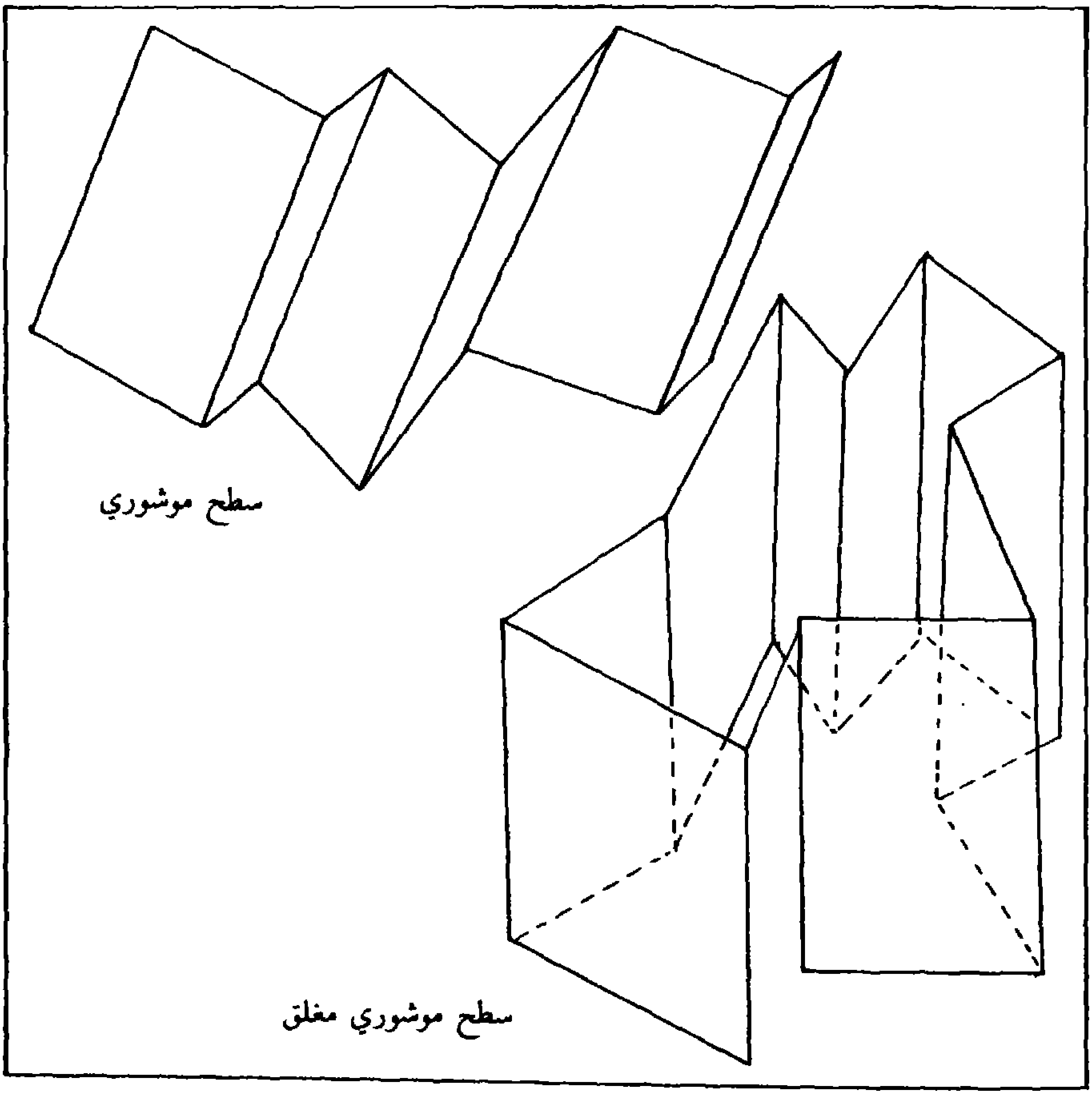
موشور سداسي كل وجه فيه متوازي أضلاع.



PRISMATIC موشوري

● سطح موشوري:

هو سطح يتم توليده من حركة مستقيم يبقى موازياً لنفسه ويتقاطع مع خط منكسر واقع في مستـو. فإذا كان الخط المنكسر مغلقاً نحصل على سطح موشوري مغلق.



CONDUCTOR موصّل

● كمون واصل:

إذا كان لدينا منطقة R حدودها S فإن الكمون الموصل هو دالة توافقية في

داخل R مستمرة على RUS وتأخذ القيمة الثابتة 1 على S. وهي تصف كمون شحنة كهربائية في حالة توازن على سطح موصل.

موضعي POSITIONAL

● ترميز موضعي:

انظر منشور.

موضوعة AXIOM

وهي قضية تقبل بدون برهان. والموضوعات في أي نظام رياضي هي القضايا الأساسية التي نشتق منها كل القضايا الأخرى. ونقول إن مجموعة ما من الموضوعات غير متسقة إذا كان بالإمكان البرهان من هذه الموضوعات أن قضية ما هي صائبة وخاطئة في نفس الوقت. ونقول إن موضوعة ما مستقلة عن مجموعة من الموضوعات إذا لم تكن هذه الموضوعات نتيجة تالية لموضوعات المجموعة. مثلاً: إذا كان هناك نظام رياضي يحقق كل موضوعات المجموعة ولا يحقق الموضوعة التي نتحدث عنها.

انظر استنتاجي.

● موضوعة الاختيار:

انظر اختيار.

● موضوعة الاستمرارية:

هناك تقابل واحد لواحد بين نقاط الخط المستقيم ومجموعة الأعداد الحقيقية. أما افتراض وجود الأعداد الحقيقية فيأتي من شروط كوشي اللازمة والكافية للتقارب ومن مصادرة ديدكند، وتسمى موضوعة الاستمرارية أحياناً بمبدأ الاستمرارية.

● موضوعة العدية:

انظر قابل للفصل ــ فضاء قابل للفصل.

● موضوعة التراكب:

يمكن تحريك أي شكل في الفضاء دون تغيير في شكله أو حجمه.

● موضوعات اقليدس:

(1) الأشياء المساوية لنفس الشيء تكون متساوية فيما بينها.

(2) إذا أضفنا كميات متساوية لكميات متساوية نحصل على كميات متساوية.

(3) إذا طرحنا كميات متساوية من كميات متساوية نحصل على كميات متساوية.

(4) الأشياء التي تتطابق على بعضها تكون متساوية.

(5) الكل أكبر من أي من أجزائه.

وهناك جدل فيما إذا كانت الموضوعتان الرابعة والخامسة هما لاقليدس فعلاً.

موغل TRANSFINITE

● استقراء موغل:

عملية استنباط تتم على الوجه التالي:

إذا كانت مبرهنة معينة:

(1) صحيحة لأجل أول عنصر في مجموعة S حسنة الترتيب.

(2) صحيحة لأجل العنصر a في S إذا كانت صحيحة لكل عنصر يسبق a فإن المبرهنة تكون صحيحة لكل عناصر S. ويتبع هذا المبدأ من الخاصية القائلة بأنه يوجد عنصر أول في كل مجموعة جزئية غير خالية من مجموعة حسنة الترتيب.

انظر مرتب ــ حسن الترتيب، وانظر زورن ــ تمهيدية زورن.

● عدد موغل:

عدد رئيسي أو عدد تراتبي بحيث لا يكون عدداً صحيحاً.

انظر عدد رئيسي.

GENERATIVE — مُولِّد

● زمرة مولدة:

نقول إن الزمرة الطبولوجية T مولّدة إذا كانت آبلية ومولدة بجوار متراص للصفر المحايد في T، أي أنه يوجد جوار متراص W للعنصر المحايد في T بحيث $W^n \bigcup_{n=1}^{\infty} = T$. وتتميز الزمرة الطبولوجية المولدة بوجود عدد كاف من مثيلات الزمر المكتنزة فيها. ولذا فإنها تستخدم في تعريف الزمر التحويلية عندما نحتاج لاستخدام مثيلات الزمر المكتنزة (انظر مكتنز). ويمكن البرهنة على أن الزمر المولدة T تكون متماثلة مع CXZ^nxR^n حيث C زمرة آبلية متراصة و Z الزمرة الجمعية للأعداد الصحيحة و R الزمرة الجمعية للأعداد الحقيقية و m و n عددان صحيحيان موجبان.

SPAN — مولِّد

● مولِّد مجموعة S:

هو المجموعة الأصغرية التي تحتوي على S ولها بعض الصفات المعينة. فمثلاً المولد المحدب للمجموعة S هو المجموعة الأصغرية المحدبة التي تحتوي على S. والمولد الخطي للمجموعة S هو الفضاء الأصغري الخطي الذي يحتوي على S.

GENERATING — مولّد

● الدالة المولدة:

هي الدالة F والتي من خلال تمثيلها بواسطة سلسلة لا منتهية تؤدي إلى ظهور متتالية معينة من الثوابت أو دوال تظهر كمعاملات في المتسلسلة. فمثلاً الدالة $(1 - 2ux + u^2)^{-\frac{1}{2}}$ تعتبر الدالة المولدة لكثيرات حدود لوجاندر p_n في التعبير:

$$(1 - 2ux + u^2)^{-\frac{1}{2}} = \sum_{n=0}^{\infty} p_n(x)u^n$$

● مولد زمرة:

وتعرف مجموعة المولدات لزمرة G بأنها مجموعة جزئية S من G بحيث يمكن تمثيل كل عنصر في G بواسطة عناصر S مع العلم بأنه يمكن تكرار عناصر من S في هذا التمثيل. وتكون مجموعة المولدات S مستقلة إذا كان كل عنصر $x \in S$ لا ينتمي إلى الزمرة المولدة من $S - \{x\}$.

● مولد سطح انسحاب:

انظر سطح ـ سطح انسحاب.

● مولد سطح مسطر:

هو خط مستقيم يكون السطح بتحركه وفق قانون معين.

انظر مسطر ـ سطح مسطر.

● المولدات المستقيمة:

انظر مسطر ـ سطح مسطر.

مولود

نقول عن فضاء محدب محلياً E أنه مولود إذا كانت كل مجموعة جزئية متوازنة، محدبة، وممص هي جوار لنقطة الأصل O. وبما أن كل برميل ممص هو مجموعة متوازنة، محدبة، وممص فينتج عن ذلك أن كل فضاء مولود هو دون مبرمل.

انظر دون مبرمل.

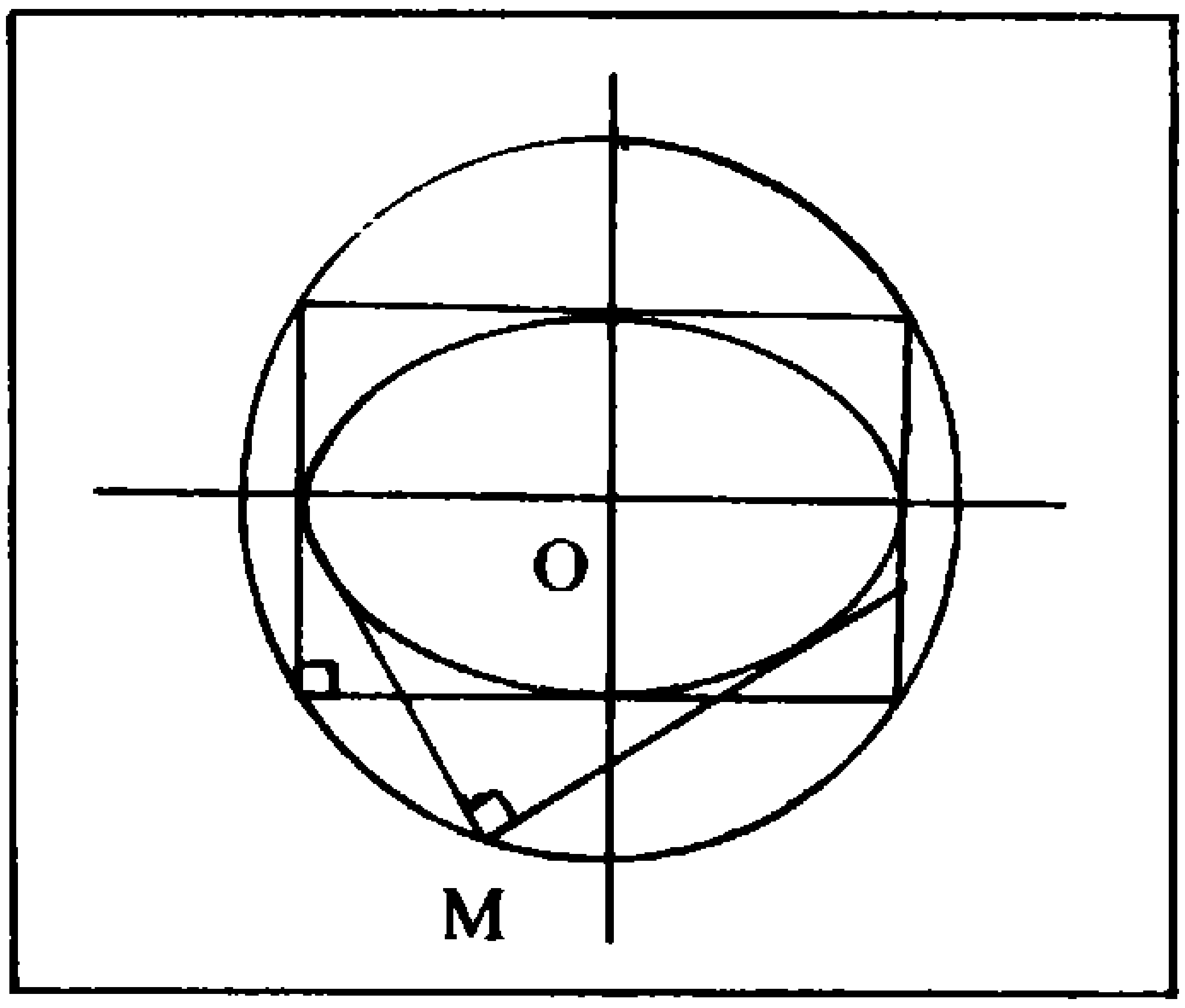
مونج، غاسبار MONGE, GASPARD (1746-1818)

هو عالم فرنسي في التحليل الرياضي والهندسة. وقد أسس علم الهندسة الإسقاطية.

● دائرة مونج:

لقطع مخروطي اختلافه المركزي $e \leq 2$ هي الدائرة التي تكونها مجموعة

النقط التي ينبعث منها مماسان متعامدان للقطع المخروطي كما يبين الشكل:



● سطح مونج:

انظر سطح.

● كرة مونج:

لمجسم قطع ناقص هي المحل الهندسي لرؤوس الثلاثيات المتعامدة التي تمس وجوهها سطح المجسم أما مركز الكرة فهو مركز المجسم.

● مبرهنة مونج:

إن المحاور الأساسية لثلاث دوائر في مستوى واحد تتقاطع في نقطة واحدة تسمى المركز الأساسي. بشرط ألا تكون مراكز الدوائر على مستقيم واحد.

ميرسن، مارين — MERSENNE, MARIN (1588-1943)

عالم فرنسي في اللاهوت والفلسفة ونظرية الأعداد.

● عدد ميرسن:

هو عدد من الشكل $M_p = 2^P - 1$ حيث p عدد أولي. وقد أكد أن M_p يكون أولياً فقط من أجل الأعداد الأولية:

2,3,5,7,13,17,19,31,67,127,257

ولكن الحقيقـة أن M_{257}, M_{67} ليسا أوليـين. ومن المعروف الآن أن M_{107}, M_{89}, M_{61} هي أعداد أولية.

ميركاتور، جيرهاردوس — MERCATOR, CERHARDUS LATINIZED OF CERHARD KREMER (1512-1594)

عالم فلمنكي في الجغرافيا وعلم الخرائط والرياضيات وأشهر أعماله يسمى تربيع القطع الزائد.

• إسقاط ميركاتور:

هو أسلوب في الإسقاط يقابل نقطاً من المستوى (x,y) بنقط سطح كرة ويعطى بالعلاقتين:

$$x = k\theta,\ y = k\ \text{sech}^{-1}(\sin\phi) = k \log \tan\frac{\phi}{2}$$

حيث θ هي خط الطول للنقطة على الكرة بينما φ هي تمام العرض وهذا التقابل متزاو إلا في القطبين.

• خارطة ميركاتور:

هي خارطة يتم رسمها باستخدام **إسقاط ميركاتور**. حيث يقابل المستقيم في المستوى منحنياً مرسوماً على الكرة بحيث يقطع خطوط الطول بزاوية ثابتة وباستخدام هذا الإسقاط فإن المساحات الواقعة على الكرة تكبر كلما ابتعدنا عن خط الاستواء.

ميرومورفي — MEROMORPHIC

• دالة ميرومورفية في مجال D:

هي دالة في المتغير العقدي z تحليلية في المجال D ما عدا نقط الأقطاب، أي أن التفردات الموجودة هي فقط الأقطاب.

ميزان — CRITERION

الميزان هو قانون أو مبدأ نختبر صحة القضايا على أساسه ويسمى أحياناً اختباراً.

ميزة — CHARACTER

• زمرة الميزات:

ميزة زمرة G هي تشاكل من G إلى زمرة الأعداد العقدية ذات القيمة المطلقة 1، أي أن الميزة هي دالة f معرفة على G بحيث يكون كل f(x) عدداً عقدياً ويكون $|f(x)| = 1$ ، $f(x)\, f(y) = f(x.y)$ وذلك لكل العناصر x,y في G.

(لقد رمزنا للعملية على G بنقطة «•»). مجموعات ميزات G تشكل زمرة نسميها زمرة الميـزات وذلك إذا أخذنا جداء الميزتين f,g الميـزة h المعرفـة كما يـلي $h(x) = f(x)\,g(x)$ وذلك لكل x في G. إذا كانت G تبديلية ومتراصة محلياً، فلا بد أن تكون متماثلة جبرياً مع زمرة ميزات زمرة ميزاتها. يمكن أن نعطى زمرة الميزات طوبولوجياً إذا عرفنا جوارات كل نقطة كما يلي:

نقول ان U هو جوار للميزة f إذا كانت هناك عناصر $x_1,x_2,...x_n$ في G وعدد موجب ε بحيث تكون U هي مجموعة الميزات g التي تحقق:

$$| f(x_k) - g(x_k) | < \varepsilon \quad , \quad k = 1,2,\ldots,n$$

ويترتب على ذلك أن زمرة الميزات هي زمرة طوبولوجية وتكون متراصة محلياً إذا كانت G متراصة محلياً. أما إذا كانت G متراصة فإن زمرة الميزات تكون متقطعة. إذا كانت G مجموعة الانسحابـات على الخط الحقيقي فـإن زمرة ميزات G تكون متماثلة مع G.

● **ميزة منتهية:**

نقول عن عائلة A من المجموعات أن لها ميزة منتهية إذا كانت A:

(1) A تحتوي على كل مجموعة B تحقق الشرط التالي: إذا كانت X مجموعة جزئية منتهية من B فإن X تكون في A. أي أنه إذا كانت B مجموعة تنتمي مجموعاتها الجزئية المنتهية إلى A فلا بد أن تكون B نفسها في A.

(2) المجموعات الجزئية المنتهية لعناصر A هي أيضاً عناصر في A.

نقول عن خاصة معينة للمجموعات أن لها ميزة منتهية إذا تحقق ما يلي: يكون لمجموعة S هذه الخاصة إذا وفقط إذا كان لكل مجموعة جزئية غير خالية من S الخاصة ذاتها. مثلاً: الخاصة «أن تكون المجموعة بسيطة الترتيب» لها ميزة منتهية بينما خاصة «أن تكون المجموعة حسنة الترتيب» ليس لها هذه الميزة. إذا كان لخاصة ما ميزة منتهية فإنه يكون لعائلة المجموعات التي تحقق هذه الخاصة ميزة منتهية. إذا كان لعائلة من المجموعات ميزة منتهية فإن خاصة «الانتماء إلى هذه العائلة» لها ميزة منتهية.

انظر زورن ـ تمهيدية زورن.

ميغا MEG (MEGA)

هي مصطلح يسبق الوحدة ويعني ضرب هذه الوحدة بمليون. وهكذا فإن ميغا فولط مثلاً تعني مليون فولط، ومغياطن تعني مليون طن.

ميكانيكي MECHANICAL

● **القاعدة الميكانيكية:**

هي قاعدة بسيطة لاستخراج الجذور التربيعية للأعداد. فلحساب جذر تربيعي بتقريب جيد لعدد ما نقسم هذا العدد على جذر تربيعي تقريبي لهذا العدد ثم نأخذ الوسط الحسابي للجذر التربيعي التقريبي والحاصل القسمة فنحصل على جذر تربيعي أقرب إلى الجذر الحقيقي. وتكرر هذه العملية إذا أردنا الحصول على درجة أعلى من الدقة. وتعليل هذه الطريقة رياضياً يتم كما يلي:

إذا كان a جذراً تقريبياً للعدد $(a+e)^2$ فإن الخطأ يكون e. فإذا قسمنا المقدار $(a + e)^2 = a^2 + 2ae + e^2$ على a وأخذ الوسط الحسابي لناتج القسمة وللعدد a نحصل على $a + e + \frac{e^2}{2a}$ ويكون الخطأ في هذه الحالة هو $\frac{e^2}{2a}$ الذي يكون صغيراً جداً إذا كان e صغيراً.

مثال: إذا أخذنا العدد 1.5 جذراً تقريبياً للعدد 2 فإن استخدام القاعدة يعطينا جذراً تقريبياً أكثر دقة للعدد 2 وهو 1.4167 والخطأ هنا أقل من 0.003. فإذا كررنا هذه العملية مرة ثانية لحصلنا على خطأ أقل من $\frac{(0.003)^2}{2}$ أي 0.0000045.

● **مكاملة ميكانيكية:**

انظر مكاملة ـ مكاملة ميكانيكية.

MICRO OR MICR **ميكرو**

هي سابقة تصغر الوحدة بمقدار مليون مرة.

● **ميكرو ثانية:**

أي جزء من المليون من الثانية.

MAKEHAM, WILLIAM MATTHEW (1892-) **ميكهام، وليم ماثيو**

إحصائي بريطاني.

● **صيغة ميكهام للسندات:**

الثمن اللازم دفعه لقيمة سند يستحق بعد n من الفترات الاستثمارية هو $Cv^n + (\delta/i)\,F(1-v^n)$ حيث C هي قيمة استرداد السند و F هي قيمة السند الإسمية و j معدل الربيحة و i معدل الاستثمار و $v = (1+i)^{-1}$.

● **قانون ميكهام:**

قوة الوفيات M تساوي $M=A+Be^x$ حيث A و B ثوابت و x عمر الشخص. قانون ميكهام يعطي تقريباً أكثر دقة من قانون غومبيرتز لقوة الوفيات.

MILE **ميل**

الميل هو وحدة قياس للطول وتساوي 5280 قدماً و 1.609 كيلومتراً.

● **الميل الجغرافي أو الميل البحري:**

وهو يساوي 6080 قدماً في البحرية الانجليزية و6080.27 قدماً في علوم البحار الأميركية.

SLOPE **ميل**

● **زاوية الميل:**

نفس زاوية الميلان. انظر زاوية.

● صيغة الميل والنقطة وصيغة الميل والمقطع للمستقيم:
انظر خط ـ معادلة الخط المستقيم.

● ميل المستقيم:
هو ظل الزاوية التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب للمحور ox. وهو معدل تغير الترتيب بالنسبة للفصل ويساوي بـالاحداثيـات الديكـارتية $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ حيث (x_1,y_1), (x_2,y_2) نقطتان على المستقيم. وباستخدام الحسبان يكون ميل المستقيم $y = a+bx$ مساوياً للمشتق $b=\frac{dy}{dx}$. والجدير بالذكر أن الميل غير معرف بالنسبة للمستقيمات العمودية على محور x.

● ميل المنحنى عند نقطة:
ميل مماس المنحنى عند نقطة P يساوي قيمة المشتق dy/dx محسوبة عند P حيث $y = f(x)$ تمثل معادلة المنحنى.
انظر مشتق.

INCLINATION ميلان

● ميلان الخط في المستوى:
هو الزاوية التي يصنعها الخط مع الاتجاه الموجب لمحور x. وهذه الزاوية تكون أكبر أو تساوي $0°$ وأصغر من $180°$.
انظر زاوية ـ زاوية التقاطع، ميل ـ ميل الخط.

● ميلان الخط في الفضاء:
بالنسبة لمستوى هو الزاوية الصغرى التي يصنعها المستقيم مع مسقطه العمودي في المستوى. أما الميلان المستوى بالنسبة لمستو معطى فهو الزاوية الزوجية الصغرى التي يصنعها المستوى مع المستوى المعطى.

NAUTICAL MILE ميل بحري

هو وحدة قياس أطوال بحرية ويساوي 6080 قدماً في انجلترا و 6080.27 قدماً في أميركا.

DECLINATION ميل زاوي

● **الميل الزاوي لنقطة سماوية:**

هو المسافة الزاوية شمال أوجنوب خط الاستواء السماوي مقاسة على دائرة الساعة التي تمر بالنقطة.

انظر **ساعة** ــ زاوية الساعة ودائرة الساعة.

● **ميل زاوي شمالي:**

هو الميل الزاوي السماوي لنقطة تقع شمال خط الاستواء السماوي ونعتبره موجباً دائمًا.

● **ميل زاوي جنوبـي:**

هو الميل الزاوي السماوي لنقطة تقع جنوب خط الاستواء السماوي ونعتبره سالباً دائمًا.

MILNOR, JOHN WILLARD (1931-) ميلنور، جون ويلارد

عـالـم أميركي في الجبر والطوبولوجيا التفاضلية، حصل على ميدالية فيلدز عام 1962. وقد بين أنه يوجد **منطويات تفاضلية** مماثلة استمرارياً للكرة ذات سبعة الأبعاد. ولكنها لا تماثلها تفاضلياً.

MILLI ميلي

هي سابقة تصغر الوحدة بمقدار ألف مرة.

● **ميليمتر:** أي جزء من ألف من المتر.

● **ميليغرام:** أي جزء من ألف من الغرام.

MINKOWSKI, HERMANN (1864-1909) مينكوفسكي، هيرمان

عـالـم روسي في نظرية الأعداد والجبر والتحليل والهندسة. وقد خلق ما يسمى هندسة الأعداد. كما وضع أسس هندسة الأبعاد الأربعة لنظرية النسبية.

● جسمان محدبان قطبيان متعاكسان:

هما جسمان محدبان، يحوي كل منهما نقطة الأصل بداخله وبحيث الدالة الحاملة لأحدهما هي دالة المسافة للآخر وبالعكس.

انظر أدناه ـ دالة المسافة لمينكوفسكي؛ انظر حامل ـ دالة حاملة.

● دالة المسافة لمينكوفسكي (مقاس مينكوفسكي):

ليكن لدينا الجسم المحدب B الذي يحتوي نقطة الأصل بداخله، عندئذٍ فإن دالة المسافة التي يعرفها مينكوفسكي بين P أية نقطة و O هي أكبر حد سفلي للنسبة $\frac{\rho(O.P)}{\rho(O,Q)}$، حيث Q هي نقطة من B على الشعاع OP. أما $\rho(O,P)$ $\rho(O,Q)$, فهي المسافة بين O و P و O و Q على الترتيب. ونشير إلى دالة المسافة لمينكوفسكي بالرمز $F(P)$ ونكتب:

$$F(P) = g.\ell.b \frac{\rho(O,P)}{\rho(O,Q)}$$

ومن السهل أن نتحقق أن $F(P) = 1$ إذا كانت P على حدود B وأن $F(P)<1$ إذا كانت P نقطة داخلية من B وأن $F(P)>1$ إذا كانت P خارج B. هذا ونعرف $F(0) = 0$. ونشير هنا إلى أن الدالة $F(P)$ هي دالة محدبة في P.

● متباينة مينكوفسكي:

وهي من أشهر المتباينات وتأخذ أحد الشكلين:

أولاً:
$$\left[\sum_{1}^{n} |a_i + b_i|^p\right]^{\frac{1}{p}} \leq \left[\sum_{1}^{n} |a_i|^p\right]^{\frac{1}{p}} + \left|\sum_{1}^{n} |b_i|^p\right|^{\frac{1}{p}}$$

حيث n يمكن أن تكون ∞ و $p\geq1$ أما a_i,b_i فيمكن أن تكون حقيقية أو عقدية.

ثانياً:
$$\left[\int_{\Omega}|f+g|^p d\mu\right]^{\frac{1}{p}} \leq \left[\int_{\Omega}|f|^p d\mu\right]^{\frac{1}{p}} + \left|\int_{\Omega}|g|^p d\mu\right|^{\frac{1}{p}}$$

حيث $p\geq1$, $|f|^p$, $|g|^p$ قابلان للمكاملة على Ω. ويمكن أن تكون μ قياساً معرفاً على جبرية من σ للمجموعات الجزئية من Ω. (انظر قابل للمكاملة ـ

دالة قابلة للمكاملة). ونشير هنا إلى أن f و g يمكن أن تكونا حقيقيتين أو عقديتين أما إذا كانت التكاملات معرفة بمفهوم ريمان عندئذٍ يأخذ الشكل الثاني الشكل البسيط:

$$[{}_a\int^b |f(x) + g(x) |^p dx]^{\frac{1}{p}} \leq ({}_a\int^b |f(x)|^p dx)^{\frac{1}{p}} + ({}_a\int^b |g(x)|^p dx)^{\frac{1}{p}}$$

وتتحق المساواة إذاً وفقط إذا كان $f(x) = 0$ تقريباً في كل مكان أو إذا كان $g(x) = \alpha f(x)$ حيث α هو ثابت غير سالب. والجدير بالذكر أنه يمكن استنتاج أحد شكلي المتباينة من الآخر، كما يمكن استخراج هاتين المتباينتين من متباينات هولدر. (أنظر هولدر). إذا كانت $0<p\leq 1$ فإن جهة المتباينة في كل من الأشكال السابقة تنقلب من $\leq$ إلى $\geq$ بشرط أن تكون جميع القيم a_i,b_i,f,g غير سالبة.

● متباينات مثلثية:

إذا كان $p\geq 1$ وكان ℓ^p فضاء المتتاليات $a =(a_1,...,a_n)$ و $\|a\|=[\sum_1^n |a_i|^p]^{\frac{1}{p}}$ فإن الشكل الأول لمتباينة مينكوفسكي يصبح $\|a + b\| < \|a\| + \|b\|$.

انظر مقاس ـ فضاء المتتالية ℓ^p.

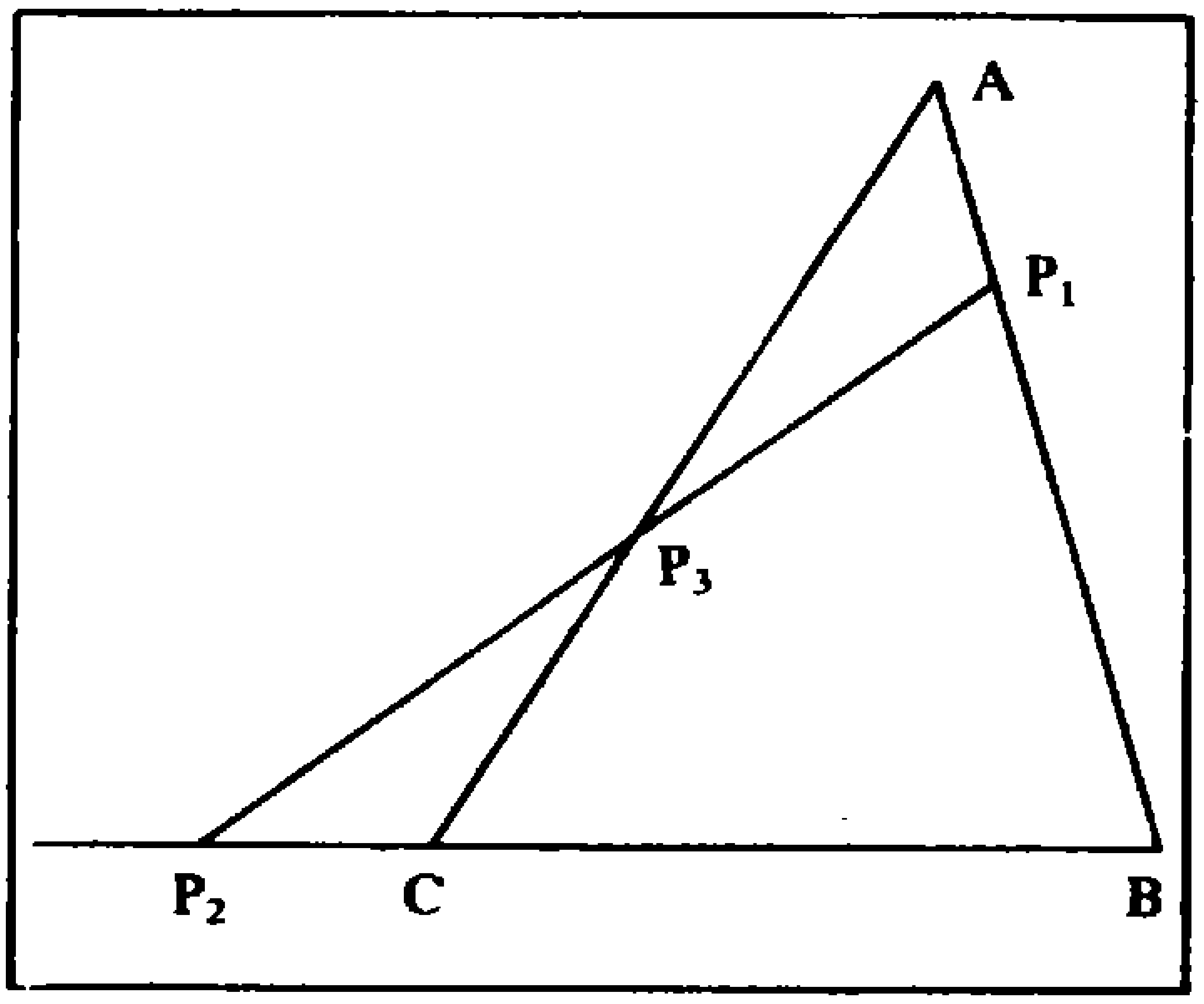
مينيلاوس MENELAUS

عـالـم مصري عاش في الإسكندرية في القرن الميلادي الأول وقد أبدع في علم الهندسة.

● مبرهنة مينيلاوس:

لتكن النقط P_1,P_2,P_3 واقعة على الأضلاع AB,BC,CA على الترتيب للمثلث ABC، عندئذٍ فإن النقط P_1,P_2,P_3 تكون متسامتة إذاً وفقط إذا تحققت العلاقة:

$$\frac{AP_1}{P_1B} \cdot \frac{BP_2}{P_2C} \cdot \frac{CP_3}{P_3A} = -1$$



ن

ناب **SPINODE**

نفس قرنة.

نابير، جون **NAPIER, JOHN (1550-1617)**

عالم اسكتلندي مبدع وهو مخترع اللوغاريتمات.

● **متطابقات نابير:**

هي صيغ تستخدم لحل المثلث الكروي. فإذا فرضنا أن a,b,c تمثل أضلاع المثلث الكروي و A,B,C هي الزوايا المقابلة لهذه الأضلاع فإن:

$$\frac{\sin \frac{1}{2}(A-B)}{\sin \frac{1}{2}(A+B)} \qquad \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(a-b)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}c} \qquad \frac{\cos \frac{1}{2}(A-B)}{\cos \frac{1}{2}(A+B)} \qquad \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(a+b)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}c}$$

$$\frac{\sin \frac{1}{2}(a-b)}{\sin \frac{1}{2}(a+b)} \qquad \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(A-B)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}C} \qquad \frac{\cos \frac{1}{2}(a-b)}{\cos \frac{1}{2}(a+b)} \qquad \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(A+B)}{\cos \frac{1}{2}C}$$

ناشد، محمد زهير **NASHED, M. Z. (1936-   )**

عالم عربي سوري حديث، حصل على الماجستير في الهندسة الكهربائية والدكتوراة في الرياضيات عام ١٩٦٣، عمل وما زال في حقل التحليل الدالي اللاخطي والمعادلات التكاملية والتحليل العددي والمسائل عليلة العرض.

قدّم ما يقرب من مئة بحث في المجلات العلمية العالمية، ويرأس تحرير مجلة «التحليل الدالي العددي والأمثال»، كما يشارك في هيئات تحرير عدد من المجلات العلمية المرموقة، حصل على خمس جوائز عالمية. كما أشرف على عدد من المؤتمرات الدولية.

ناشر EXPANSIVE

● نظام ديناميكي ناشر:

ليكن (X,σ) نظاماً ديناميكياً متقطعاً (انظر نظام ديناميكي ــ نظام ديناميكي متقطع). حيث X فضاء منتظم له بنية منتظمة U (انظر فضاء منتظم). نقول إن (X,σ) نظام ناشر إذا كان هناك $\alpha \in U$ (يسمى دليل النشر) بحيث يوجد لكل زوج $x,y \in X$ و $x \neq y$ عدد صحيح n وبحيث يكون $(\sigma^n(x),\sigma^n(y)) \notin \alpha$.

مثال: ليكن (X,σ) النظام الديناميكي الرمزي بالمقاس:

$$d(x,y) = (1 + \min \{|n|:x_n \neq y_n\})^{-1}$$

فإن (X,σ) يكون نظاماً ناشراً ودليل نشره هو: $\alpha = \{ (x,y)|d(x,y) < 1 \}$. وكل نظام ناشر لا يكون متقاصياً أو متساوي الاستمرار.

انظر متقاص و متساوي الاستمرار.

ناظمي NORMAL

● إجهاد ناظمي: انظر إجهاد.

● تسارع ناظمي: انظر تسارع.

● مشتق ناظمي:

هو المشتق الاتجاهي لدالة باتجاه الناظم عند نقطة الاشتقاق.

انظر اتجاهي.

● **تقوّس ناظمي لسطح :**

انظر **تقوّس ــ تقوس السطح** .

● **مستقيمات ومستويات ناظمية :**

انظر **عمودي ــ مستقيمات ومستويات عمودية** .

● **مقطع ناظمي لسطح :**

هو المقطع المستوى الناتج من قطع السطح بمستوى يحتوي على ناظم (مستقيم عمود) على السطح. وإذا كان المقطع الناظمي في الاتجاه الأساسي فيسمى **مقطعاً ناظمياً أساسياً** .

انظر **تقوّس ــ تقوس السطح** .

● **ناظم على سطح أو على منحنى :**

الناظم على منحنى عند نقطة معينة هو المستقيم العمود على مماس المنحنى عند تلك النقطة. إذا كانت y = (x) معادلة منحن مستو فإن معادلة ناظمة عند النقطة (x_1,y_1) هي :

$$(y - y_1) = [- 1/f'(x_1)](x - x_1)$$

انظر **مشتق**؛ وانظر **عمود ــ مستقيمات ومستويات عمودة** .

المستوى الناظم على منحنى فضائي عند النقطة P هو المستوى العمود على مماس المنحنى عند P ونسمي المستقيمات المارة في والواقعة في المستوى الناظم بـ**المستقيمات الناظمية** عند P. والمستقيم ثنائي الناظم لمنحنى فضائي عند النقطة P هو المستقيم المار في P والذي يكون عموداً على المستوى الملاصق للمنحنى عند النقطة P. ونختار الاتجاه الموجب لثنائي الناظم بحيث تساوي جيوب تمامه الاتجاهية $\rho(y'z'' - z'y'')$ و $\rho(z'x'' - x'z'')$ و $\rho(x'y'' - y'x'')$ حيث تمثل x' و x'' و y' و y'' وهكذا. . . المشتقات بالنسبة لطول القوس. **الناظم الأساسي** لمنحنى فضائي عند نقطة P هو مستقيم عمود على المنحنى عند P وواقع في مستوى ملاصق للمنحنى عند P. ونختار الاتجاه الموجب للناظم الأساسي عند النقطة P بحيث يكون للمماس وللناظم الأساسي ولثنائي الناظم عند P نفس التوجيه المتبادل الموجود لمحاور x و y و z الموجبة. **المستقيم الناظم**

على سطح عند نقطة P هو مستقيم عمود المستوى الماس للسطح عند P (انظر مماس ــ مستوى مماسي). مرادف: **عمود على سطح أو على منحنى**.

- **ناظم قطبي:**

انظر **قطبي ــ مماس قطبي**.

- **ناظم أساسي:**

انظر أعلاه: ناظم على سطح أو منحنى.

ناقص MINUS

هي الكلمة التي توضع بين كميتين للدلالة على أن الكمية الثانية مطروحة من الأولى. فنقول 5 ناقص 3 ونعني بها 3 - 5 أي 2. كما نستخدم هذه الكلمة للدلالة على إشارة عدد ما فنقول ناقص 5 ونعني بها 5 -.

ناقصي ELLIPTIC, ELLIPTICAL

- **الاحداثيات الناقصية لنقطة:**

هي احداثيات في المستوى تحدد بقطوع مخروطية متبائرة (قطوع ناقصة أو زائدة) أو هي احداثيات في الفضاء تحدد بثنائيات درجة متبائرة.

انظر **متبائر ــ ثنائيات درجة متبائرة**؛ وانظر كذلك **انحنائي ــ الاحداثيات الانحنائية لنقطة في الفضاء**.

- **الأسطوانة الناقصية:**

انظر **أسطوانة**.

- **التكامل الناقصي:**

هو أي تكامل من النوع $\int R(x,\sqrt{S})dx$، حيث:

$$S = a_0x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4$$

على ألا يكون لكثير الحدود جـذور متضاعفة وأحد المقدارين a_1, a_0 مغايراً للصفر. أما $R(x,\sqrt{S})$ فهي دالة نسبية في x و $\sqrt{S}$.

نسمي التكاملات الناقصية التالية:

$$I_1 = {}_0\int^x \frac{dt}{(1 - t^2)^{1/2} (1 - k^2t^2)^{1/2}} = {}_0\int^\phi \frac{d\psi}{(1 - k^2 \sin^2\psi)^{1/2}}$$

$$I_2 = {}_0\int^x \frac{(1 - k^2t^2)^{1/2}}{(1 - t^2)^{1/2}} dt = {}_0\int^\phi (1 - k^2 \sin^2\psi)^{1/2} d\psi,$$

$$I_3 = {}_0\int^x \frac{dt}{(t^2 - a) (1 - t^2)^{1/2} (1 - k^2t^2)^{1/2}}$$

$$= {}_0\int^\phi \frac{d\psi}{(\sin^2\psi - a) (1 - k^2 \sin^2\psi)^{1/2}}$$

$$\sin \phi = x$$

بـ التكاملات الناقصية اللا تامة من النوع الأول والثاني والثالث على الترتيب. (كما اقترح لوجاندر). ويكون مقياس أي من التكاملات الثلاث مساوياً k أما المقياس المتتام فيساوي $k' = (1 - k^2)^{1/2}$. ولقد جرت العادة على أخذ $1 > k^2 > 0$ وتكون التكاملات الثلاث تامة إذا كان $x = 1$، أي أن $\phi = \frac{\pi}{2}$.

- **الدالة المقياسية الناقصية:**

انظر مقياسي.

- **الدالة الناقصية لمتغير عقدي:**

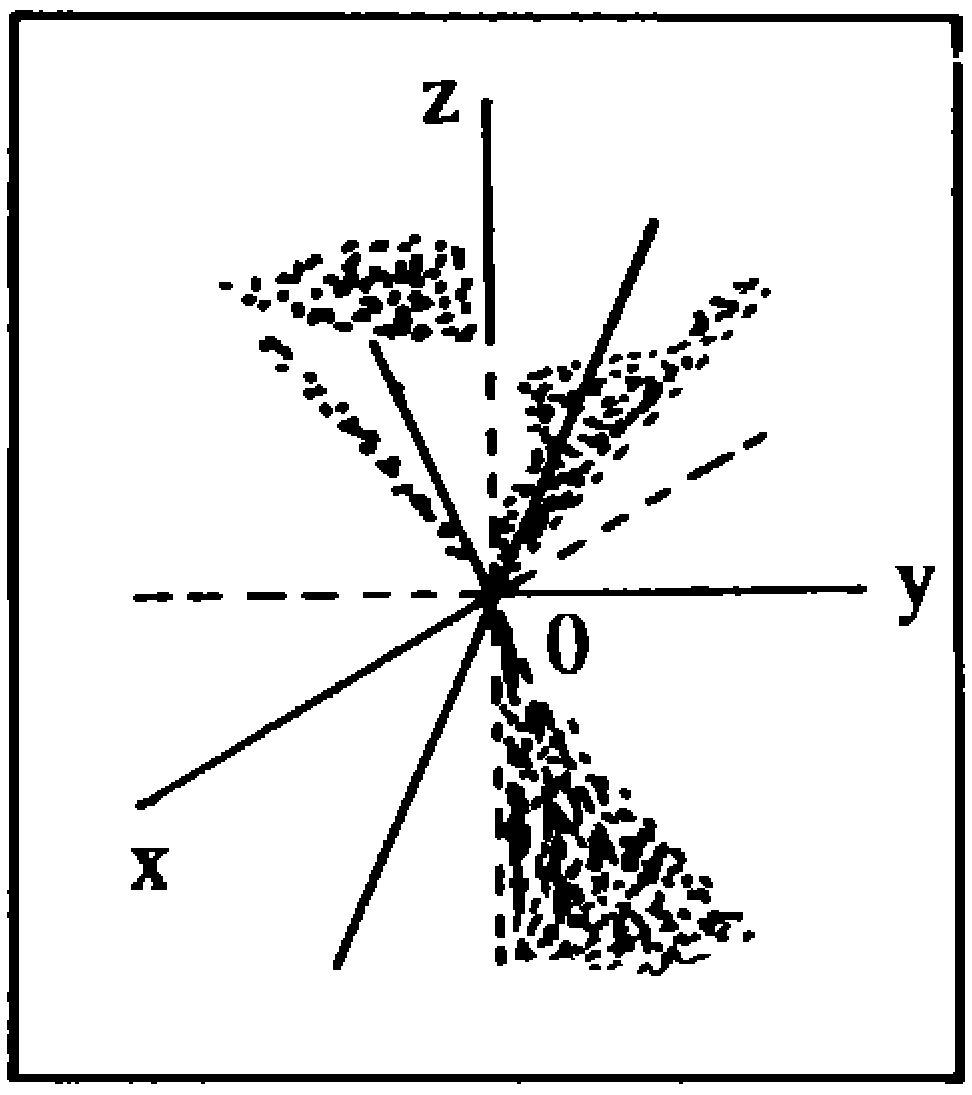
هي دالة ثنائية الدورية f للمتغير العقدي z بحيث لا تكون للدالة f أي نقاط منفردة خلاف الأقطاب في المستوى المنتهي. ولا يمكن أن تكون الدالة الثنائية الدورية دالة صحيحة إلا إذا كانت ثابتة.

- **سطح ريمان الناقصي:**

انظر ريمان ــ سطح ريمان.

- **السطح المخروطي الناقصي:**

هو سطح مخروطي دليله قطع ناقص. وإذا وقع رأسه على نقطة الأصل



وتطابق محوره مع محور z فإن معادلته بالنسبة للنظام الديكارتي القائم تكون $0 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2}$. وإذا كان $a = b$ فإن السطح يسمى بـ المخروط الدائري القائم.

● مجسم قطع مكافىء ناقصي:

انظر مجسم قطع مكافىء.

● معادلة تفاضلية جزئية:

هي معادلة تفاضلية جزئية حقيقية من المرتبة الثانية على الشكل:

$$\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \, \partial x_j} + F(x_1, \ldots, x_n, u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial u}{\partial x_n}) = 0$$

بحيث يكون الشكل التربيعي $\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} x_i x_j$ لا منفرداً ومحدداً أي أنه يمكن اختزال هذه الصيغة التربيعية إلى مجموع n من الكميات المربعة بواسطة تحويل خطي. ومن الأمثلة المشهورة لهذه المعادلات نورد معادلات بواسون ولابلاس.

انظر دليل ـ دليل الصيغة التربيعية.

● النقطة الناقصية على السطح:

هي نقطة يكون لها مبين دوبان على شكل قطع ناقص.

انظر دوبان.

NAIFA, ALI HASAN (1933-) **نايفة، علي حسن**

عالم عربـي فلسطيني حديث، اهتم في استقرار حركة الموائع، وأمواج الماء والبلازما وتمثيلها الرياضي، كما اهتم بميكانيك الطيران والرنين الصوتي وحركة السفن والذبذبات اللاخطية، له ما يقرب من 190 بحثاً في هذه المجالات، مع ثلاثة كتب في الرجفان اللاخطي والذبذبات اللاخطية.

وتعتبر أبحاثه وكتبه من أهم المراجع العلمية المعتمدة في هذا المجال. كما حصل على عدة جوائز عالمية وعلى مرتبة أستاذ مميز من جامعة ستانفورد.

نتيجة — CONCLUSION

● **نتيجة مبرهنة:**

هي قضية تأتي كتالية لغرض المبرهنة.

انظر **اقتضاء**.

نتيجة — RESULT

هي النهاية المتوخاة في عملية حسابية أو في برهان.

نجم — STAR

إذا كانت P إحدى عناصر عائلة مجموعات، فإن **نجم P** يتألف من كل المجموعات التي تحتوي على P كمجموعة جزئية. وإذا كان S مبسطاً في المعقد المبسطي k فإن نجم S يتألف من كل المبسطات التي يكون S وجهاً لها (إذا كان P رأساً فإن نجم P يتألف من كل المبسطات التي يكون P رأساً لها). مثلاً نجم أحد رؤوس كثير الوجوه يتألف من كل الأحرف والوجوه التي تحتوي على ذلك الرأس.

● **مجموعة نجمية:**

لتكن B مجموعة في الفضاء الإقليدي من أي بعد كان أو في فضاء خطي ولتكن P نقطة في B. يقال إن B مجموعة نجمية الشكل بالنسبة إلى النقطة P إذا كانت جميع نقاط الخطية PQ تنتمي إلى B لكل نقطة Q في B.

يخص النجوم.

● ساعة نجمية:

ساعة تسجل الزمن النجمي.

● الزمن النجمي:

زمن يقاس بالحركة اليومية الظاهرية للنجوم ويساوي زاوية الساعات للاعتدال الربيعي.

إن الوحدة الأساسية للزمن النجمي هي اليوم النجمي الذي يبدأ وينتهي بعبورين متتالين للاعتدال الربيعي فوق خط الزوال.

● السنة النجمية:

الزمن اللازم لدوران الأرض دورة كاملة حول الشمس بالنسبة للنجوم وطول السنة النجمية يساوي 365 يوماً و 6 ساعات و 9 دقائق و 9.5 دقيقة. وتزيد السنة النجمية بيوم نجمي واحد عن متوسط عدد الأيام الشمسية فيها.

انظر سنة.

ASTROID نجيم

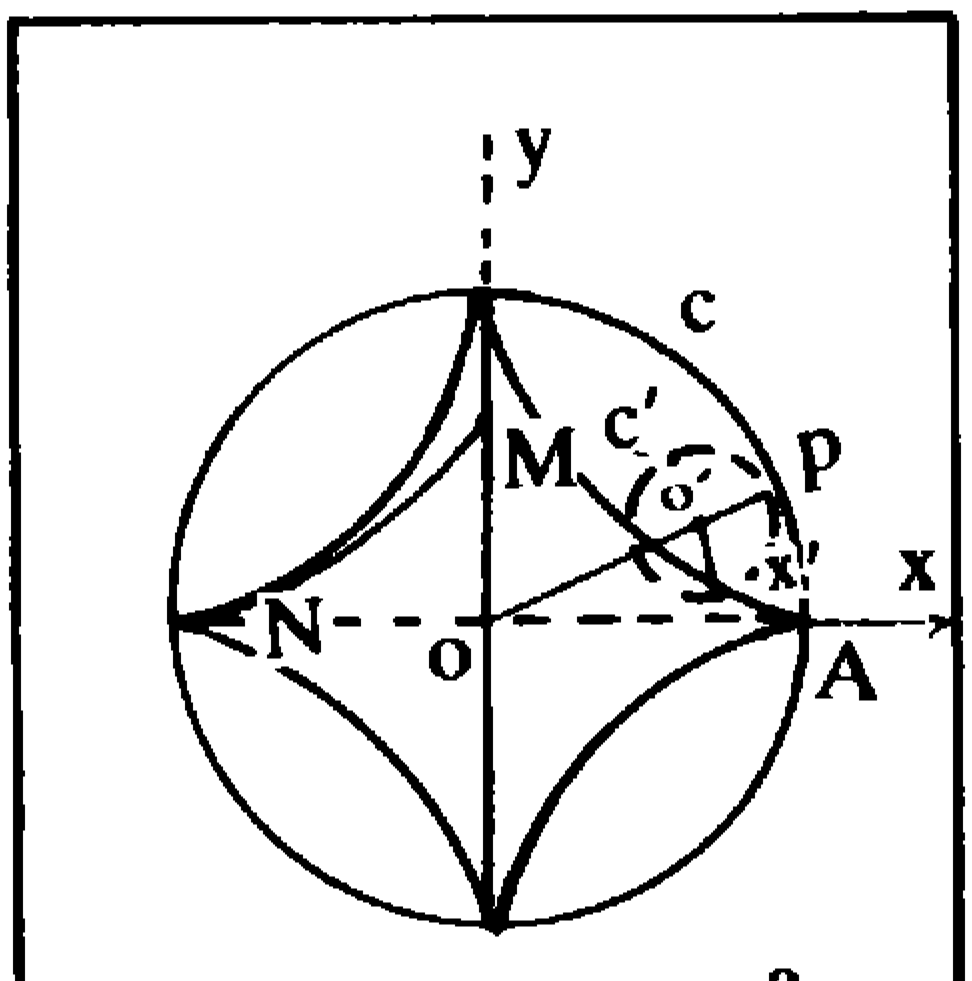
وهو دويري داخلي له أربع قرنات، وتعطي معادلته بالعلاقة

$$(x^2 + y^2 - a^2)^3 + 27a^2x^2y^2 = 0$$

أو

$$\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{a^2}$$

أما المعادلات الوسيطية فتعطى بالعلاقتين $y = a\sin^3 t,\ x = a\cos^3 t$ أما طول النجيم فيساوي $6a$ والمساحة التي يحدها هي $\frac{3\pi a^2}{8}$.



$OP = a,\ o'P = \frac{a}{4}$

نحيل MEAGER

● **مجموعة نحيلة :**

هي مجموعة من الطائفة الأولى.

انظر طائفة ـ طائفة المجموعات.

نزعة:

لنأخذ M منطوياً تفاضلياً عليه مقاس ريماني g ولتكن $p \in M$ و μ متجهاً مماساً عند p. وإذا كان λ حقل متجهات في جوار للنقطة p فإن نزعة λ في اتجاه μ تعرف بأنها العدد الحقيقي $g_p(D_\mu \lambda, \mu)$ حيث D هي الصلة التي يعطيها المقاس.

انظر صلة.

نزعة (إحصاء) TREND

هي الصفة العامة (مثل تزايد، تناقص، ثبوت، انحناء) التي يمكن استخلاصها لمجموعة من البيانات المرتبة (حسب الزمن أو دليل ترتيب آخر) ومأخوذة لفترة طويلة. ويعبر عن النزعة اعتيادياً بشكل خط مستقيم أو منحنى أو متوسط متحرك.

انظر متوسط.

نزعة عامة SECULAR TREND

انظر نزعة.

نسبة RATO

النسبة هي خارج قسمة عددين (أو كميتين)، أما النسبة المعاكسة (أو النسبة المقلوبة) لكميتين فهي نسبتهما مأخوذة بترتيب عكسي وبمعنى آخر

فإن النسبة المعاكسة هي مقلوب النسبة. (انظر ترابط ـ نسبة الترابط، حرج ـ نسبة حرجة، تشوه ـ نسبة التشوه، جوازية ـ نسبة الجوازية، نقطة ـ نقطة تقسيم، بواسون ـ نسبة بواسون، متناسب ـ مجموعات أرقام متناسبة.

● **نسبة متصالبة (أو نسبة لا توافقية):**

إذا كانت D, C, B, A أربع نقاط مختلفة ومتسامتة فتعرف النسبة المتصالبة (AB,CD) على أنها خارج قسمة النسبة التي تقسم فيها C القطعة المستقيمة AB على النسبة التي يقسم فيها D القطعة المستقيمة AB فإذا كانت x_4, x_3, x_2, x_1 فواصل (أو تراتيب) هذه النقاط D, C, B, A على التوالي فإن النسبة المتصالبة هي:

$$\frac{(x_3 - x_1)(x_4 - x_2)}{(x_3 - x_2)(x_4 - x_1)}$$

إذا كانت L_4, L_3, L_2, L_1 أربعة مستقيمات مختلفة ومتلاقية وكانت ميولها m_4, m_3, m_2, m_1 على التوالي، فإن النسبة المتصالبة لهذه المستقيمات هي:

$$\frac{(m_3 - m_1)(m_4 - m_2)}{(m_3 - m_2)(m_4 - m_1)}$$

● **نسبة توافقية:**

إذا كانت النسبة المتصالبة تساوي 1− فإنها تسمى نسبة توافقية.

● **ورقة نسبة:**

ورقة نصف لوغاريتمية.

انظر لوغاريتم.

● **نسبة الشبه:**

نسبة أطوال الخطوط المتقابلة في الأشكال الهندسية المتشابهة، وتسمى أيضاً نسبة التحاكي.

● **اختبار النسبة:**

أحد اختبارات تقارب (أو تباعد) متسلسلة لا منتهية. وتستخدم هذه الاختبارات النسب بين حدود المتسلسلة المتتالية.

● اختبار النسبة العادي (اختبار النسبة لكوشي):

تكون المتسلسلة ... + $u_1 + u_2 + ... + u_{n-1} + u_n$ متقاربة أو متباعدة عندما تكون النهاية $\lim_{n\to\infty} |u_n/u_{n-1}|$ موجودة وأقل أو أكبر من الواحد على التوالي. أما إذا كانت هذه النهاية تساوي الواحد فإن الاختبار يفشل.

مثال: ... + $1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + ... + \frac{1}{n!}$ + ... متقاربة لأن $\lim_{n\to\infty} |(\frac{1}{n!})/(\frac{1}{(n-1)!})| = 0$. أما اختبار النسبة المعمم (ويسمى أيضاً اختبار دالامبير) فهو ما يلي:

تكون المتسلسلة متقاربة إذا كان $|u_n/u_{n-1}|<k<1$ من أجل $n\geq n_0$ حيث k عدد ثابت و n_0 عدد طبيعي. وتكون المتسلسلة متباعدة إذا كان $|u_n/u_{n-1}|>1$ من أجل $n>n_0$. ويلاحظ أن اختبار دالامبير لا يشترط وجود النهاية $\lim_{n\to\infty} |u_n/u_{n-1}|$.

● اختبار النسبة لرآب:

هو اختبار أكثر دقة وهو كما يلي: ليكن a_n يحقق $u_{n+1}/u_n = 1/(1+a_n)$. فإن المتسلسلة تكون متقاربة إذا كان $na_n>C>1$ من أجل $n\geq n_0$ حيث C عدد ثابت وتكون متباعدة إذا كان $na_n\leq 1$ من أجل $n\geq n_0$.

نسبة غير توافقية — ANHARMONIC RATIO

انظر نسبة ــ نسبة غير توافقية.

نسبة مئوية — PERCENTAGE

(1) أجزاء محسوبة من مئة جزء.

(2) نتيجة نسبة معينة بعد ضربها في مئة.

نسبـي RELATIVE

- خطأ نسبـي: انظر خطأ.
- تكرار نسبـي: انظر تكرار.
- قيم عظمى وصغرى نسبية: انظر قيمة عظمى.
- سرعة نسبية: انظر سرعة.

نسبياً RELATIVELY

- أولي نسبياً:
انظر أولي ــ أولي نسبياً.

النسبية RELATIVITY

- النظرية الرياضية النسبية:
وهي حالة خاصة من النظرية العامة وتعتمد على مصادرتين:

(1) يمكن التعبير عن المبادىء والقوانين الفيزيائية بنفس أشكالها الرياضية في كل محاور الإسناد التي تتحرك بسرعة ثابتة.

(2) سرعة الضوء c ثابتة وتساوي 3×10^{10} cm/sec ولا تعتمد على سرعة مصدر الضوء. ويؤدي اعتماد هاتين المصادرتين إلى أن سرعة أي جسم (كتلته أكبر من صفر) أقل من سرعة الضوء وكتلته تعتمد على سرعته وبالتالي على طاقته الحركية. كما أن الكتلة تزداد بازدياد سرعة الجسم وهذا يؤدي إلى علاقة الكتلة m والطاقة E المشهورة $E = mc^2$.

انظر اينشتاين.

نسق ARRANGEMENT

وهي مرادف لكلمة تبديل.

ولكلمة نشر عدة معان نوردها فيما يلي:

(1) هي الصيغة التي تأخذها كمية ماعندكتابتها على صيغة مجموع حدود أو على شكل جداء مستمر أو على أية صيغة منشورة أو ممددة بشكل عام.

انظر فورييه ــ متسلسلة فورييه؛ وانظر كذلك تايلور ــ مبرهنة تايلور.

(2) هي عملية إيجاد الصيغة المنشورة للكمية.

(3) والمعنى الأخير للنشر هو الزيادة في الحجم.

● نشر ثنائي الحد:

هو النشر المعطى من مبرهنة ثنائي الحد.

انظر ثنائي الحد ــ مبرهنة ثنائي الحد.

● نشر دالة في متسلسلة:

هو كتابة متسلسلة تقترب من الدالة لبعض قيم معينة للمتغير. وبمعنى آخر كتابة متسلسلة تمثل الدالة. وأحياناً يقال ان المتسلسلة هي نشر للدالة.

● نشر معين:

انظر معين ــ نشر معين.

نشوئي

● توزيع نشوئي:

إذا كان D توزيعاً في منطوى M فإننا نقول إن حقل المتجهات X ينتمي إلى التوزيع D (ونكتب $X \epsilon D$) إذا كان X(P) ينتمي إلى D(P) وذلك لكل نقطة $P \epsilon M$ ونقول ان التوزيع D نشوئي إذا كان $X \epsilon D$ و $Y \epsilon D$ يعطيان $[X,Y] \epsilon D$ (حيث [X,Y] يرمز إلى قوس لي، (انظر قوس لي)، وذلك لأي حقلي متجهات X,Y. ويستدل من مبرهنة فروبينيوس أن التوزيع يكون قابلاً للمكاملة إذا وفقط إذا كان نشوئياً.

انظر توزيع ــ توزيع قابلة المكاملة.

نصف HALF

● صيغ نصف الزاوية ونصف الضلع:

انظر مثلثي.

● نصف الخط:

انظر شعاع.

● نصف الفضاء:

هو جزء الفضاء الواقع على أحد جانبـي مستوى في الفضاء. ويكون نصف الفضاء مفتوحاً إذا لم يحتو على المستوى، ومغلقاً إذا احتوى على المستوى. ويسمى المستوى بـ حدود نصف الفضاء (أو وجهه) في الحالتين.

● نصف المستوى:

هو جزء المستوى الواقع على أحد جانبـي خط في المستوى. وإذا احتوى نصف المستوى على هذا الخط فإنه يسمى مغلقاً، وإلا فإنه يسمى مفتوحاً. وفي الحالتين يكون الخط حدوداً لنصف المستوى (أو حرفاً).

نصف زمرة مغلقة ENVELOPING SEMIGROUP

لتكن (X,T,π) زمرة تحويلية (انظر زمـرة تحويليـة)، حيث X فضاء طوبولوجي متراص و T زمرة طوبولوجية. لكل $t \in T$ نعرف التطبيق $\pi^t:X \to X$ بالقانون $\pi^t(x) = \pi(x,t)$ وبالتالي فإنه يمكن اعتبار π^t كعنصر في جداء الفضاء X^X نعرف الآن نصف الزمرة المغلفة $E(X)$ بأنها غلاقة المجموع $\{\pi^t : t \in T\}$ في X^X.

ويمكن البرهنة على أن الزمرة التحويلية (X,T,π) متساوية الاستمرار (بانتظام) إذا وفقط إذا كانت نصف الزمرة المغلفة $E(X)$ زمرة من الدوال المستمرة من X إلى X إذا وفقط إذا كانت (X,T,π) دورية تقريباً بانتظام.

نصف سنوي BIANNUAL

يحدث مرتين في السنة.

نصف فرجيب تمام HAVERSINE

انظر مثلثي ــ الدوال المثلثية.

نصف قطر RADIUS

● نصف قطر بؤري:

انظر بؤري ــ وتر بؤري لمخروط.

● نصف قطر التدويم:

هو المسافة بين نقطة B أو مستقيم Δ أو مستو ثابت P وبين نقطة M داخل أو قرب جسم بحيث يمكن لكتلة الجسم كلها أن تتركز في النقطة M دون أن يتغير عزم عطالة هذا الجسم حول النقطة B أو المستقيم Δ أو المستوى P، ونصف قطر التدويم يساوي $\sqrt{\frac{1}{m}}$ حيث I هو عزم العطالة و m كتلة الجسم.

● نصف قطر تقارب متسلسلة قوى:

هو نصف قطر دائرة تقارب المتسلسلة.

انظر تقارب ــ دائرة التقارب.

● نصف قطر التقوس:

انظر تقوس ــ تقوس منحنٍ أو سطح؛ انظر جيوديزي ــ تقوس جيوديزي؛ أنظر نصف قطر التقوس الكلي.

● نصف قطر التقوس الكلي:

لسطح في نقطة هو الكمية ρ المعرفة بالعلاقة $k = -\frac{1}{}$ حيث k هو التقوس الكلي للسطح في تلك النقطة. فإذا أخذنا المستقيمات المقاربة على أنها منحنيات وسيطية حيث يكون $D = D'' = 0$ عندئذٍ، فإن:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{D'}{H} \quad , \quad H = \sqrt{EG - F^2}$$

ولمعرفة المقصود بالرموز D, D', D'' E, G, F.

انظر سطح ــ المعاملات الأساسية لسطح.

● **نصف قطر دائرة (كرة):**
هو القطعة المستقيمة أو طول القطعة المستقيمة التي تصل بين مركز الدائرة (الكرة) ونقطة واقعة على الدائرة (الكرة).

● **نصف قطر الفتل الجيوديزي:**
هو مقلوب الفتل الجيوديزي.
انظر جيوديزي ــ فتل جيوديزي لسطح في نقطة باتجاه معطى.

● **نصف قطر الفتل لمنحنى فضائي:**
انظر فتل ــ فتل منحن فضائي في نقطة. ويسمى نصف قطر الفتل أحياناً نصف قطر التقوس الثاني.

● **نصف قطر متجهي:**
انظر قطبي ــ احداثيات قطبية؛ انظر كروي ــ احداثيات كروية.

● **نصف قطر مضلع نظامي:**
هو نصف قطر الدائرة المحيطة بالمضلع. ويسمى أحياناً **نصف القطر الطويل لمضلع نظامي**. أما نصف القطر القصير فهو عامد المضلع النظامي.
انظر عامد.

نصف كرة — HEMISPHERE

هي نصف كرة محدودة بدائرة كبرى. وإذا كان نصف قطر الكرة r فإن حجم نصف الكرة = $\frac{2}{3}\pi r^3$ مساحة نصف الكرة = $2\pi r^2$.

نطاق — ZONE

جزء من كرة محصور بين مستويين متوازيين يقطعان الكرة. وإذا كان أحد المستويين مماساً للكرة فنسمي النطاق الناتج **نطاقاً بقاعدة واحدة**. ونعرف قاعدة النطاق على أنها المستوى الناتج من تقاطع الكرة مع أحد المستويين المكونين للنطاق **وارتفاع النطاق** هو البعد العمودي بين هذين المستويين.

و مساحة النطاق تساوي حاصل ضرب ارتفاعه في محيط دائرة كبرى للكرة. فإذا كان h ارتفاع النطاق و r نصف قطر الكرة، فإن مساحة النطاق تساوي $2\pi rh$.

● **نطاق سطح دوراني:**

هو جزء من السطح الدوراني يكون محصوراً بين مستويين عموديين على محور الدوران.

نطاقي **ZONAL**

● **توافقي نطاقي:**

انظر توافقي ــ توافقي نطاقي.

نظام **SYSTEM**

---

(1) مجموعة من الكميات ترتبط بخاصية مشتركة مثل نظام الأعداد الزوجية أو الفردية أو نظام مستقيمات تمر خلال نقطة مشتركة.

(2) مجموعة قواعد تتعلق بغرض مركزي واحد مثل نظام احداثي.

● **نظام اثنا عشري:** انظر اثنا عشري.

● **نظام احداثي:**

انظر احداثي.

● **نظام الأعداد الكثيف:**

انظر كثيف.

● **نظام عشري:**

انظر عشري.

● **نظام لوغاريتمي:**

لوغاريتمات تستخدم أساس معين نظام بريغز الذي يستخدم الأساس 10 والنظام الطبيعي الذي يستخدم الأساس $e = 2.71828...$.

● **النظام المقاسي:** انظر مقاس.

● **النظام العددي الاثنا عشري:**

هو نظام عددي لتمثيل الأعداد الحقيقية يكون الأساس فيه العدد 12 بدلاً من العدد 10 المتعارف عليه. وهكذا فإن العدد 35 في النظام الاثنا عشري يساوي العدد 41 في النظام العشري حيث نجد أن $41 = 5 + 36 = 5 \times 12^0 + 3 + 12^1$. ونظراً لما للعدد 12 من عوامل كثيرة فإن إجراء العمليات الحسابية يكون أكثر سهولة في النظام الإثنا عشري. وعلى سبيل المثال فالكسر $\frac{1}{2}$ يمثل في النظام الاثنا عشري بالكسر 0.6 لأن $\frac{1}{2} = 6 \times 12^{-1}$ ولما كان $\frac{1}{3} = 4 \times 12^{-1}$ فإن الكسر $\frac{1}{3}$ يمثل في النظام الاثنا عشري بالكسر 0.4. وتمثل الكسور $\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$ في النظام الاثنا عشري بالكسور 0.3, 0.2, 0.16, 0.14, على الترتيب. أما الكسر $\frac{1}{5}$ فيمثل بالعدد المتكرر ...0.24972497.

انظر قاعدة ـ قاعدة نظام عددي.

نظام بيباتوف الديناميكي BEBUTOV DYNAMICAL SYSTEM

لتكن X مجموعة كل الدوال المستمرة $f:R \rightarrow R^n$ ونعرف الدالة $d:X \times X \rightarrow [(0,\infty]$ كما يلي: لكل عدد صحيح m لتكن $I_m = [-m,m]$ ولكل $f,g \in X$ نعرف التالي:

$$d_m(f,g) = \max \{ \| f(t) - g(t) \| : t \in I_m\}$$

$$h_m(f,g) = \frac{d_m(f,g)}{1 + d_m(f,g)}$$

$$d(f,g) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{2^m} h_m(f,g)$$

ويمكن البرهنة على أن d تعرف مقاساً على X ويكون الفضاء X فضاء تاماً بالنسبة لهذا المقاس. وعلى الفضاء المقاسي X يمكن تعريف نظام ديناميكي (X,R,π) على النحو التالي:

$$\pi: X \times R \rightarrow X, \ \pi(f,t) = g$$

حيث تعرف g بالقانون $g(s) = f(t + s)$ لكل $s \epsilon R$.

نظام ديناميكي DYNAMICAL SYSTEM

ويعرف النظام الديناميكي على الفضاء الطوبولوجي X بأنه الثلاثي (X,R,π)، حيث R الزمرة الجمعية للأعداد الحقيقية و π تطبيق من فضاء الجداء $X \times R$ إلى الفضاء X بحيث يحقق الخواص التالية:

(1) لكل $\pi(x,0) = x$.

(2) لكل $x \epsilon X$ و $t_1, t_2 \epsilon R$

$\pi(\pi(x,t_1),t_2) = \pi(x,t_1 + t_2)$.

(3) π دالة مستمرة.

ويسمى X فضاء الطور و π تطبيق الطور. وللسهولة، فإننا نكتب xt بدلاً من $\pi(x,t)$. ويمكن البرهنة على أنه لكل t فإن π^t تماثل مستمر من X على نفسها حيث $\pi^t(x) = xt$. كما تشمل مجموعة التطبيقات $\{\pi^t:t \epsilon R\}$ زمرة إبدالية بعملية التركيب $\pi^t o \pi^s = \pi^{t+s}$. ويعرف مدار النقطة $x \epsilon X$ بأنه المجموعة الجزئية $C(x) = \{xt:t\epsilon R\}$ كما يعرف المدار الموجب للنقطة $x\epsilon X$ بأنه المجموعة الجزئية $C^+(x) = \{xt:t\epsilon R^+\}$. حيث R^+ هو مجموعة الأعداد الحقيقية اللاسالبة. وبنفس الطريقة يمكن تعريف المدار السالب للنقطة $C^-(x)$.

مثال: لتكن $X = R^2$ أي الفضاء الإقليدي ثنائي البعدية وليكن $\pi^t(x,y) = (xe^t, ye^{-t})$، فإن (X,R,π) تشكل نظاماً ديناميكياً. والجدير بالذكر هنا أن هذا النظام الديناميكي يمثل نظام المعادلات التفاضلية التالية:

$$\left.\begin{array}{l} x' = x \\ y' = -y \end{array}\right\} (1)$$

حيث يكون الحل للنظام (1) والمحقق للشروط الابتدائية $x(o) = x_o$ و $y(o) = y_o$ هو $x(t) = x_oe^t$ و $y(t) = y_oe^{-t}$.

- النقطة الراقدة للنظام الديناميكي: انظر راقدة.
- النقطة الدورية للنظام الديناميكي: انظر دورية.
- النقطة الدورية تقريباً للنظام الديناميكي: انظر دورية تقريباً.
- المجموعة اللامتغيرة: انظر لامتغير.
- مجموعة النهايات في النظام الديناميكي: انظر مجموعة نهايات.
- مجموعة الاطالات: انظر الاطالة.
- مجموعة اطالات النهايات: انظر اطالة النهاية.
- الاستقرار حسب بواسو: انظر استقرار حسب بواسو.
- الاستقرار حسب لاغرانج: انظر استقرار حسب لاغرانج.
- النقطة المتجولة واللامتجولة: انظر متجول.
- المجموعة الأصغرية: انظر أصغري.
- النقطة المعاودة: انظر معاود.

وبعض الكتاب يطلقون اسم نظام ديناميكي على الثلاثي (X,Z,π) والذي يحقق الخواص آنفة الذكر، حيث Z هي الزمرة الجمعية للأعداد الصحيحة. وللتمييز بين هذين النوعين فإن كتاباً آخرين يسمون النوع الأول بـ الانسياب المستمر والنوع الثاني بـ الانسياب المتقطع. أما كلمة انسياب (بدون الصفة الملازمة) فإنها تعبر عن زمرة تحويلية. (انظر زمرة تحويلية). ويمكن تعريف الانسياب المتقطع (X,Z,π) بواسطة أي تماثل مستمر f من X على X وذلك بتعريف $\pi(x,n) = f^n(x)$.

نظام متري **METRIC SYSTEM**

النظام المتري هو نظام قياس يكون فيه المتر وحدة الطول الأساسية و الغرام وحدة الوزن الأساسية. وهو أحد نظامين مستخدمين في العالم للقياس.

إذ أن هناك نظام قياس إنجليزي. أما السوابق فهي تعني عدد مرات تضاعف الوحدة التي نرفق بها إحدى هذه السوابق.

ديكا (10 مرات) هيكتو (100 مرة) كيلو (1000 مرة) ميريا (10000 مرة). بينما تعني السوابق التالية عدد مرات تصغير الوحدة: ديسي ($\frac{1}{10}$ مرة)، سنتي ($\frac{1}{100}$ مرة) ميلي ($\frac{1}{1000}$ مرة).

نظامي REGULAR

- **المنحنى التحليلي النظامي:** انظر تحليلي ـ المنحنى التحليلي.
- **فضاء بناخ نظامي:**

  انظر انعكاسي ـ فضاء بناخ انعكاسي.
- **المنحنى النظامي:**

  هو منحنى بحيث تكون كل نقطة عليه نقطة اعتيادية.

  انظر نقطة ـ نقطة اعتيادية (عادية) على منحنى.
- **التعريف النظامي لمجموع متسلسلة متباعدة:**

  هو تعريف للمجموع إذا طبق على متسلسلة متقاربة أعطى المجموع الاعتيادي.
- **الدالة النظامية لمتغير عقدي:**

  انظر تحليلي ـ الدالة التحليلية لمتغير عقدي.
- **زمرة التباديل النظامية:**

  انظر تبديل ـ زمرة تباديل.
- **النقطة النظامية لمنحنٍ:**

  انظر نقطة ـ النقطة الاعتيادية للمنحنى.
- **النقطة النظامية لسطح:**

  هي نقطة غير منفردة على السطح.

  انظر منفرد ـ نقطة منفردة على سطح.

● المضلع النظامي: انظر مضلع.

● كثير الوجوه النظامي: انظر كثير وجوه.

● المتتالية النظامية:

(1) هي متتالية متقاربة.

أنظر متتالية ـ متتالية متقاربة.

(2) انظر متتالية ـ متتالية كوشي.

● الفضاء النظامي:

هو فضاء طوبولوجي يتمتع بالخاصية التالية: إذا كان U جواراً (مفتوحاً) للنقطة x في الفضاء فإنه يوجد جوار V للنقطة x بحيث تكون غلافة V محتواة في U أي أن $x\in V\subset \bar{V}\subset U$ وهذا التعريف للفضاء النظامي يكافىء التعريف التالي: إذا كانت F مجموعة مغلقة في الفضاء و x نقطة لا تنتمي لـ F فإنه يوجد جواران مفتوحان U لـ F و V لـ x بحيث يكون $U\cap V=\phi$.

ونقول إن الفضاء الطوبولوجي معتدل إذا كان يوجد لكل مجموعتين مغلقتين ومنفصلتين F_1 و F_2 جواران (مفتوحان) منفصلان U_1 لـ F_1 و U_2 لـ F_2 (أي $U_1\cap U_2=\phi$ و $F_1\subset U_1$ و $F_2\subset U_2$). وليس كل فضاء معتدل نظامياً ولكن كل فضاء T_1 ومعتدل يكون نظامياً ويسمى الفضاء المعتدل تماماً إذا كان يوجد لكل مجموعتين جزيئيتين P و Q من الفضاء، بحيث $\bar{P}\cap Q=\phi$ و $P\cap\bar{Q}=\phi$ جواران (مفتوحان) منفصلان يحتوي أحدهما على P والآخر على Q (تذكر أن $\bar{P}$ يدل على علاقة P).

والجدير بالذكر أن الفضاء T_1 النظامي يسمى T_3 كما أن فضاء T_1 المعتدل يسمى T_4 والاقتضاء التالي صحيح وعكسه خاطىء بصفة عامة:

$$T_4 \rightarrow T_3 \rightarrow T_2 \rightarrow T_1 \rightarrow T_0$$

ويعرف الفضاء النظامي تماماً بأن فضاء X يحقق الخاصية التالية: لكل $x\in X$ ولكل جوار مفتوح U للنقطة x توجد دالة حقيقية مستمرة معرفة على X ومداها في [0,1] بحيث يكون $f(x)=1$ و $f(y)=0$ لكل $y\notin U$. ويسمى

الفضاء T_1 النظامي تماماً بفضاء تيخونوف أو فضاء $T_{3\frac{1}{2}}$. وكل فضاء نظامي تماماً يكون نظامياً.

نظرية **THEORY**

مجموعة القواعد المتعلقة بمفهوم معين مع جميع الحقائق التي طرحت وتمت برهنتها حول ذلك المفهوم.

- **نظرية الأعداد:** دراسة الأعداد الصحيحة والعلاقة بينها.
- **نظرية الخطية:** انظر مرونة.
- **نظرية الدوال:**

مثل نظرية الدوال بمتغيرات حقيقية ونظرية الدوال بمتغيرات عقدية وهكذا.

- **نظرية الزمر:** انظر زمرة.
- **نظرية المعادلات:**

دراسة طرق حل معادلات كثير الحدود والعلاقات بين الجذور وكذلك دراسة العلاقات بين الجذور المعاملات في تلك المعادلات.

نظير السمت **NADIR**

هو نقطة في الكرة السماوية مقابلة قطرياً لنقطة السمت. وهي نقطة تلاقي الشاقول على موضع مراقبة أرضي مع الكرة السماوية إذا مددنا الشاقول نحو الأسفل.

نعت **ATTRIBUTE**

صفة مميزة لعناصر المجتمع لا نقيسها عددياً. مثال: تصنيف مجموعة من الأشخاص حسب الجنس وحسب المؤهل الدراسي. فالجنس هنا نعت يأخذ قيماً غير عددية هي ذكر وأنثى. والمؤهل الدراسي نعت يأخذ أيضاً قيماً غير عددية

هي شهادة ابتدائية، ثانوية، جامعية أولية، جامعية عليا. مثال آخر: تصنيف حالة سلعة في عملية إنتاجية معينة إلى صالحة أو غير صالحة. وأحياناً نضع قيمًا عددية شكلية لتقابل قيم النعت مثل وضع 1,0 لقيم الجنس ووضع 1 و2 و3 و4 لقيم المؤهل الدراسي، لذلك يقصد بالنعت أحياناً صفة تأخذ قيمًا منتهية أو متقطعة. ويقابل النعت صفات تأخذ قيمًا عددية (قيم كمية) مثل عمر شخص أو طوله أو وزنه في مجموعة من الأشخاص. أو مثل وزن سلعة أو حجمها أو طول نصف قطرها في عملية إنتاجية معينة.

ويمكن أن تكون بعض الصفات نعوتاً أو صفات كمية وذلك حسب طريقة قياسنا لها. فعند قياسنا لنصف قطر قضيب حديدي من الممكن أن نستخدم آلة دقيقة لتعطينا قيمة عددية لنصف القطر وحينذاك يكون نصف القطر صفة كمية. أما إذا استخدمنا قد الاجتياز/ عدم الاجتياز الذي يبين لنا فيما إذا كان نصف القطر يقع ضمن القياسات المسموحة للجودة، فيكون نصف القطر نعتاً.

● **معاينة نعتية:**

طرق معينة لسحب عينة من عناصر المجتمع وتصنيف كل عنصر إلى مقبول أو غير مقبول، ثم تقدير نسسبة العناصر غير المقبولة p في المجتمع أو إجراء اختبارات إحصائية حولها. وغالباً ما تستخدم هذه المعاينة في التحكم بالجودة في الصناعة وذلك للتأكد من أن نسبة السلع غير المقبولة في إنتاج معين هي ضمن الحدود المسموح بها.

انظر تحكم ـ تحكم بالجودة.

نفاذ **PIERCING**

● **نقطة نفاذ مستقيم في الفضاء:**

انظر نقطة ـ نقطة نفاذ.

نفي NEGATION

● **نفي قضية:**

هي عملية استبدال العبارة التي تشير إلى قضية ما بعبارة أخرى تنفي هذه القضية باستخدام كلمات مثل «لا» و«ليس». كأن تكون العبارة «اليوم هو الثلاثاء» أما نفي هذه العبارة فهو «اليوم ليس هو الثلاثاء». وبشكل عام فإن نفي قضية ما يعني إثبات القضية المكملة لها، ففي المثال السابق نفي كون اليوم هو الثلاثاء يعني إثبات أن اليوم سيكون أحد الأيام الباقية. فإذا كانت القضية المكملة للقضية التي تنفيها هي المجموعة الخالية فإن هذه القضية تسمى قضية ثنائية الجانب كأن نقول «الكتاب مفتوح» ونفي هذه القضية هو «الكتاب ليس مفتوحاً» وهنا لا مجال لأي احتمال آخر. فإذا رمزنا للقضية بالرمز p فإن نفي القضية يكتب بالصورة $\sim p$ ويقرأ «ليس p».

انظر مسوّر.

نقصان DECREMENT

هو التناقص في عدد الأحياء ذوي العمر الواحد لمجموعة معينة مثل عدد العاملين في شركة معينة.

نقطة POINT

وللنقطة عدة معانٍ وتعريفات نوردها فيما يلي:

(1) هي عنصر غير معرف في الهندسة. وبالنسبة لإقليدس فهي شيء له موضع وليس له أية أبعاد غير صفرية.

(2) والنقطة يمكن أن تعرف كعنصر في الهندسة معرف بواسطة احداثياته مثل النقطة (1,3) في الاحداثيات الديكارتية في المستوى.

(3) هي عنصر يحقق مصادرات فضاء معين.

انظر مصادره مصادرات إقليدس؛ وانظر مقاس ــ فضاء مقاسي.

(4) والنقطة وحدة قياس بعض الأجسام وتساوي 0.138 بوصة أو 0351. سنتمتر في النظام الأميركي.

● **نقطة تراكم (أو نهاية أو عنقودية): انظر تراكم.**

● **نقاط متقابلة قطرياً:**

هي نقاط على الكرة تقع على طرفي أحد الأقطار.

● **نقاط متسامتة: انظر متسامت.**

● **نقاط تكاثف: انظر تكاثف.**

● **نقاط مترافقة بالنسبة لمخروطي:**

انظر مرافق ـ نقاط مترافقة بالنسبة لمخروطي.

● **النقطة العشرية: انظر عشري.**

● **نقاط ثنائية: انظر نقطة متضاعفة.**

● **نقظة شباهية: انظر شباهي.**

● **نقطة منعزلة:**

هي نقطة لها جوار لا يحتوي على أية نقطة أخرى من المجموعة موضع الاعتبار. فمثلاً المنحنى $x^2 + y^2 = x^3$ نقطة منعزلة عند نقطة الأصل $(0,0)$ لأن المعادلة $x^2 + y^2 = 0$ محققة فقط عند $(0,0)$. والجدير بالذكر أن أقل درجة لكثير حدود متجانس لكي يحقق وجود نقطة منعزلة هو التربيعي. وبالتالي فإن النقاط المنعزلة تكون على الأقل ثنائية.

● **النقطة المتضاعفة (أو نقطة عديدة من n):**

بالنسبة للمنحنى، فإن النقطة p العديدة من n تعرف بأنها نقطة داخلية لعدد n من الأقواس (ولكن ليس أكثر من n من الأقواس) بحيث يتقاطع أي زوج من الأقواس فقط عند p.

ولإيجاد معادلات المماسات لمنحنى جبري عند نقطة متضاعفة $(n = 2)$ فإننا نساوي الحدود التربيعية في معادلة المنحنى للصفر (نشترط هنا أن تكون

معادلة المنحنى في الصيغة الديكارتية حيث تكون نقطة الأصل عند النقطة المتضاعفة). أما بالنسبة للحدود الخطية والثابت في المعادلة فتكون هي أيضاً ـ أصفاراً في هذه الحالة.

● **نقطة اعتيادية أو بسيطة على المنحنى:**

(1) هي نقطة على المنحنى لا تكون نقطة متضاعفة ولكنها تكون نقطة داخلية لقوس يكون للمنحنى عنده مماس أملس الانقلاب. وبشكل أدق، فإن النقطة الاعتيادية على المنحنى $x = f(t)$ و $y = g(t)$ هي النقطة $P = (f(t_0), g(t_0))$ بحيث يكون كل من f' و g' مستمراً وأن لا يساوي كلاهما الصفر في جوار t_0.

أما إذا كانت معادلة المنحنى المستوى هي $f(x,y) = 0$ وكان كل من $\frac{\partial f}{\partial x}$ و $\frac{\partial f}{\partial y}$ مستمراً فإن الشرط الكافي لكي تكون النقطة على المنحنى اعتيادية هو أن لا يكون $\frac{\partial f}{\partial y} = 0 = \frac{\partial f}{\partial x}$ صحيحاً عند النقطة P. وإذا كانت النقطة غير اعتيادية فإنها تسمى بـ **النقطة المنفردة**. وتعتبر **القرنة** و**المفرق** و**النقطة المتضاعفة** من الأمثلة المعروفة على النقاط المنفردة.

(2) النقطة الاعتيادية تعرف كما في (1) باستثناء استبدال شرط أن تكون كل من f', g' مستمراً بالشرط أن تكون كل من f و g تحليلية.

انظر تحليلي ــ دالة تحليلية.

● **نقطة نفاذ الخط في الفضاء:**

هي أية نقطة يخترق عندها الخط أحد مستويات الاحداثيات.

● **الدائرة النقطة (والقطع الناقص النقطة):**

انظر دائرة وقطع ناقص.

● **نقطة التلامس:**

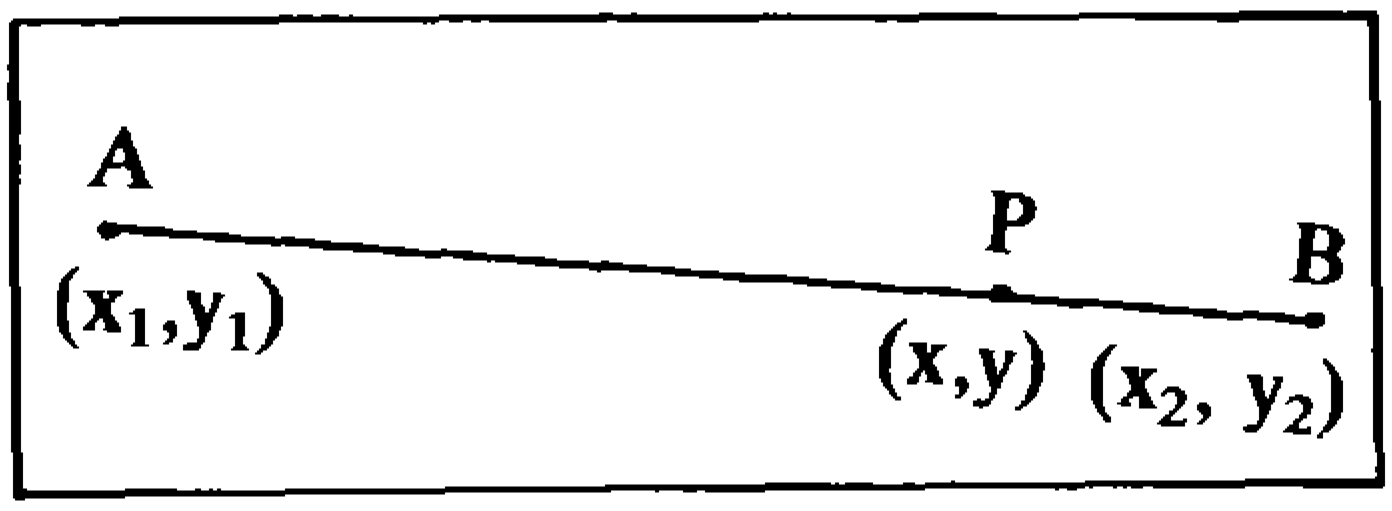
انظر تماس ــ نقطة التماس.

● **نقطة اللااستمرار:**

هي النقطة التي يكون عندها المنحنى (أو الدالة) غير مستمر ولا مستمر.

• **نقطة القسمة:**

هي النقطة التي تقسم القطعة المستقيمة الواصلة بين نقطتين معينتين بنسبة معطاة.



شكل (1)

لنفرض أن احداثيات النقطتين (نظام ديكارتي) هما $A\equiv(x_1,y_1)$، $B\equiv(x_2,y_2)$ والمطلوب إيجاد النقطة $P\equiv(x,y)$ والتي تقسم المسافة بين النقطتين A و B بنسبة $\frac{r_1}{r_2} = \frac{|AP|}{|PB|}$. وباستخدام القانون التالي نستطيع إيجاد احداثيات نقطة المستقيم التقسيم P:

$$x = \frac{r_2x_1 + r_1x_2}{r_1 + r_2} \quad , \quad y = \frac{r_2y_1 + r_1y_2}{r_1 + r_2}$$

وعندما يكون $r_1 = r_2$ أي أن P تنصف القطعة المستقيمة AB فإن:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad , \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

وفي حالة النقاط في الفضاء، فإن القانون السابق ذكره يستخدم لإيجاد الاحداثيات x و y أما z فإننا نوجدها بالقانون التالي:

$$z = \frac{r_2\, z_1 + r_1\, z_2}{r_1 + r_2}$$

• **النقطة عند اللانهاية:**

(1) انظر مثالي ـ نقطة مثالية.

(2) انظر لا نهاية ـ النقطة عند اللانهاية.

• **نقطة انعطاف:**

انظر انعطاف.

• **نقطة ملاصقة:**

هي النقطة التي يكون عندها مماس مشترك لفرعين من المنحنى يقعان على جانبي هذا المماس.

مثال: المنحنى $y^2 = (x - 1)^4$ له نقطة ملاصقة عند $x = 1$ فالمنحنيان $y = (x - 1)^2$ و $y = -(x - 1)^2$ لهما المماس مشترك $x = 0$ عند النقطة (1,0).
انظر ملاصقة.

- نقطة تماس: انظر تماس.
- نقطة سرية على سطح: انظر سري.

نقطة **DOT**

- الجداء النقطي:
انظر ضرب ـ ضرب المتجهات.

نقطة ارتكاز **FULCRUM**

هي النقطة التي ترتكز عندها الرافعة.
انظر رافعة.

نقطة الأصل **ORIGIN**

هي نقطة تلاقي المحورين الاحداثيين Ox و Oy أي هي النقطة O. كما أنها النقطةالتي تنبعث منها ثلاثة محاور احداثية في الفضاء.

نقطة المنتصف **MIDPOINT**

- نقطة المتصف لقطعة مستقيمة:
هي النقطة التي تقسم القطعة المستقيمة إلى جزءين متساويين.
انظر ينصف.

نقطة تماس **TACPOINT**

وتعرف نقطة التماس لعائلة منحنيات بأنها النقطة التي تتقاطع عندها المنحنيات ويكون لها مماس مشترك في تلك النقطة.

● المحل الهندسي التماسي:

هو مجموعة تتكون من نقاط تماس، مثلاً: كل من المستقيمين $y = 1$ و $y = -1$ هو محل هندسي تماسي لعائلة الدوائر المماسة لمحور x والتي نصف قطرها واحد.

انظر مميز ــ مميز المعادلة التفاضلية.

نقطة سرية **UMBILIC**

نفس نقطة سرية.

نقطة ملاصقة **TACNODE**

انظر ملاصقة.

نقطة منعزلة **ACNODE**

انظر نقطة ــ نقطة منعزلة.

نَقْل **TRANSPORTATION**

● مسألة النقل:

هي مسألة البرمجة الخطية المتعلقة بأصغار الكلفة الكلية لنقل كميات من سلعة معينة مخزونة في مصادر معينة إلى مناطق أخرى. استحدثت هذه المسألة من قبل هيتشكوك (فرانك) عام 1941 ومن قبل كوبمانز (ت. س) عام 1951.

لنفرض أن السلعة متوفرة في m من المصادر بالكميات a_i لأجل $i = 1,2,\ldots,m$ وأن المطلوب نقلها إلى n من المناطق بالكميات b_j لأجل $j = 1,2,\ldots,n$ بحيث $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$ (أي أن العرض الكلي يساوي الطلب الكلي على السلعة). لتكن C_{ij} كلفة نقل وحدة السلعة من المصدر i إلى المنطقة j $(i = 1,2,\ldots,m,\ j= 1,2,\ldots,n)$ وليكن x_{ij} هو عدد الوحدات المنقولة من

المصدر i إلى المنطقة j. إن مسألة النقل هي مسألة البرمجة الخطية التالية: إيجاد قيم x_{ij} التي تصغر $\sum_{i=1} \Sigma_1 C_{ij} X_{ij}$ طبقاً للقيود:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \quad , \quad j = 1,2,\ldots,n$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = a_i \quad , \quad i = 1,2,\ldots,m$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad , \quad i = 1,2,\ldots,m; \; j = 1,2,\ldots,n$$

انظر برمجة ــ برمجة خطية.

نقلة (مباريات) MOVE

النقلة هي عنصر من مكونات المباراة. وهي عبارة عن تنفيذ إجراء خاص يتم باختيار طريق معين من قبل أحد اللاعبين عن تصميم وبعد تفكير أو بشكل عشوائي.

- **نقلة شخصية:**

هي النقلة التي يختارها أحد اللاعبين.

مثال: أي نقلة في لعبة الشطرنج هي نقلة شخصية.

- **نقلة الصدفة:**

هي النقلة التي تتم باستخدام وسيلة عشوائية.

انظر مباراة، أصبعية، تسديسة، لعبة الملك.

نمط TYPE

- **مسألة النمط:**

هي مسألة تحديد نمط سطح ريماني بسيط الاتصال.

انظر ريمان ــ سطح ريمان.

نمو GROWHT

● منحنى النمو (إحصاء):

هو منحنٍ مصمم لتبيان النمط العام لنمو متغير معين. ولهذا المنحنى عدة أنواع.

انظر غومبيرتز ــ منحنى غومبيرتز؛ وانظر كذلك سوقي ــ منحنى سوقي.

نهائي TERMINAL

● الشكل النهائي لأعمدة المبادلة:

انظر مبادلة ــ جداول المبادلة.

● الضلع النهائي للزاوية:

انظر زاوية.

● نقطة نهائية:

انظر منحنى وموجه ــ خط موجه.

نهائي LIMITING

● العمر النهائي في جدول الوفيات:

هو عمر آخر الباقين على قيد الحياة من زمرة، بحيث تكون وفاته في نفس السنة التي تم فيها وضع الجداول.

● قيمة نهائية:

انظر نهاية متغير.

نهاية LIMIT

يمكن في الحقيقة تعريف النهاية بصور مختلفة، أما الطريقة العامة لتعريف النهاية فتستخدم مفهوم جملة المراحل. وجملة المراحل هي جماعة S من المجموعات غير الخالية بحيث ينتمي التقاطع $A \cap B$ لأي مجموعتين

$A,B \in S$ إلى الجماعة S. ونعني بوجود نهاية من أجل دالة f بالنسبة لجملة المراحل أن كل مرحلة تحتوي على نقط من مجال الدالة f وأنه يوجد عدد ℓ (هو النهاية) يحقق الشرط التالي:

من أجل أي جوار w للعدد ℓ يوجد مرحلة A بحيث يكون f(x) في w إذا كان x ينتمي إلى تقاطع A مع مجال f.

ويمكن البرهان أن النهاية ℓ وحيدة إذا كان مدى الدالة f يحقق الخاصة التالية:

يوجد جواران U و V من أجل أي عنصرين مختلفين ℓ_2, ℓ_1 بحيث يكون $U \cap V$ خالياً (انظر **طوبولوجي ـ فضاء طوبولوجي**). إذا كان مجال الدالة هو مجموعة من الأعداد الحقيقية أو العقدية فإنه يمكن برهان النظريات العادية المألوفة على النهايات. كما أن جميع أنواع النهايات هي حالات خاصة مما ورد سابقاً.

مثال: يمكن تعريف $\lim_{x \to a} f(x)$ باستخدام المراحل حيث يقابل كل عدد موجب δ مرحلة معينة وهي هنا مجموعة القيم x المحققة للمتباينة $0<|x-a|<\delta$ (انظر **نهاية دالة فيما بعد**). وعند تعريف نهاية متتالية $\lim_{n \to \infty} x_n$ باستخدام المراحل فإننا نجد أن كل عدد N يقابل مرحلة تمثل مجموعة جميع الأعداد الصحيحة الموجبة المحققة للعلاقة $n>N$.

انظر **نهاية متتالية** (لاحقاً).

كما أن **تقارب مور ـ سميث** يمكن أن يعرف بدلالة المراحل وذلك بجعل المرحلة تقابل عنصراً a من المجموعة الموجهة D بحيث تتكون المرحلة من جميع x الواقعة في D والمحققة للشرط $x \geq a$ (انظر **مور**). ويمكن تعريف **تكامل ريمان** على الفترة [a,b] على أنه نهاية مجاميع ريمان، ويتم ذلك بجعل المرحلة هنا تقابل العدد الموجب δ وتتكون من مجموعة كل الأزواج:

$$\{(x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}), (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)\}$$

حيث n اختياري و $a = x_1, b = x_{n+1}$ أما الأعداد $x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}$ فهي إما متزايدة أو متناقصة، كما أن $x_k \in [x_k, x_{k+1}]$ مهما يكن العدد k.

انظر **تكامل ـ تكامل محدد**؛ انظر **مرشحة**.

● **مبرهنة النهاية المركزية (إحصاء):**

انظر مركزي.

● **مبرهنات أساسية في النهايات:**

(1) إذا كانت ℓ نهاية الدالة u وكان c عدداً ما فإن نهاية cu هي c.

(2) إذا كانت ℓ و m نهايتي u و v فإن نهاية u + v هي $\ell + m$.

(3) إذا كانت ℓ و m نهايتي u و v فإن نهاية uv هي ℓm.

(4) إذا كانت ℓ و m نهايتي u و v وكانت $m\neq0$ فإن نهاية $\frac{u}{v}$ هي $\frac{\ell}{m}$.

(5) إذا كان u لا يتناقص أبداً، وكان يوجد عدد A بحيث لا يكون u أكبر منه أبداً، فإن u ينتهي إلى نهاية ℓ ليست أكبر من A.

(6) إذا كان u غير متزايد أبداً، وليس أصغر من عدد ما B فإن له نهاية ليست أصغر من B.

● **النهايات الدنيا والعليا:**

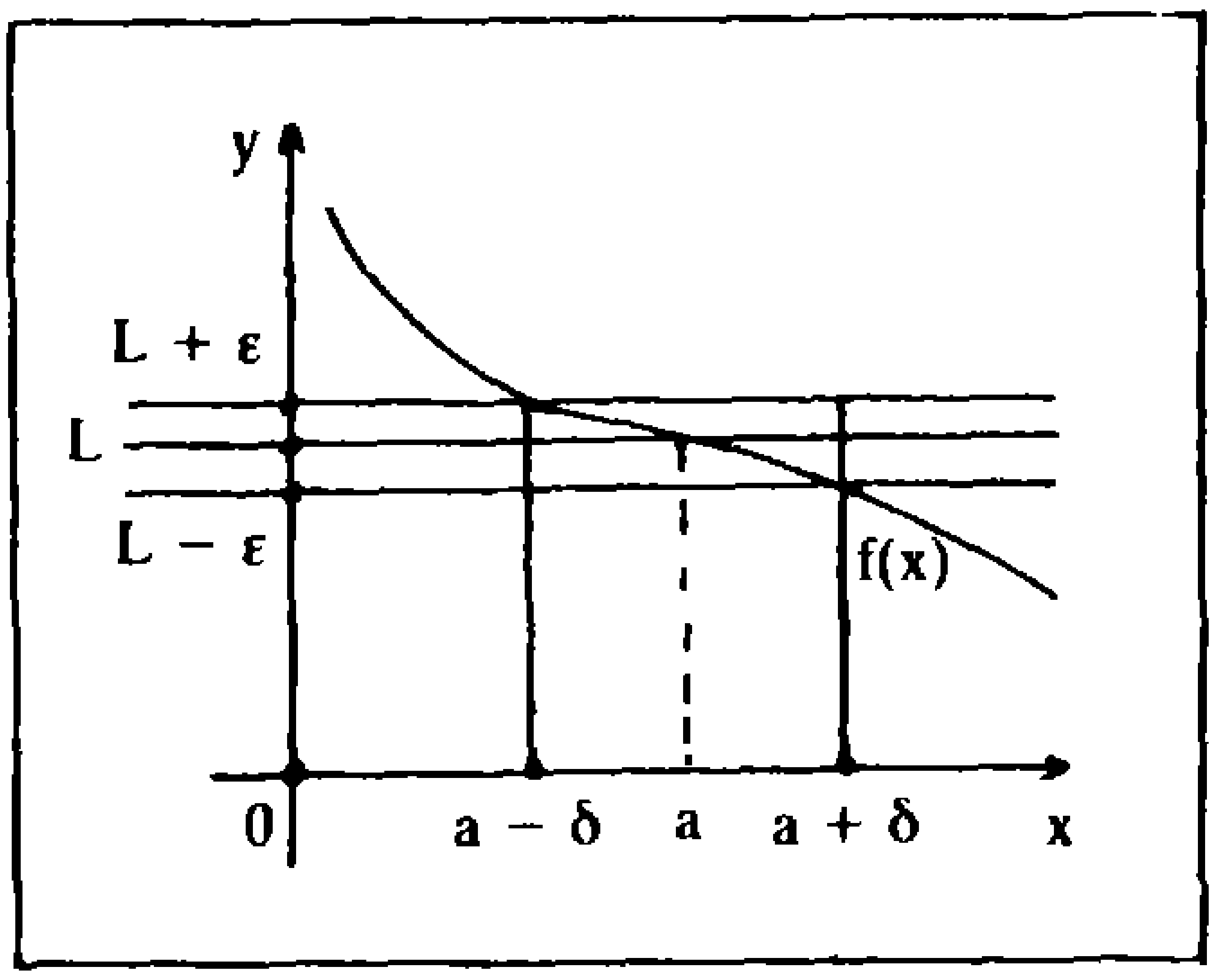
انظر أدنى، متتالية ـ نقطة تراكم لمتتالية، أعلى.

● **نهاية دالة:**

نتحدث هنا عن نهاية دالة مجالها ومداها مجموعات من الأعداد وهكذا نقول بشكل أولي أن نهاية دالة هو ذلك العدد الذي تقترب منه الدالة وذلك عندما نضع بعض القيود على المتغير المستقل. فمثلاً $\frac{1}{x}$ تنتهي إلى الصفر عندما تتزايد x بلا حدود. وتبقى النتيجة صحيحة إذا تناقصت x آخذة قيماً سالبة بلا حدود، بل تبقى النتيجة صحيحة حتى لو تأرجحت x بين السالب والموجب فأخذت القيم:

$$10, -10, 100, -100, 1000, -1000$$

ونعبر عن قولنا إن الدالة f تنتهي إلى النهاية L عندما تقترب x من a بالشكل $\lim_{x\to a} f(x) = L$. ويتم تعريف النهاية بشكل دقيق كما يلي:



نقول ان f تنتهي إلى L عندما تقترب x من a إذا كان يوجد مقابل كل عدد موجب ε عدد آخر δ بحيث $0<|x-a|<\delta$ إذا كان $|f(x)-L|<\varepsilon$ (انظر الشكل).

ونقول بأن f تنتهي إلى L إذا كانت x تقترب من اللانهاية إذا كان يوجد مقابل كل عدد موجب ε عدد آخر δ بحيث تتحقق المتباينة $|f(x)-L|<\varepsilon$ عندما تكون $x>\delta$. ونقول بأن k هي نهاية f عندما تصبح |x| لانهاية إذا كان يوجد مقابل كل عدد $\varepsilon>0$ عدد آخر δ بحيث $|f(x)-k|<\varepsilon$ إذا كان $|x|<\delta$. ويمكن أن تكون نهاية الدالة مساوية ∞+ وتكتب $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. وهذا يعني أنه يوجد عدد δ مقابل كل عدد موجب ε بحيث يكون $f(x)>\varepsilon$ إذا كان $x>\delta$.

انظر محدد.

● نهاية من اليمين أو اليسار:

نقول بأن M هي نهاية من اليمين للدالة f في النقطة a إذا كان يوجد عدد موجب δ مقابل أي عدد موجب ε بحيث $|M-f(x)|<\varepsilon$ إذا كان $a<x<a+\delta$ ونقول بأن N هي نهاية من اليسار للدالة f في النقطة a إذا كان يوجد مقابل كل $\varepsilon>0$ عدد آخر $\delta>0$ بحيث $|N-f(x)|<\varepsilon$ إذا كان $a-\delta<x<a$ نقول بأن الدالة f(x) مستمرة من اليمين (اليسار) في النقطة a إذا وفقط إذا كانت النهاية من اليمين (اليسار) موجودة وتساوي f(a). ويرمز عادة للنهاية من اليمين (ومثلها من اليسار) برموز مختلفة منها مثلاً $\lim_{x\to a^+} f(x)$ أو $\lim_{x\to a} f^+(x)$ أو $f(a^+)$ أو $f(a+0)$.

● نقطة نهاية:

انظر نقطة تراكم.

● نهاية مجموع، جداء، حاصل قسمة:

انظر ما سبق تحت عنوان مبرهنات أساسية في النهايات.

● نهاية نسبة قوس إلى وتره:

يقصد هنا إيجاد نهاية نسبة القوس في منحنى إلى طول وتره عندما يقترب طول الوتر من الصفر. وتكون هذه النهاية مساوية 1 إذا كان هذا المنحنى هو دائرة. كما يبقى هذا الأمر صحيحاً من أجل المنحنيات الملساء.

انظر أملس.

● نهاية متتالية:

أنظر متتالية.

● حدا فترة الصنف (إحصاء):

وهما عبارة عن النهايتين العليا والسفلى لقيم فترة الصنف.

● مسائل التحليل والتصميم الحدي:

إن مسألة التحليل الحدي هي مسألة إيجاد قدرة التحمل القصوى لمنشأ واقع تحت تأثير حمولة معينة بعد معرفة العزوم اللدنة والشكل الهندسي للمنشأ. أما مسألة التصميم الحدي فهي مسألة تحديد جميع العزوم اللدنة لجميع عناصر المنشأ بعد معرفة الحمولات المطبقة عليه بشكل نصل فيه إلى الوزن الأصغري لعناصر المنشأ تخفيفاً لكلفة المنشأ.

النهاية المباشرة — DIRECT LIMIT

لتكن A مجموعة موجهة (انظر مور) ولتكن $\{Y_\alpha | \alpha \in A\}$ عائلة من الفضاءات دليلها A. نفرض أن لكل زوج $\alpha,\beta \in A$ بحيث $\alpha<\beta$ يوجد تطبيق مستمر $Q_{\alpha\beta} : Y_\alpha \to Y_\beta$ بحيث $Q_{\alpha\gamma} = Q_{\beta\gamma} o Q_{\alpha\beta}$ لكل $\alpha,\beta,\gamma \in A$, $\alpha<\beta<\gamma$. يسمى الزوج المرتب $\{Y_\alpha; Q_{\alpha\beta}\}$ من العائلات Y_α والتطبيقات $Q_{\alpha\beta}$ بـ **الطيف المباشر** على A بالفضاءات Y_α والتطبيقات الموصلة $Q_{\alpha\beta}$. والآن نعرف فضاء النهاية المباشرة على النحو التالي:

ليكن $D = \Sigma \{Y_\alpha \mid \alpha \in A\}$ الاتحاد الحر للفضاءات Y_α (انظر اتحاد حر) نعرف علاقة تكافؤ R في D حيث $(y_\alpha, y_\beta) \in R$ إذا كان $y_\alpha \in Y_\alpha$, $y_\beta \in Y_\beta$ وكان هناك Y_γ وتطبيقان موصلان $Q_{\alpha\gamma}$ و $Q_{\beta\gamma}$ بحيث $Q_{\alpha\gamma}(y_\alpha) = Q_{\beta\gamma}(y_\beta) = y_\gamma \in Y_\gamma$.

وفي هذه الحالة نقول ان y_γ تال مشترك لكل من y_α, y_β. يسمى فضاء الخارج $(\sum_\alpha Y_\alpha)/R$ بـ **فضاء النهاية المباشرة** ويرمز له أحياناً بالرمز $\underrightarrow{\text{Lim}}\ Y_\alpha$ أو Y^∞.

النهاية المعاكسة — INVERSE LIMIT

لتكن A مجموعة موجهة ولتكن $\{Y_\alpha|\alpha\epsilon A\}$ عائلة من الفضاءات دليلها A. لكل زوج $\alpha,\beta\epsilon A$ حيث $\alpha<\beta$ نفترض وجود تطبيق مستمر $\mu_{\beta\alpha}: Y_\beta \rightarrow Y_\alpha$ بحيث تحقق هذه التطبيقات الشرط التالي:

إذا كان $\alpha<\beta<\gamma$ فإن $\mu_{\gamma\alpha} = \mu_{\beta\alpha} o \mu_{\gamma\beta}$ وفي هذه الحالة نسمي الزوج $\{Y_\alpha;\mu_{\beta\alpha}\}$ بـ **الطيف المعاكس** على A بالفضاءات $Y\alpha$ والتطبيقات الموصلة $\mu_{\beta\alpha}$.

ولتعريف فضاء النهاية المعاكسة نبدأ أولاً بتشكيل فضاء الجداء $Y = \prod\{Y_\alpha|\alpha\epsilon A\}$. ولنفرض أن p_α هي إسقاط Y على Y_α لكل α (أي أن $p_\alpha: Y \rightarrow Y_\alpha$ حيث $P_\alpha[(x_\delta)] = x_\alpha$ حيث $(x_\delta) \in Y$).

نعرف **فضاء النهاية المعاكسة** بأنه المجموعة:

$$\{y \in Y \mid \alpha < \beta \Rightarrow p_\alpha (y) = \mu_{\beta\alpha} o\, p_\beta (y)\}$$

لكل $\alpha,\beta \in A$ بالطوبولوجيا النسبية المولدة من فضاء الجداء Y.

ويرمز لفضاء النهاية المعاكسة بالرموز Y_∞ أو $\underleftarrow{\text{Lim}}\ Y_\alpha$ ويكون $Y_\infty \neq \phi$ إذا تحققت الشروط التالية:

(1) كل Y_α فضاء متراص وغير خال.

(2) لكل $\alpha\epsilon A$ فإن $\{x\epsilon Y\alpha| \mu_{\alpha\alpha} (x) = x\} \neq \phi$.

نواة — KERNEL

● **النوى المكررة:**

(معادلات تكاملية)، هي الدوال k_n المعرفة بالشكل $k_1(x,y) = k(x,y)$ و $k_{n+1}(x,y) = \int_a^b k(x,t)k_n(t,y)dt$ $(n = 1,2,...)$ حيث k_x^b هي نواة معطاة. وينتج هنا أن **النواة المفككة** $k(x,t;\lambda)$ تساوي $\sum_{n=0} \lambda^n k_{n+1}(x,t)$. (-1).

● **نواة تشاكل:**

إذا كان لدينا تشاكل يطبق الزمرة G على الزمرة G^* فإن **نواة التشاكل** هي المجموعة N للعناصر التي صورتها العنصر المحايد من الزمرة G^*، وهكذا فإن المجموعة N هي زمرة جزئية معتدلة للزمرة G وتكون G^* متماثلة مع زمرة الخارج G/N. إذا كان لدينا تشاكل يطبق الحلقة R على الحلقة R^*، فإن نواة هذا التشاكل هي المجموعة I لجميع العناصر التي تطبق على العنصر الصفري للحلقة R^*. وتكون النواة I هي مثالية، أما R^* فيكون متماثلاً مع حلقة الخارج R/I.

انظر مثالية.

● **نواة معادلة تكاملية:**

انظر فولتيرا ــ معادلات فولتيرا التكاملية؛ انظر تكامل ــ معادلة تكاملية من النوع الثالث.

● **نواة مفككة:**

انظر فولتيرا ــ دوال فولتيرا المقلوبة.

نواس — PENDULUM

● **نواس فوكالت:**

هو نواس معلق بسلك طويل جداً ينتهي طرفه الحر بكتلة ثقيلة جداً. وقد تم تعليقه بحيث لا يبقى في مستو واحد بالنسبة للأرض أثناء اهتزازه. وهذا النواس يبين دوران الأرض حول محورها.

● **خاصية النواس للدويري:**

انظر دويري.

● **نواس بسيط:**

هو عبارة عن جسم معلق بخيط مهمل الوزن وبحيث نعتبر الجسم نقطة مادية في مركز ثقل هذا الجسم. أما دور النواس البسيط فيساوي:

$$\sqrt[4]{\frac{1}{g}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\, 1 - k^2 \sin^2 t \,]^{-\frac{1}{2}} dt =$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\, [\, 1 + (1/2)^2 k^2 + (\frac{1.3}{2.4})^2 k^4 + (\frac{1.3.5}{2.4.6})^2 k^6 + \ldots \,]$$

حيث L هو طول النواس (من نقطة التعليق إلى مركز ثقل الجسم)، $\theta, k = \sin\frac{\theta}{2}$ هي أكبر زاوية بين النواس والشاقول.

SPECIFIC **نوعي**

● **الثقل النوعي:**

هو النسبة بين وزن حجم معين من مادة ووزن نفس الحجم من مادة معيارية. والمادة المعيارية المستعملة بالنسبة للأجسام الصلبة والأجسام السائلة هي الماء بدرجة 4°c وهي الدرجة التي تحدث فيها أعلى كثافة للماء.

● **الحرارة النوعية:**

(1) عدد السعرات اللازمة لرفع درجة حرارة غرام واحد من المادة درجة مئوية واحدة (1°C).

(2) نسبة كمية الحرارة اللازمة لتغيير درجة حرارة كتلة معينة من مادة درجة مئوية واحدة إلى كمية الحرارة اللازمة لتغيير درجة حرارة كتلة مساوية من الماء درجة مئوية واحدة.

PARITY **نوعية**

نقول بأن للعددين الصحيحين نفس النوعية إذا كان العددان زوجين معاً أو فردين معاً. وأن لهما نوعية مختلفة إذا كان أحدهما زوجياً والآخر فردياً.

NOVIKOV, SERGE P. (1938-) نوفكيف، سيرغيف ب.

عالم روسي في الهندسة والطوبولوجيا الجبرية وقد حصل على ميدالية الحقول 1970. وتتركز أبحاثه على المنطويات التفاضلية ونظرية التحولية والتحادد والتوريقات.

NOETHER, AMALIE EMMY (1882-1935) نويذر، أمالي إيمي

عالم ألماني ـ أميركي في الجبر. ساهم في نظرية اللامتغيرات والجبريات الموضوعاتية المجردة والنظرية الموضوعاتية للمثاليات والجبريات الدوروية وغير التبديلية.

● حلقة نويذرية:

انظر سلسلة ـ شروط السلسلة على الحلقات.

MEUMANN, FRANZ ERNST (1798-1895) نويمان، فرانز أرنست

عالم ألماني في الفيزياء الرياضية والبلوريات.

● صيغة نويمان لدوال لوجاندر من النوع الثاني:

هي الصيغة $Q_n(z) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} \frac{P_n(t)}{z-t}\,dt$، حيث p_n هو كثير حدود لوجاندر. وتمثل الدالة $Q_n(z)$ حلاً لمعادلة لوجاندر التفاضلية كما يمكن كتابة Q_n بدلالة الدالة F الفوهندسية على الصورة:

$$\frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(n+1)}{(2z)^{n+1}\,\Gamma(n+{}^{3}/_{2})} F\left(\frac{n+1}{2}, \frac{1}{2}n+1; n+\frac{3}{2}; z^{-2}\right)$$

MEUMANN, KARL GOTTFRIED (1832-1925) نويمان، كارل غوتفريد

عالم ألماني في التحليل ونظرية الكمون.

● **دالة نويمان:**

هي الدالة N_n المعرفة بالعلاقة:

$$N_n(z) = \frac{1}{\sin n\pi}[\cos n\pi J_n(z) - J_{-n}(z)]$$

حيث J_n هي دالة بسل. وهذه الدالة هي حل لمعادلة **بسل التفاضلية** (إذا لم تكن n عدداً صحيحاً) وتسمى **دالة بسل من النوع الثاني**.

انظر **هانكل** ــ دالة هانكل.

● **دالة نويمان في نظرية الكمون:**

إذا كانت R منطقة حدودها السطح S وكانت Q هي نقطة داخلية بالنسبة للمنطقة R، فإن دالة نويمان هي دالة من الشكل $N(P,Q) = \frac{1}{4\pi r} + V(P)$ حيث r هي المسافة PQ و $V(P)$ دالة توافقية و $\frac{\partial N}{\partial n}$ هو مقدار ثابت على S و $\iint_S N d\sigma_p = 0$ أما الحل $U(Q)$ لمسألة نويمان فيمثل بالشكل $U(Q) = \iint_S f(P)N(P,Q)d\sigma_p$.

انظر **غرين** ــ دالة غرين، **حدود** ــ مسألة الحدود الثانية لنظرية الكمون، **مسألة نويمان**.

NICOMEDES نيكوميدس (القرن الثاني قبل الميلاد)

عالم رياضي يوناني.

● **صدفي نيكوميدس:**

انظر **صدفي**.

نيمان، جرزي NEYMAN, JERZY (1894-1981)

إحصائي عاش في بولندا لغاية بلوغه سن الأربعين حيث عاش أربع سنوات في لندن ثم هاجر وعاش في الولايات المتحدة الأميركية حتى وفاته. اشتهر بإسهاماته في النظرية الإحصائية وفي التطبيقات الإحصائية.

● تمهيدية نيمان وبيرسون:

ليكن X متغيراً عشوائياً بتوزيع احتمالي f(x) ولتكن $x_1, x_2, \ldots, x_n$ عينة عشوائية مسحوبة في توزيع X لاختبار فرض العدم $H_o:f(x) = f_o(x)$ ضد فرض البديل $H_1:f(x) = f_1(x)$ حيث f_o و f_1 معرفتان تماماً فإنه:

(1) يوجد اختبار بمستوى معنوية α ويرفض H_o إذا كان $\frac{f_1(x_1,x_2,\ldots,x_n)}{f_o(x_1,x_2,\ldots,x_n)} > k$ حيث k ثابت موجب يحقق الشرط $P(\frac{f_1}{f_o} > k | H_o) = \alpha$.

(2) الاختبار المذكور في (1) هو الأكثر قوة بين كل الاختبارات ذات حجم α للفرض H_o ضد البديل H_1.

انظر فرض ـ اختبار الفرض؛ وانظر جوازية ـ دالة الجوازية.

نيوتن NEWTON

هي وحدة قوة. وتعرف على أنها القوة التي تسبب تسارعاً مقداره متر/ثا^2 لكتلة كيلوغرام واحد.

نيوتن، إسحق NEWTON, SIR ISAAC (1642-1727)

عالم إنجليزي اشتغل بالرياضيات والفيزياء والفلك، ويعتبر واحداً من أعظم ثلاثة علماء في العالم هم غاوس وأرسطوطاليس. وقد اخترع نيوتن وليبنيتز الحسبان بوقت واحد تقريباً ولكن كلاً منهما على حدة.

● ثلاثي الشعب لنيوتن: انظر ثلاثي الشعب.

● صيغة نيوتن ــ غريغوري للاستكمال:
انظر غريغوري.

● صيغ نيوتن ــ كوتس للمكاملة:
هي صيغ للمكاملة التقريبية تظهر على الشكل التالي:

$$\int_{x_o}^{x_o+h} y\,dx = \frac{h}{2}(y_o + y_1) - \frac{h^3}{12} y''(\xi)$$

$$\int_{x_o}^{x_o+2h} y\,dx = \frac{h}{3}(y + 4y_1 + y_2) - \frac{h^5}{90} y^{(4)}(\xi)$$

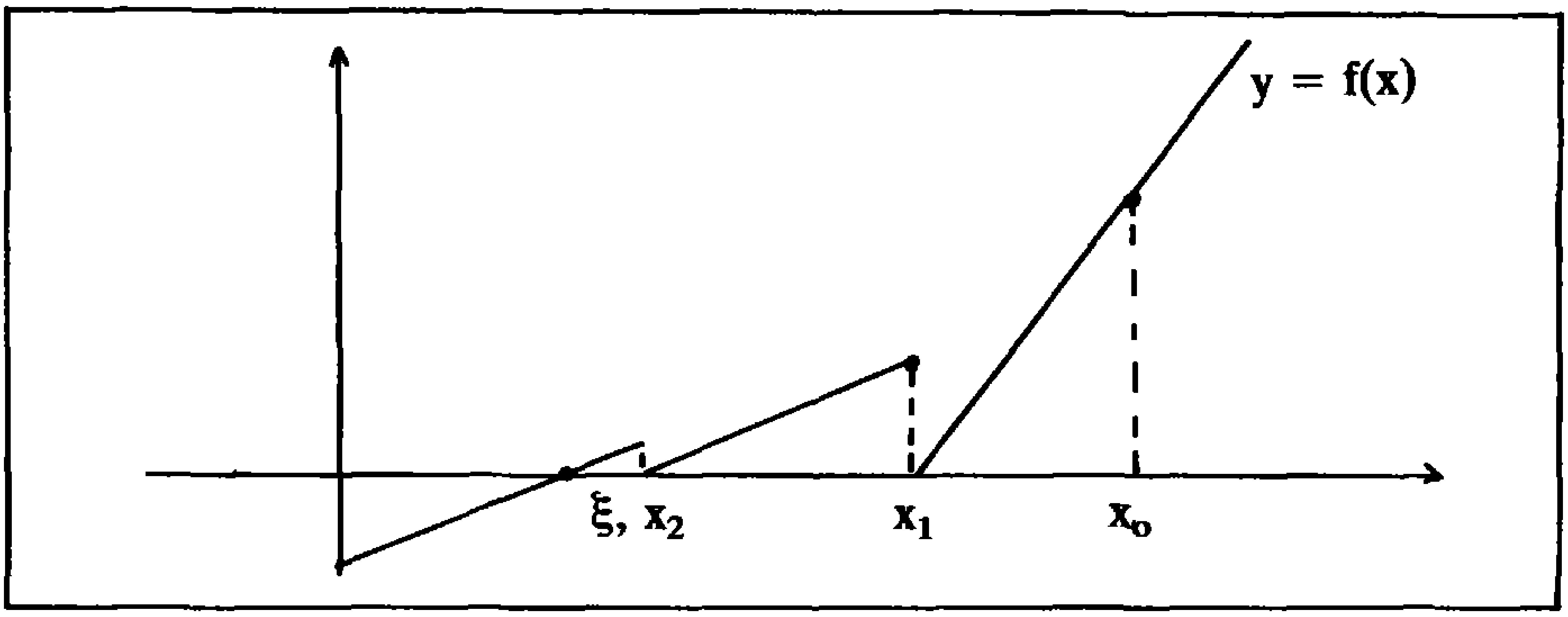
$$\int_{x_o}^{x_o+3h} y\,dx = \frac{3h}{8}(y_o + 3y_1 + 3y_2 + y_3) - \frac{3h^5}{90} y^{(4)}(\xi)$$

... إلخ، حيث y_k هي قيمة y في النقطة $x_o + kh$ وفي كل صيغة من هذه الصيغ تكون ξ قيمة وسطى. أما الحد الأخير فيحتوي على المشتق من المرتبة السادسة في الصيغتين التاليتين للصيغ الثلاث المبينة أعلاه. وبما أن هذه الصيغ تحتوي على قيم الدالة y عند حدي المكاملة فإن هذه الصيغ تعرف بأنها من **النمط المغلق**. أما صيغ نيوتن ــ كوتس ذات النمط المفتوح فإنها تأخذ الشكل:

$$\int_{x_o}^{x_o+3h} y\,dx = \frac{3h}{2}(y_1 + y_2) + \frac{h^3}{4} y''(\xi), \ldots$$

وتستخدم هذه الصيغ عادة من أجل إيجاد الحلول العددية للمعادلات التفاضلية.

● طريقة التقريب لنيوتن:
هي طريقة لإيجاد الجذور التقريبية للمعادلات الجبرية $f(x) = 0$ إذا كان x_o جذراً تقريبياً للمعادلة $f(x) = 0$ وكانت الدالة $f(x)$ قابلة للمفاضلة، فإننا نحصل على التقريب التالي x_1 من تقاطع المماس للمنحنى $y = f(x)$ المار بالنقطة $(x_o, f(x_o))$ مع المحور ox، (انظر الشكل).



ويعطى x_1 بالعلاقة $x_1 = x_0 - \frac{f(x_o)}{f'(x_o)}$ وبنفس الأسلوب نحصل على التقريب التالي، وهو: $x_1 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$

وبشكل عام $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ إذا فرضنا أن x_n, x_{n+1} هما تقريبان متتاليان للجذر الحقيقي الفعلي c للمعادلة $f(x) = 0$. وإذا كانت الأعداد x_n و x_{n+1} و c واقعة في فترة I فإن:

$$|x_n - c| \leq \frac{|f(x_n)|}{L}, \; |x_{n+1} - c| \leq \frac{U}{2L} |x_n - c|^2$$

حيث L هو حد سفلي للدالة $|f'(x)|$ في الفترة I بينما U هو حد علوي للدالة $|f''(x)|$ في I.

● **طريقة نيوتن المعممة:**

وهي طريقة تستخدم لإيجاد التقريبات المتتالية $\vec{u}$ الذي يحقق $T(\vec{u}) = \vec{v}$ حيث $\vec{v}$ هو متجه معطى في فضاء إقليدي ذي n بعداً و T هو تحويل لهذا الفضاء. فإذا أعطينا تقريباً $\vec{a_1}$ للمتجه $\vec{u}$ فإن التقريب التالي $\vec{a_2}$ يعطى بالعلاقة $\vec{a_2} = J^{-1}(\vec{a_1})[T(\vec{a_1}) - \vec{v}]$ حيث J^{-1} هو المصفوفة المعاكسة لمصفوفة اليعقوبي الموافقة للتحويل T.

● **قاعدة ثلاثة الأثمان لنيوتن:**

هي قاعدة بديلة لقاعدة سيمبسون من أجل حساب القيمة التقريبية للمساحة المحصورة بين المنحنى $y = f(x)$ والمحور ox والمستقيمين $x = a$

و $x = b$. من أجل ذلك يتم تقسيم الفترة (a,b) إلى $3n$ جزءاً متساوياً وتعطى المساحة عندئذٍ بالشكل:

$$A = \frac{b-a}{8n} [\, y_a + 3y_1 + 3y_2 + 3y_2 + 2y_3 + 3y_4 + 3y_5 + 2y_6 + \dots + 3y_{3n-1} + y_b]$$

وتأتي تسمية هذه الطريقة من كون المعامل $\frac{b-a}{8n}$ يساوي $\frac{3}{8}h$ حيث $h = \frac{b-a}{3n}$ ولنفس السبب تسمى قاعدة سيمبسون باسم قاعدة الثلث. ويعطى الخطأ في التقريب الذي ينتج من استخدام قاعدة سيمبسون بالعلاقة:

$$e_s = -\frac{nk^5}{90} f^{(4)}(\xi) \quad , \quad a < \xi < b$$

حيث $k = \frac{b-a}{2n}$، بينما يكون الخطأ في التقريب الناتج من استخدام قاعدة نيوتن مساوياً:

$$\frac{-3nh^5}{80} \, . \, f^{(4)}(\xi) \quad , \quad a < \xi < b$$

انظر **سيمبسون ــ قاعدة سيمبسون**؛ انظر **شبه منحرف ــ قاعدة شبه منحرف**؛ انظر **ويدل ــ قاعدة ويدل**.

● **قوانين الحركة لنيوتن:**

القانون الأول: يحافظ الجسيم على حالة من السكون أو الحركة بسرعة منتظمة على خط مستقيم ما لم تتدخل قوى أخرى لتغيير هذه الحالة.

القانون الثاني: إن معدل تغير كمية الحركة بالنسبة للزمن يتناسب مع القوة الدافعة ويكون محمولاً على الخط المستقيم الذي تفعل وفقه القوة.

القانون الثالث: يتم تمثيل الفعل المتبادل بين جسيمين بقوتين متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه على طول المستقيم الواصل بين الجسيمين.

● **كمون نيوتني:**

انظر **كمون ــ كمون تجاذبي**.

● متباينة نيوتن:

هي متباينة التحدبية اللوغاريتمية وتأخذ الشكل:

$$p_{r-1}\, p_{r+1} \leq P_r^2 \quad , \quad 1 \leq r < n$$

حيث $p_r = \frac{b_r}{\binom{n}{r}}$ هي القيمة المتوسطة للحدود التي عددها $\binom{n}{r}$ حداً بما فيها الدالة المتناظرة المبتدئة b_r لمجموعة الأعداد $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

● متطابقات نيوتن:

وهي العلاقات بين مجموع قوى كل جذور معادلة كثير حدود مع معاملات هذه المعادلة. لتكن المعادلة:

$$x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_{n-1} x + a_n = 0$$

التي جذورها $r_1, r_2, \ldots, r_n$ فإن متطابقات نيوتن هي:

$$S_k + a_1 S_{k-1} + a_2 S_{k-2} + \ldots + a_{k-1} S_1 + ka_k = 0$$

من أجل $k \leq n-1$ و $S_k + a_1 S_{k-1} + a_2 S_{K-2} + \ldots + a_n S_{k-n} = 0$ من أجل $k \geq n$ حيث $S_k = r_1^k + r_2^k + \ldots + r_n^k$.

هـ

هادامارد، جاك سلمون HADAMARD, JACQUES SALOMON (1865-1963)

عالم رياضي فرنسي برز في عدة حقول في الرياضيات منها التحليل والتحليل الدالي والجبر ونظرية الأعداد والفيزياء الرياضية. ولقد استخدم الداليات في دراسة حسبان المتغيرات.

انظر **أولي** ــ مبرهنة الأعداد الأولية.

● **متباينة هادامارد:**

للمعين من مرتبة n وقيمته D وبمداخل حقيقية أو عقدية a_{ij} فإن المتباينة التالية صحيحة:

$$|D|^2 \le \prod_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|^2 \right)$$

● **تخمنة هادامارد:**

من المعلوم أن معادلة الأمواج للفضاءات ذات البعدية الفردية 3، 5، 7، ... تحقق مبدأ هايغنز ولكنها لا تحقق هذا المبدأ للفضاءات ذات البعدية الزوجية 2، 4، 6، ... أو ذات بعدية مساوية للواحد. وتنص **تخمنة هادامارد** على أن المعادلات التي تختلف جوهرياً عن معادلة الأمواج لا يمكن أن تحقق مبدأ هايغنز.

HAMEL (1954-1877) هامل، جورج كارل ويلهلم

رياضي ألماني انصب اهتمامه على التحليل والرياضيات التطبيقية.

- **أساس هامل:**

من المعروف أن كل فضاء متجهات V منتهي البعدية على حقل F له أساس منته وأن عدد العناصر في أي أساس لـ V ثابت ويساوي بعدية V. أما إذا كان الفضاء V لامنتهي البعدية فإننا نقول إن المجموعة الجزئية $L = \{x_1, x_2, x_3, ...\}$ (بالضرورة لامنتهية) من V أساساً لـ V إذا تحقق الشرطان التاليان:

(1) كل عنصر في V هو توافق (تركيب) خطي منته لعناصر في L.

(2) لكل عدد منته $\{x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}\}$ من عناصر L، إذا كان $\sum_{m=1}^{n} a_m x_{i_m} = 0$، حيث $a_m \epsilon F$ فإن $a_m = 0$ ويسمى الأساس في هذه الحالة بـ **أساس هامل**.

مثال (1): إذا اعتبرنا الزمرة الجمعية للأعداد الحقيقية كفضاء متجهات على حقل الأعداد المنطقة فإنه يوجد لفضاء المتجهات هذا أساس هامل.

مثال (2): لنعتبر $V = Q[x]$ فضاء المتجهات لكل كثيري الحدود في x على الأعداد المنطقة Q. فإن أساس هامل لـ V يكون المجموعة $\{1, x, x^2, ..., x^m, ...\}$ وبصورة عامة فإنه يوجد أساس هامل لكل فضاء متجهات لامنته على حقل ما. وبرهان ذلك يتطلب استخدام تمهيدية زورن.

HAMILTON, WILLIAM ROWAN (1805-1865) هاميلتون، وليم روان

رياضي إيرلندي كبير اشتغل في الفلك والجبر والفيزياء.

- **مبدأ هاميلتون:**

وينص هذا المبدأ على أنه خلال فترات قصيرة من الزمن وفي مجال قوة محافظ يتحرك الجسيم بطريقة تصغر من تكامل الفعل $\int_{t_1}^{t_2}(T-U)dt$ حيث $T = \frac{1}{2} m \dot{q}_i \circ \dot{q}_i$ ترمز لطاقة الحركة و $U = U(q_1, q_2, q_3)$ ترمز لطاقة الكمون

التي تحقق المعادلة $m\ddot{q}_i = -U_{q_i}$. نستنتج مما سبق بأنه في مجال قوى محافظ تكون المسارات تطرفيات لتكامل الفعل.

● **مبرهنة هاميلتون ـ كيلي:**

وتنص هذه المبرهنة على أن كل مصفوفة **تحقق معادلتها المميزة**. ورمزاً إذا كانت A مصفوفة مربعة وكانت $|A-xI| = f(x) = 0$ المعادلة المميزة لـ A، فإن $f(A) = 0$ وبصورة أوضح إذا كانت المعادلة المميزة لـ A هي:

$$f(x) = k_n x^n + k_{n-1} x^{n-1} + \dots + k_o$$

فإن $f(A) = k_n A^n + k_{n-1} A^{n-1} + \dots + k_0 I = 0$.

● **الهاميلتونية:**

(1) **في ميكانيك الجسيمات التقليدية**: تعرف الهاميلتونية بأنها دالة H بعدد n من الاحداثيات المعممة q_i والعزوم p_i ومعرفة بالمعادلة:

$$H = \sum_{i=1}^{n} p_i \dot{q}_i - L$$

حيث p_i العزوم المعممة والمرتبطة بالاحداثيات q_i $(p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i})$ و $\dot{q}_i$ المشتق الأول **للاحداثي المعمم** من i و L أية **دالة لاغرانجية**. وإذا لم تحتو الدالة اللاغرانجية على الزمن بصراحة فإن H تساوي الطاقة الكلية للنظام. وتحقق H معادلتي الحركة القانونيتين التاليتين:

$$\frac{\partial H}{\partial p_i} = \dot{q}_i, \frac{\partial H}{\partial q_i} = -\dot{p}_i \ (i = 1,\dots,n)$$

(2) **أما في نظرية الكم فإن الهاميلتونية** تعرف بأنها المؤثر H والذي يعطي معادلة حركة دالة الأمواج ψ على الشكل $i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = H\psi$.

هانكل، هيرمان **HANKEL, HERMAN (1839-1873)**

رياضي ألماني اهتم في التحليل والهندسة. أثبت أنه لا يمكن تكبير نظام الأعداد العقدية بشكل يحفظ كل خواص الحقل.

● دالة هانكل:

هي دالة على أحد النمطين التاليين:

$$(i)\ H_n^{(1)}(z) = \frac{i}{\sin n\pi}[e^{-n\pi i} J_n(z) - J_{-n}(z)]$$

$$= J_n(z) + i N_n(z)$$

$$(ii)\ H_n^{(2)}(z) = \frac{-i}{\sin n\pi}[e^{n\pi i} J_n(z) - J_{-n}(z)]$$

$$= J_n(z) - i N_n(z)$$

حيث J_n و N_n دوال بسل ونيومان على الترتيب. والجدير بالذكر هنا أن دوال هانكل تشكل حلولاً لمعادلة بسل التفاضلية (إذا لم يكن n عدداً صحيحاً). كما أن $H_n^{(1)}$ و $H_n^{(2)}$ غير محدودتين بقرب الصفر. أما عند ∞ فإنهما يتصرفان بشكل أسي. وتسمى أحياناً دوال هانكل بـ دوال بسل من النوع الثالث.

HAHN, HANS (1879-1934) **هان، هانس**

رياضي نمساوي اشتغل في التحليل والطوبولوجيا.

● مبرهنة هان ـ بناخ:

لنفرض أن L مجموعة خطية محتواة في فضاء بناخ B وأن f دالي خطي مستمر وحقيقي القيمة معرف على L. فإنه يوجد دالي خطي، مستمر وحقيقي القيمة F معرف على كل B بحيث $f(x) = F(x)$ لكل $x \in L$، وبحيث يكون معيار f على L مساوياً لمعيار F على B وبالرموز $\|F\|_B = \|f\|_L$ وإذا كان B فضاء بناخ عقدياً فإن f و F يمكن أن يكونا عقديـي القيمة.

انظر مرافق ـ الفضاء المرافق.

HAUSDORFF, FELIX (1868-1942) **هاوسدورف، فيلكس**

رياضي ألماني اشتغل في التحليل وساهم بشكل فعال في إرساء قواعد الطوبولوجيا العامة.

● **مبدأ الأعظمي لهاوسدورف:**

انظر زورن ـ تمهيدية زورن.

● **محيرة هاوسدورف:**

هي المبرهنة التي تنص على أنه بالإمكان تمثيل السطح S للكرة كاتحاد أربع مجموعات منفصلة A و B و C و D بحيث D قابلة للعد و A تطابق كلاً من B و C و BUC. وبذلك فبإهمال المجموعة القابلة للعد D فإن A تكون نصف السطح S وثلثه في نفس الوقت.

انظر بناخ ـ محيرة بناخ ـ تارسكي.

● **فضاء هاوسدورف (أو فضاء T_2):**

انظر طوبولوجي ـ فضاء طوبولوجي.

HUYGENS (or HUYGHENS), CHRISTIAN (1629-1695) هايغنز، كريستيان

عالم هولندي اشتغل في الفيزياء والفلك والرياضيات. له أعمال رائدة في الكسور المستمرة والاحتمالات والتحليل (ساعدت في التعجيل باكتشاف حسبان التفاضل والتكامل).

● **مبدأ هايغنز:**

إذا كان مجال التبعية لكل نقطة لمسألة ابتدائية القيمة في فضاء بعديته n منطوياً بعديته $n-1$ على الأكثر فإنه يقال إن المسألة تحقق مبدأ هايغنز.

HEINE, HEINRICH EDUARD (1821-1881) هاين، هنريخ إدوارد

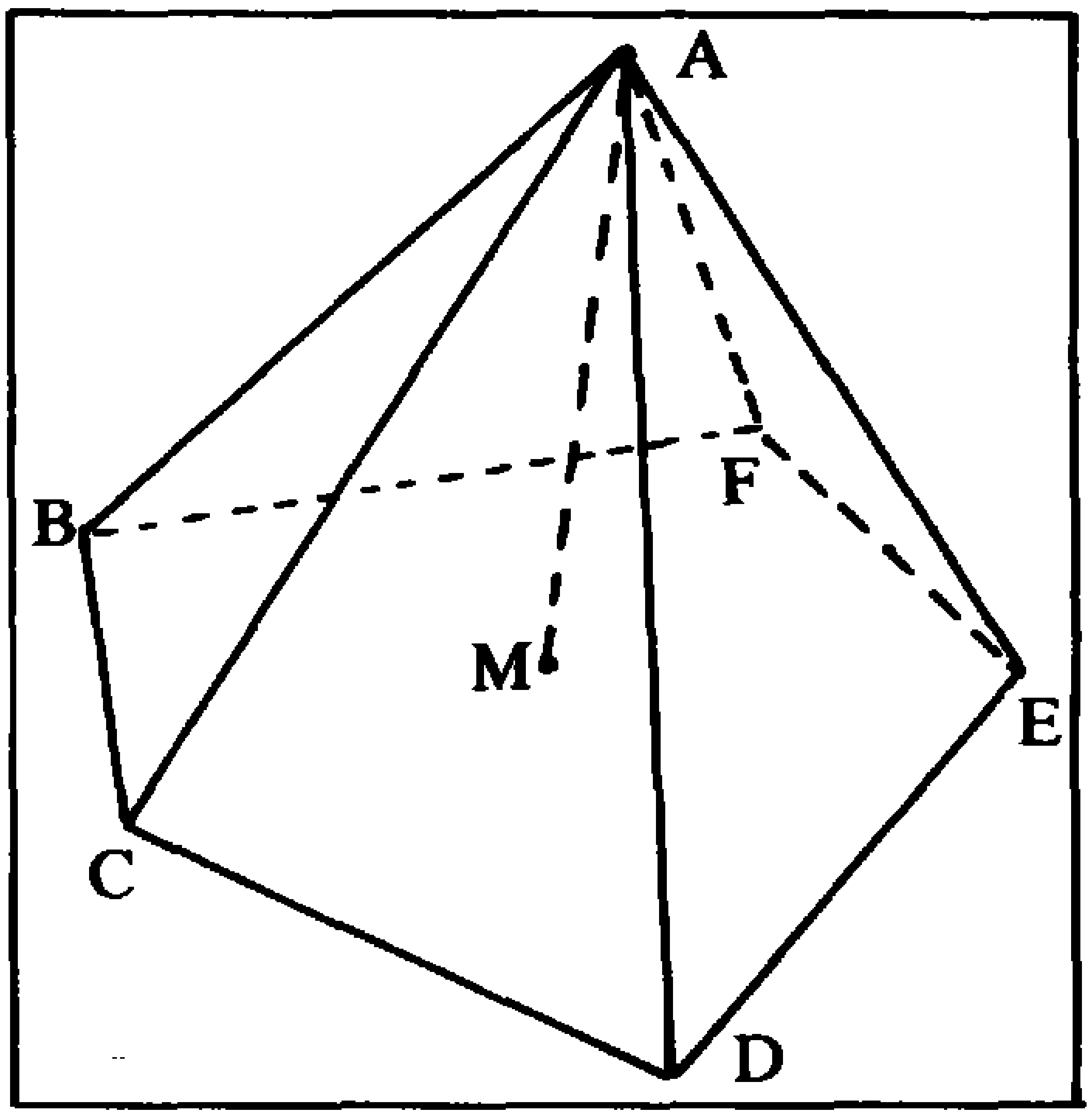
رياضي ألماني عمل في حقل التحليل.

● **مبرهنة هاين ـ بوريل:**

إذا كانت S مجموعة جزئية من فضاء إقليدي منتهي البعدية فإن S تكون متراصة إذا وفقط إذا كانت S مغلقة ومحدودة.

انظر متراص ـ مجموعة متراصة.

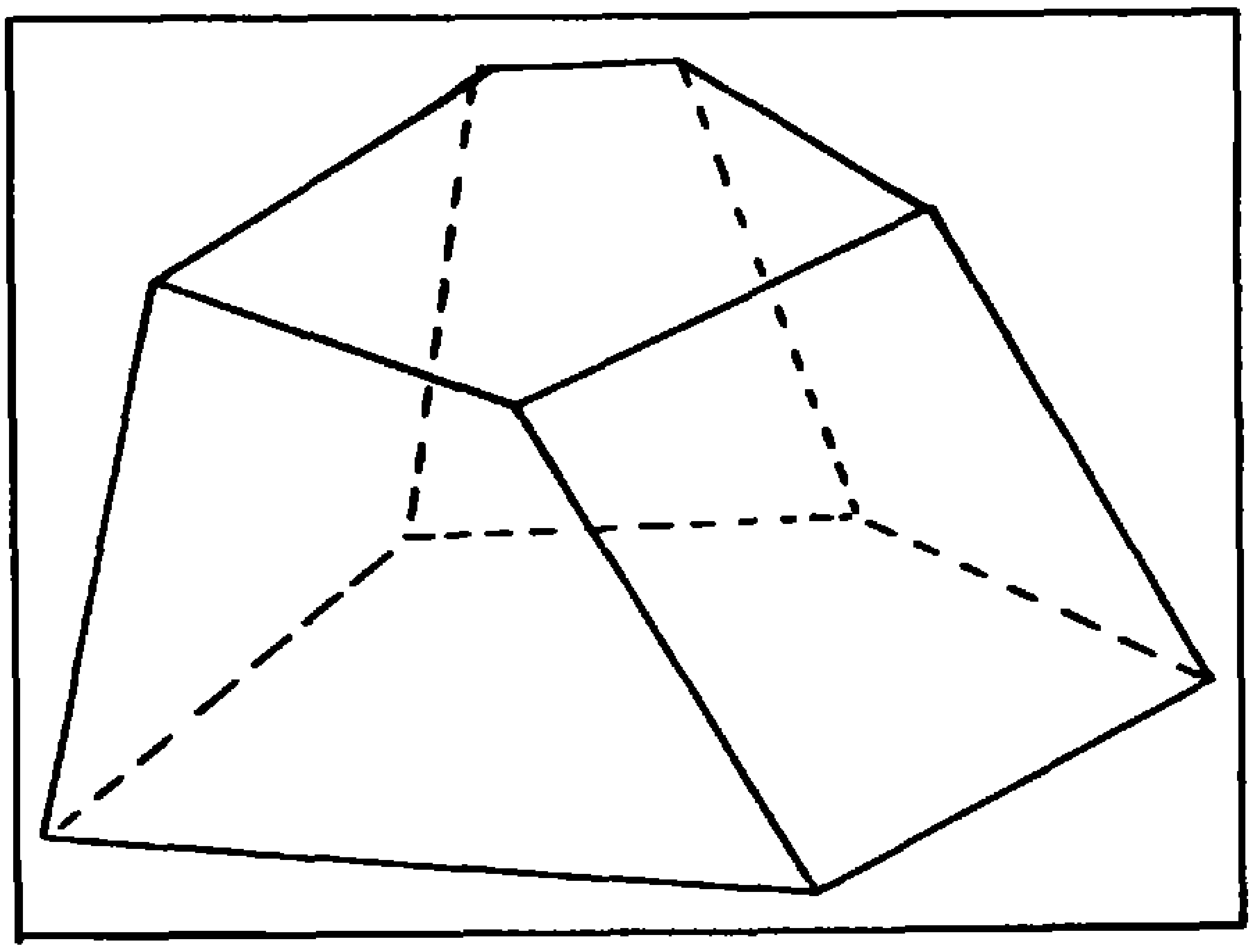
هو كثير وجوه أحد وجوهه مضلع، أما باقي الوجوه فهي مثلثات تشترك جميعها بالرأس، حيث نعتبر المضلع قاعدة الهرم والمثلثات هي الوجوه الجانبية. كما نسمي الرأس المشترك A بـ رأس الهرم أما AF, AB, AC, AD, AE فتسمى



الأحرف الجانبية للهرم. بينما نسمي العمود AM النازل من A على قاعدة الهرم بارتفاع الهرم. وتعطى المساحة الجانبية للهرم بمجموع مساحات الوجوه الجانبية للهرم. أما حجم الهرم فيساوي $\frac{1}{3}bh$ حيث h هو ارتفاع الهرم أما b فهي مساحة قاعدة الهرم.

● جذع هرم:

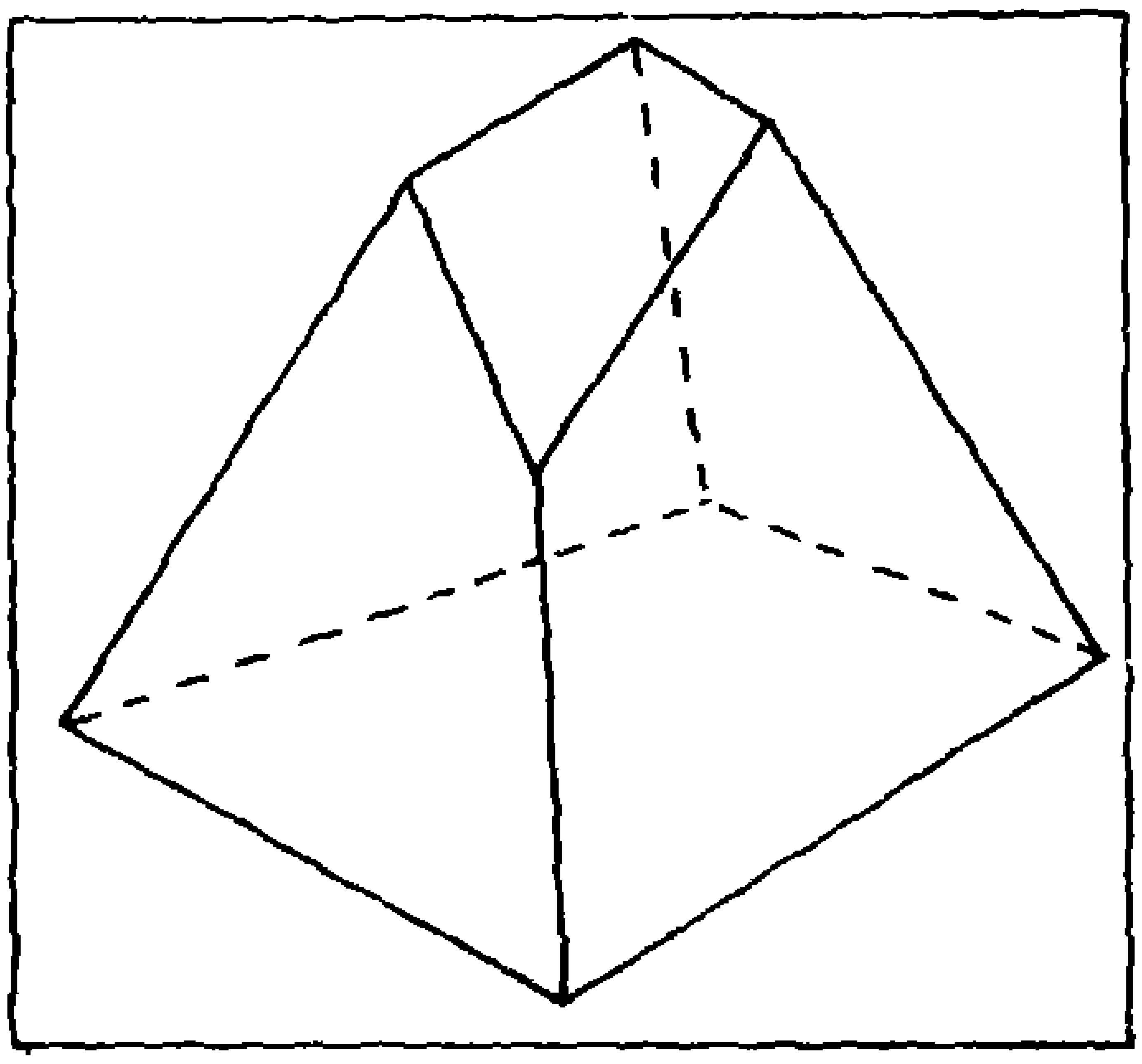
هو جزء الهرم الواقع بين قاعدة الهرم ومستوى يوازي القاعدة. أما تقاطع هذا المستوى مع الهرم فيسمى القاعدة الثانية لجذع الهرم. كما أن ارتفاع جذع الهرم هو البعد بين قاعدة الهرم والمستوى القاطع الموازي لها. ويعطى حجم



جذع الهرم بالعلاقة $\frac{1}{3}h(A+B+\sqrt{AB})$ حيث A و B هما مساحتا القاعدتين أما h فهو ارتفاع جذع الهرم. فإذا كان الهرم منتظمًا فإن مساحته الجانبية هي $\frac{1}{2}S(p_1+p_2)$ حيث S هو الارتفاع الجانبي لجذع الهرم و p_2 و p_1 هما محيط قاعدتيه.

● هرم كروي:

هو هرم قاعدته مضلع كروي أما جوانبه فهي مستويات مارة من أضلاع المضلع الكروي ومن مركز الكرة. ويعطى حجم الهرم الكروي بالعلاقة $\frac{\pi r'E}{540}$ حيث r هو نصف قطر الكرة، E الباقي الكروي لقاعدة الهرم.



● هرم مقطوع:

هو جزء من هرم محصور بين قاعدة الهرم ومستوى مائل يتقاطع مع قاعدة الهرم خارج تلك القاعدة.

● هرم منتظم:

هو هرم قاعدته مضلع منتظم أما الوجوه الجانبية فتصنع زوايا متساوية مع القاعدة، وعندئذٍ فإن العمود النازل من رأس الهرم المنتظم سوف يقطع القاعدة في مركز ثقلها. وتعطى المساحة الجانبية للهرم المنتظم بالعلاقة $\frac{1}{2}SP$ حيث S هو الارتفاع الجانبي للهرم (أي ارتفاع أحد المثلثات الجانبية للهرم) أما P فهو محيط قاعدة الهرم.

هرمي PYRAMIDAL

● سطح هرمي:

هو سطح مولد من مستقيم مار من نقطة ثابتة ويتحرك على طول خط منكسر واقع في مستوى لا يحتوي النقطة الثابتة.

● سطح هرمي مغلق:

هو سطح هرمي يكون فيه الخط المنكسر مغلقاً.

رياضي فرنسي اشتغل في الجبر والتحليل ونظرية الأعداد. استطاع أن يحل المعادلة العامة من الدرجة الخامسة في متغير واحد باستخدام الدوال الناقصية. وقد أثر كثيراً على مجتمع الرياضيات حيث تتلمذ عليه عدد من الرياضيين المتميزين.

● كثيرات الحدود لهرميت:

هي كثيرات الحدود المعرفة على النحو: $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n e^{-x^2}}{d x^n}$

والجدير بالذكر هنا أن الدوال $e^{-\frac{1}{2}x^2} H_n(x)$ متعامدة على الفترة $(-\infty,\infty)$ وأن $\int_{-\infty}^{\infty} [e^{-\frac{1}{2}x^2} H_n(x)]^2 dx = 2^n n!\sqrt{\pi}$. كما أن كثير الحدود لهرميت H_n يشكل حلاً لمعادلة هرميت التفاضلية حيث الثابت $\alpha = n$ نلاحظ أيضاً أن $H'_n(x) = 2n H_{n-1}(x)$ (حيث (/) تدل على المشتق) لكل n وأن $e^{x^2-(t-x)^2} = \sum_{n=1}^{\infty} H_n(x) \frac{t^n}{n!}$.

● معادلة هرميت التفاضلية:

هي المعادلة التفاضلية $y'' - 2xy' + 2\alpha y = 0$ حيث α ثابت. وإذا ضرب أي حل لمعادلة هرميت التفاضلية بالمقدار $e^{-\frac{1}{2}x^2}$ فإن الناتج يكون حلاً للمعادلة $y'' + (1 - x^2 + 2\alpha) y = 0$.

● صيغة هرميت للاستكمال:

هي صيغة استكمال للدوال ذات دور يساوي 2π والصيغة هي:

$$f(x) = \frac{f(x_1) \sin (x - x_2) \dots \sin (x - x_n)}{\sin (x_1 - x_2) \dots \sin (x_1 - x_n)} + \dots$$

إلى n من الحدود. وهذه الصيغة هي الصيغة المثلثية المشابهة لصيغة لاغرانج.

انظر لاغرانج.

• التحويل الهرميتي:

بالنسبة للتحويلات الخطية اللامحدودة فإن هرميتي تعني مقترن ذاتياً أما بالنسبة للتحويلات الخطية المحدودة (وهذه تشمل أي تحويل خطي على فضاء منته بالعدية) فإن هرميتي قد تعني مقترن ذاتياً أو متناظر.

• الشكل الهرميتي:

هو شكل ثنائي الخطية في متغيرات عقدية مرافقة والتي تكون مصفوفتها هرميتية (أنظر أسفل) وبالرموز التعبير التالي: $\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} x_i \overline{x_j}$

حيث $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$.

انظر تحويل ـ تحويل عطفي.

• المرافق الهرميتي لمصفوفة:

هو منقول المرافق العقدي للمصفوفة فإذا كان $A = [a_{ij}]$ مصفوفة ما فإن مرافقها الهرميتي يكون $A^* = B = [\overline{a_{ji}}]$.

• المصفوفة الهرميتية:

وتعرف المصفوفة الهرميتية بأنها المصفوفة A بحيث $A^* = A$ (أي $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$).

• المصفوفة الهرميتية تخالفياً:

هي مصفوفة A بحيث $A^* = -A$ (أي $a_{ij} = -\overline{a_{ji}}$).

HESSE, LUDWIG OTTO (1811-1874) هسّ، لودفيغ أوتو

رياضي ألماني اهتم في دراسة الهندسة التفاضلية.

• الهسّي:

يعرف هسّي الدالة f في n متغير $x_1, x_2, \ldots, x_n$ بأنه المعين من المرتبة n

والذي يكون عنصره في الصف i والعمود j مساوياً للمقدار $\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$ والهسي لدالة يقابل المشتق الثاني للدوال ذات المتغير الواحد كما يقابل اليعقوبي للمشتق الأول للدوال ذات المتغير الواحد.

مثال: الهسي للدالة f(x,y) في المتغيرين x و y يساوي المعين:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{vmatrix} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2$$

وهو مفيد لتحديد القيم العظمى والصغرى والنقاط السرجية.

هكتار HECTAR

هو وحدة قياس للمساحة في النظام المتري ويساوي 10000 متر مربع أو 2.471 فدان.

هلّـي، إدوارد HELLY, EDUARD (1884-1943)

رياضي وفيزيائي نمساوي انصب اهتمامه الرياضي على حقول التحليل والهندسة والطوبولوجيا.

- **شرط هلي:**

لنفرض أن $\{c_1, c_2, ..., c_n\}$ مجموعة من n من الأعداد وأن M عدد موجب وأن $\{f_1, f_2, ..., f_n\}$ مجموعة من الداليات الخطية والمستمرة والمعرفة على فضاء خطي معير X. لكل $\varepsilon>0$ يوجد $x \epsilon X$ بحيث $\|x\| \leq M + \varepsilon$ و $f_i(x) = c_i$ لكل i إذا وفقط إذا $|\sum_{i=1}^{n} k_i c_i| \leq M \|\sum_{i=1}^{n} k_i f_i\|$ لكل الأعداد $\{k_1, k_2, ..., k_n\}$. وإذا كان X منتهي البعدية (أو كان X فضاء بناخ انعكاسياً) فإنه من الممكن أخذ ε مساوياً للصفر. ويؤدي شرط هلي إلى الشروط المألوفة لاتساق m من المعادلات الخطية في n من المجاهيل.

انظر اتساق ـ اتساق نظام من المعادلات.

• مبرهنة هلي:

يوجد نقطة تنتمي لجميع عناصر عائلة من المجموعات المغلقة المحدودة في فضاء إقليدي بعديته n إذا احتوت العائلة على (n+1) من العناصر على الأقل وكان لكل عائلة جزئية تتألف من (n+1) من العناصر نقطة مشتركة. (أنظر المبرهنات المتصلة بمبرهنة هلي تحت رادون وكاراثيودوري وستاينيتز).

HOOKE, ROBERT (1635-1703) **هوك، روبرت**

رياضي وكيميائي وفيزيائي إنجليزي.

• قانون هوك:

هو القانون الأساسي للنسبة بين الإجهاد والجهد. ولقد نشره هوك في عام 1678. وينص القانون ببساطة على أن الاستطالة الناتجة من قوة الشد تكون متناسبة طردياً مع قوة الشد على ألا يتعدى الشد حدود المرونة للمادة المعينة. وإذا كان e يرمز للاستطالة و T يرمز لإجهاد الشد فإن T = Ee حيث E ثابت الشد أومقياس الشد عند المادة. ويعتمد مقياس الشد E على المادة المعينة ويوجد بالتجربة العملية.

HOLDER, LODWIG OTTO (1939-1859) **هولدر، لودفيغ أوتو**

رياضي ألماني اشتغل في نظرية الزمر وقابلية الجمع عند المتسلسلات.

• تعريف هولدر لمجموع متتالية متباعدة:

إذا كانت Σa_n متسلسلة متباعدة فإن تعريف هولدر لمجموعها هو:

$$(1)\ \lim_{n \to \infty} s'_n = \lim_{n \to \infty} \frac{s_1 + s_2 + \ldots + s_n}{n}$$

حيث $s_n = \sum_{i-1}^{n} a_i$.

or:

$$(2)\ \lim_{n \to \infty} s''_n = \lim_{n \to \infty} \frac{s'_1 + s'_2 + \dots + s'_n}{n}$$

حيث $s'_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} s_i$.

or:

$$(3)\ \lim_{n \to \infty} s'''_n = \lim_{n \to \infty} \frac{s''_1 + s''_2 + \dots + s''_n}{n}$$

حيث $s''_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} s'_u$. ونستمر في ذلك حتى نصل إلى مرحلة تكون فيها النهاية موجودة ويكون هذا المجموع للمتتالية نظامياً.

انظر نظامي ــ التعريف النظامي لمجموع متسلسلة متباعدة.

● **شرط هولدر:**

انظر ليشيتز ــ شرط ليبشيتز.

● **متباينة هولدر:**

هي أي p من المتباينتين التاليتين:

$$(1)\ \sum_{i=1}^{n} |a_i b_i| \le \left[\sum_{i=1}^{n} |a_i|^p\right]^{\frac{1}{p}} \left[\sum |b_i|^q\right]^{\frac{1}{q}}$$

حيث n يمكن أن تكون ∞+ أو:

$$(2)\ \int_{\Omega} |fg|\, d\mu \le \left[\int_{\Omega} |f|^p\, d\mu\right]^{\frac{1}{p}} \left[\int_{\Omega} |g|^q\, d\mu\right]^{\frac{1}{q}}$$

حيث $p>1$ و $p+q = pq$ (أو $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$)، وكل من $|f|^p, |g|^q$ قابلة للمكاملة على Ω. ويمكن أخذ التكاملات في (2) لتكون تكاملات ريمان أو أن μ قياس معرف على جبرية من σ من مجموعات من Ω. والأعداد في (1) أول الدوال في (2) إما أن تكون حقيقية أو عقدية. وبالإمكان دائماً استنتاج إحدى المتباينتين إذا علمت الأخرى وفي الحالة الخاصة عندما تكون $p = q = 2$ فإننا نحصل على متباينات شفارتز.

انظر مينكوسكي وشفارتز.

هو ذلك العلم الذي يدرس هيئة الأشياء وشكلها وحجمها. أما التعريف الأكثر دقة فهو أن الهندسة هي دراسة الخصائص التي تمتلكها مجموعة عناصر بحيث لا تتغير هذه الخصائص تحت تأثير زمرة معينة من التحويلات.

- **الهندسة الإسقاطية:**

انظر إسقاطي.

- **الهندسة الإقليدية:**

هي الهندسة التي تتخذ من افتراضات إقليدس أساساً لها. فقد جاء في كتاب الأصول لإقليدس (حوالي العام 300 قبل الميلاد) عرض للقضايا الأساسية للهندسة (وقضايا عن الأعداد أيضاً). ولكنه اكتشف فيها بعد بعض الثغرات المنطقية في العرض الذي أتى به. لقد افتقر هذا العرض مثلاً إلى مصادرات من النمط: «إذا قطع خط أحد أضلاع مثلث ما ولم يحتو على أي من رؤوس هذا المثلث فلا بد أن يقطع هذا الخط ضلعاً ثانياً».

الاستعمال الحديث لكلمة فضاء إقليدي يعني فضاء متجهات ذا بعدية منتهية ومعرف عليه دالة مسافة هي امتداد لصيغة المسافة المستعملة في الفضاء الثلاثي الأبعاد.

انظر إقليدي ـ فضاء إقليدي.

- **الهندسة التآلفية:**

هي الهندسة التي تدرس الخصائص التي لا تتغير تحت تأثير التحويلات التآلفية.

انظر تآلفي ـ تحويل تآلفي.

- **الهندسة التحليلية:**

هي الهندسة التي تستعمل الاحداثيات لتعيين مواقع النقاط والتي تستخدم الطرق الجبرية في الجزء الأكبر من براهينها.

● **الهندسة التحليلية المجسمة (أو الفضائية):**

وهي الهندسة التحليلية ذات ثلاثة الأبعاد وتهتم بشكل خاص برسم بيانات معادلات بثلاثة متغيرات وإيجاد المحلات الهندسية في الفضاء.

● **الهندسة التحليلية المستوية:**

هي هندسة تحليلية في المستوى وتهتم بالدرجة الأولى برسم بيانات المعادلات بمتغيرين وإيجاد معادلات المحلات الهندسية في المستوى.

● **الهندسة التركيبية:**

انظر تركيبي ــ هندسة تركيبية.

● **الهندسة التفاضلية:**

انظر تفاضل ــ هندسة تفاضلية.

● **الهندسة التفاضلية المقاسية:**

هي دراسة المنحنيات والسطوح وخصائصها التي لا تتغير تحت تأثير الحركات الصلبة وذلك باستخدام طرق ووسائل حسبان التفاضل.

● **الهندسة اللاإقليدية:**

هي الهندسة التي لا تتحقق فيها مصادرة إقليدس الخامسة أو مصادرة التوازي وبشكل أعم، هي أي هندسة لا تعتمد على مصادرات إقليدس.

انظر بولياي ولوباتشيفسكي.

● **الهندسة المجسمة (الأولية أو الابتدائية):**

هي ذلك الفرع من الهندسة الذي يدرس خصائص الأشكال (في الفضاء الثلاثي البعدية) التي تكون مقاطعها المستوية هي الأشكال التي تدرسها الهندسة المستوية. وكأمثلة على هذه الأشكال الفضائية نذكر المكعبات والكرات وكثيري الوجوه والزوايا بين المستويات.

هو شيء يتعلق بالهندسة أو يخضع لقوانين ومبادىء الهندسة أو أنه شكل بالهندسة.

● الإنشاء الهندسي:

هو أي إنشاء يمكن عمله باستخدام المسطرة والفرجار فقط. مثل تنصيف الزاوية أو إحاطة المثلث بدائرة.

● التوزيع الهندسي (إحصاء):

انظر ثنائي الحد ـ توزيع ثنائي الحد سالب.

● الحل الهندسي:

هو حل مسألة ما باستخدام طرق هندسية فقط.

● الشكل الهندسي:

أي شكل يتضمن نقاطاً أو خطوطاً أو مستويات أو دوائر.. إلخ.

● المتتالية الهندسية:

هي متتالية تكون فيها النسبة بين أي حد في المتتالية والحد الذي يسبقه مباشرة ثابتة. والشكل العام لمتتالية هندسية منتهية هو $\{a, ar, ar^2, \ldots, ar^{n-1}\}$ حيث a الحد الأول و r النسبة المشتركة أو ببساطة النسبة و ar^{n-1} الحد الأخير ومجموع حدود هذه المتتالية يساوي $\frac{a(1-r^n)}{1-r}$.

● المتوسط الهندسي:

ويعرف المتوسط الهندسي n من الأعداد الموجبة بأنه الجذر الموجب من n لجداثها. فالوسط الهندسي للعددين 2 و 8 هو $\sqrt{2.8} = \sqrt{16} = 4$.

● المتسلسلة الهندسية:

هي متسلسلة على الشكل $\sum_{n=1}^{\infty} a\, r^{n-1}$ ومجموعها هو نهاية متتالية

المجاميع الجزئية $\{s_n\}$ حيث $\sum_{n=1}^{n} a\,r^{n-1} = s_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$، أي مجموع متتالية هندسية منتهية. إذا كان $|r|<1$ فإن:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a\,r^{n-1} = \lim_{n \to \infty} \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a}{1-r}$$

فمثلاً $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{2})^{n-1} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$.

والجدير بالذكر أن كل عدد عشري متكرر يمكن وضعه على شكل متسلسلة هندسية. فمثلاً العدد ...3.575757 يساوي مجموع المتسلسلة:

$$3 + (57)(\frac{1}{100}) + (57)(\frac{1}{100})^2 + (57)(\frac{1}{100})^3 + \ldots$$

$$= 3 + \sum_{n=1}^{\infty} 57\,(\frac{1}{100})^r = 3 + \frac{(57/100)}{(1-\frac{1}{100})} = \frac{118}{33}$$

● **المجسم الهندسي:**

هو أي جزء من الفضاء يحتله مجسم طبيعي. ومثال على ذلك نورد المكعب والكرة.

● **المحل الهندسي:**

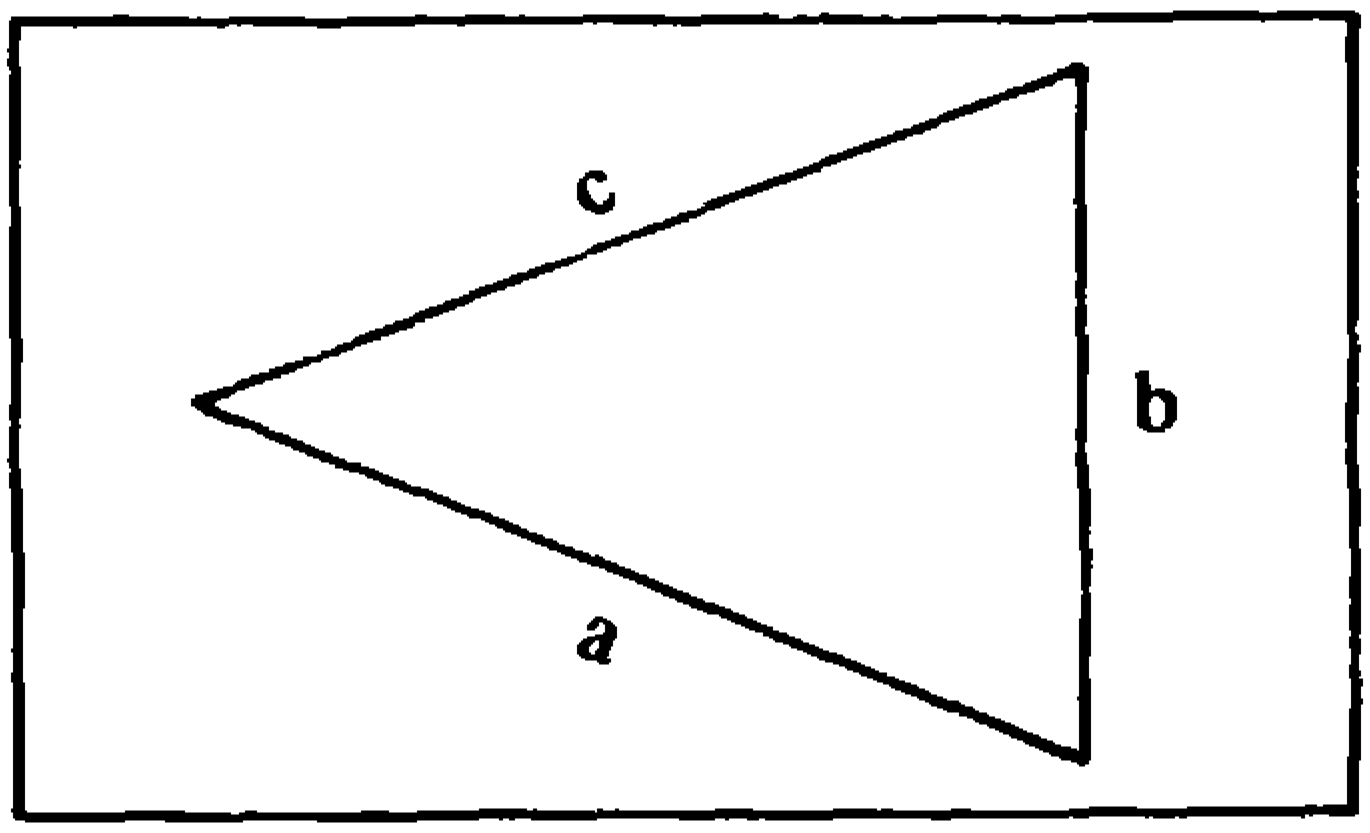
هو أي مجموعة من النقاط أو المنحنيات أو السطوح المعرفة بواسطة شروط عامة أو معادلات.

مثال على ذلك المحل الهندسي للنقاط التي تبعد مسافة ثابتة عن نقطة ثابتة الدائرة. والمحل الهندسي للمعادلة $y = x$ خط مستقيم يمر بنقطة الأصل وينصف الزاوية بين المحورين oy, ox.

هيرون الإسكندراني (القرن الأول قبل الميلاد)

HERON (or HERRO) OF ALEXANDRIA (1ST CENTURY A.D)

رياضي وفيزيائي إغريقي.



● صيغة هيرون:

هي الصيغة التي تعبر عن مساحة مثلث بدلالة طول أضلاعه a و b و c، وهي $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$، حيث $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$.

هيكل SKELETON

انظر عقدي ومبسط.

هيلبرت، دافيد HILBERT DAVID (1862-1943)

هو الخلاصي (آمن بأن جميع الناس سينعمون آخر الأمر بالخلاص). والفيلسوف الألماني الشهير. ويعتبر بحق من ألمع رياضيي القرن العشرين. ولقد ساهم بأعماله في حقول عديدة من الرياضيات نذكر منها اللامتغيرات الجبرية والمنطويات الجبرية وحقول الأعداد والصفوف والمعادلات التكاملية والتحليل الدال والرياضيات التطبيقية. وفي عام 1899 اقترح وضع أسس مبنية على المصادرات لكل الرياضيات وبدأ أول ما بدأ في أسس الهندسة. وفي المؤتمر الدولي المعقود في باريس في 1900 اقترح هيلبرت 23 مسألة رياضية أثرت ولا تزال تؤثر على البحوث الرياضية خلال هذا القرن. ولقد عمل هيلبرت أستاذاً في جامعة غوتنغن بألمانيا من 1895 حتى مماته.

انظر وارنغ ـ مسألة وارنغ.

● فضاء هيلبرت:

هو فضاء تام بجداء داخلي (انظر جداء داخلي). ونورد هنا فيما يلي بعض الأمثلة على فضاء هيلبرت:

(1) مجموعة كل المتتاليات $x=(x_1,x_2,...)$ من الأعداد العقدية بحيث يكون $\sum_{i=1}^{\infty}|x_i|^2$ منتهياً. ويعرف جمع متتاليتين بأنه المتتالية $(x_1 + y_1, x_2 + y_2, ...)$ والجداء القياسي ax بأنه $(ax_1, ax_2, ...)$ أما الجداء الداخلي فيعرف على أنه المقدار $(x,y) = \sum_{i=1}^{\infty} \bar{x}_i y_i$، حيث $\bar{x}_i$ يرمز للمرافق العقدي للعدد x_i.

(2) مجموعة كل الدوال القابلة للقياس (من ليبيغ) f على الفترة $I = [a,b]$ بحيث يكون $\int_I |f|^2 d\mu < \infty$ حيث μ قياس ليبيغ. مع اعتبار أن دالتين متطابقتان إذا تساوتا أينما كان تقريباً على (a,b). وتعرف عمليتا الجمع والضرب بعدد عقدي بالطريقة المألوفة. أما الجداء الداخلي فيعرف بالشكل:

$$(f,g) = \int_a^b f(x)\, g(x)\, dx$$

والجدير بالذكر هنا أنه إذا اخترنا التكامل العادي (يسمى عادة ريمان) في تعريف الجداء الداخلي فإننا نحصل على فضاء بجداء داخلي وغير تام وبالتالي فإنه ليس بفضاء هيلبرت. ويحتوي فضاء هيلبرت H على مجموعة متعامدة ومعيرة وتامة $B = \{x_\alpha\}$ بحيث يكون $x = \Sigma(x, x_\alpha)\, x_\alpha$ لكل $x \epsilon H$ حيث كل المعاملات (x,x_α) تساوي الصفر فيما عدا مجموعة قابلة للعد من المعاملات كما أن الترتيب غير مهم بالنسبة للجمع Σ.

ونقول أن فضاءي هيلبرت H_1 و H_2 متماثلان إذاً وفقط إذا استخدمنا نفس السلميات وكان لمجموعتيهما التامتين والمعيرتين والمتعامدتين نفس العدد الرئيسي. وبالتالي فإن التماثل يحافظ على الجداء الداخلي وعمليتي الجمع والضرب بسلمي أي أنه من الناحية الجوهرية يوجد فضاء هيلبرت واحد ببعدية معينة يستخدم الأعداد الحقيقية كسلميات وآخر يستخدم الأعداد العقدية كسلميات.

- **متوازي السطوح المنسوب لهيلبرت:**

انظر متوازي سطوح منسوب.

هيلمهولتز، هيرمان لودفيغ فرديناند

HELMHOLTZ, HERMANN LUDWIG FERDINAND VON (1821-1894)

هو الطبيب والفيزيائي الألماني والذي عمل كذلك في علم وظائف الأعضاء.

● **معادلة هيلمهولتز التفاضلية:**

هي المعادلة $L\frac{dI}{dt} = +RI = E$ وتتحقق هذه المعادلة بالتيار I في دارة مقاومتها R ولها محاثة L بحيث E ترمز للقوة المحركة الكهربائية الخارجية.

هيولي:

لتكن X أية مجموعة. تعرف الطوبولوجيا الهيولي على X بأنها الطوبولوجيا التي تحتوي على مجموعتين مفتوحتين فقط وهما X نفسها والمجموعة الخالية ϕ. وتسمى هذه الطوبولوجيا أيضاً باللامتقطعة.

و

واحد **ONE**

هو العدد الذي يشير إلى العدد الرئيسي لمجموعة مؤلفة من عنصر واحد.

● **واحد ــ لواحد:**

انظر تقابل واحد ــ لواحد؛ انظر رئيسي ــ عدد رئيسي.

واحد **UNITY**

هو العدد 1.

● **جذر الواحد:** انظر جذر.

واحدي **MONIC**

● **كثير الحدود الواحدي:**

هو كثير حدود معاملاته هي أعداد صحيحة ومعامل الحد ذي الدرجة الأعلى يساوي 1+.

وارينغ، إدوارد **WARING, EDWARD (1734-1798)**

رياضي انجليزي اختص بالجبر ونظرية الأعداد.

● **مسألة وارينغ:**

هي مسألة إثبات دعوى وارينغ عام 1770: يوجد عدد صحيح موجب

أصغر g(k) لأجل أي عدد صحيح موجب k بحيث يمكن التعبير عن أي عدد صحيح N بشكل مجموع قوى من k الأعداد صحيحة $m_1, m_2, \ldots, m_s$ أي أن s g(k).

$$N = m_1^k + m_2^k + \ldots + m_s$$

وقد أثبت هاردي عام 1909 وجود g(k) وأثبت لاغرانج عام 1770 بأنه يمكن تمثيل أي عدد بشكل مجموع مربعات أعداد لا يزيد عددها عن أربعة. ومن المعروف الآن أن $g(3) = 9$, $19 \; g(4) \; 30$ وبصورة عامة، فإن $g(n) = 2^n + A - 2$ لأجل أي عدد n فيما عدا $n = 4$ أو بعض قيم $n = 50000$ وحيث A هو العدد الصحيح الأكبر الذي يقل عن $\frac{3}{2}$ n مثلاً، $g(5) = 37$, $g(6) = 73$.

WATT, JAMES (1736-1819) واط، جيمس

مهندس ومخترع إنجليزي. أدخل تحسينات رئيسية على الآلة البخارية.

- **واط:**

وحدة في النظام المتري لقياس القدرة. وهي القدرة اللازمة لإدامة سريان أمبير واحد من التيار الكهربائي عند انخفاض الجهد فولط واحد. ويساوي الواط 1/736 من القدرة الحصانية الواحدة. ونفرق بين **الواط الدولي والواط المطلق** فالواط الدولي هو حسب التعريف المذكور أعلاه بدلالة الأمبير الدولي والفولط الدولي. أما الواط المطلق فيكافىء جولاً واحداً من الشغل في الثانية 10^7 ارغ.

- **واط ــ ساعة:**

وحدة لقياس الطاقة الكهربائية. ويساوي الشغل المنجز بقدرة واط واحد لمدة ساعة. إن الواط ــ ساعة = 36×10^9.

والش، جوزيف ليونارد WALSH, JOSEPH LEONARD (1895-1973)

رياضي أميركي اختص بالتحليل. واشتغل بدوال كثيرة الحدود والدوال المنطقة والتوافقية والمتعامدة، خاصة بما يتعلق بنظرية التقريب.

● دوال والش:

هي الدوال $\{w_n\}$ المعرفة على الفترة $[0,1]$ بالشكل التالي:

$$w_1(x) \equiv 1$$

$$w_{n+1}(x) = r_{n_1+1}(x)\, r_{n_2+1}(x) \ldots r_{n_k+1}(x)$$

حيث $n_1>n_2>\ldots n_k>0$ ، $n = 2^{n_1} + 2^{n_2} + \ldots + 2^{n_k}$ و $r_\nu(x)$ هي دوال رادياخر. إن الدوال $\{w_n\}$ تشكل مجموعة من الدوال المتعامدة المعيرة على الفترة 0,1 وتحتوي هذه المجموعة على دوال رادياخر. إن المولد الخطي المغلق لدوال والش في L^p $(1\leq p<\infty)$ هو L^p.

انظر رادياخر.

واليس، جون WALLIS, JOHN (1616-1703)

رياضي انجليزي اختص بالجبر والتحليل والمنطق. كذلك اشتغل بعلم اللاهوت وعلم الكتابة بالشفرة. وقد كان أكثر الرياضيين الإنكليز براعة قبل نيوتن، وكانت لإنجازاته مع بارو في موضوع تحليل الصغائر أكبر الأثر على نيوتن. وقد يكون واليس أول من أوجد التمثيل البياني للأعداد العقدية ولو أنه لم يستخدم محوراً للأعداد الخيالية صراحة.

انظر أركاند ـ مخطط أركاند وغاوس، مستوى غاوس؛ وانظر فسل.

● صيغ واليس:

صيغ تعطي قسم التكاملات المحددة من صفر إلى $\frac{1}{2}\pi$ لقوى $\sin x$ و $\cos x$ وهي:

$$\int_0^{\pi/2} \sin^n x\, dx = \int_0^{\pi/2} \cos^n x\, dx$$

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2}+1)}, n > -1 & \text{لأجل أي عدد حقيقي} \\ \frac{1.3.5.7\ldots(n-1)}{2.4.6.8\ldots n} \frac{\pi}{2}, & \text{لأجل n عدد زوجي موجب} \\ \frac{2.4.6.8\ldots(n-1)}{1.3.5.7\ldots n}, & \text{لأجل n>1 عدد فردي} \end{cases}$$

لأجل $m,n > -\frac{1}{2}$ أعداد حقيقية:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos^n x \, dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Gamma(\frac{m+1}{2})(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{m+n}{2}+1)}$$

$$\begin{cases} \frac{(m-1)(m-3)\ldots 3.1.(n-1)(n-3)\ldots 3.1}{(m+n)(m+n-2)\ldots 4.2} \frac{\pi}{2} & \text{لأجل كل من n, m عدد زوجي موجب} \\ \frac{(m-1)(m-3)\ldots 4.2}{(n+m)(n+m-2)\ldots(n+s)(n+3)(n+1)} & \text{لأجل m>1 عدد فردي} \\ \frac{(n-1)(n-3)\ldots 4.2}{(m+n)(m+n-2)\ldots(m+5)(m+3)(m+1)} & \text{لأجل } n \geq 1 \text{ عدد فردي} \end{cases}$$

جداء واليس للعدد π هو الجداء اللامنتهي:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \frac{2}{2} \frac{4}{4} \frac{4}{2} \frac{4}{5} \frac{4}{5} \frac{6}{5} \frac{6}{7} \ldots \frac{2k}{2k-1} \cdot \frac{2k}{2k-1} \ldots$$

وانتزل، بيير لوران WANTZEL, PIERRE LAURENT (1814-1848)

رياضي فرنسي اختص بالجبر والهندسة.

انظر ثلث ـ ثلث المثلث.

وايت هد، الفريد نورث — WHITEHEAD ALFRED NORTH (1861-1947)

رياضي إنجليزي اختص بالجبر والتحليل والرياضيات التطبيقية والمنطق والفلسفة. له إنجازات مهمة في فلسفة الرياضيات.

انظر براسل.

وايبرن، غوردون توماس — WAYBURN, GORDON THOMAS (1904-1969)

رياضي أميركي اختص بالتحليل الطوبولوجي. اشتغل بصورة خاصة على التطبيقات المتراصة والرتيبة والمفتوحة وتطبيقات الخارج. وله أبحاث كثيرة في موضوع الاتصال في الفضاءات الطوبولوجية.

وتر — CHORD

الوتر في أي منحنٍ (أو سطح) هو قطعة مستقيمة بين نقطتي تقاطع مستقيم مع المنحنى (السطح).

انظر دائرة، كرة.

- وتر بؤري في المخروطيات:

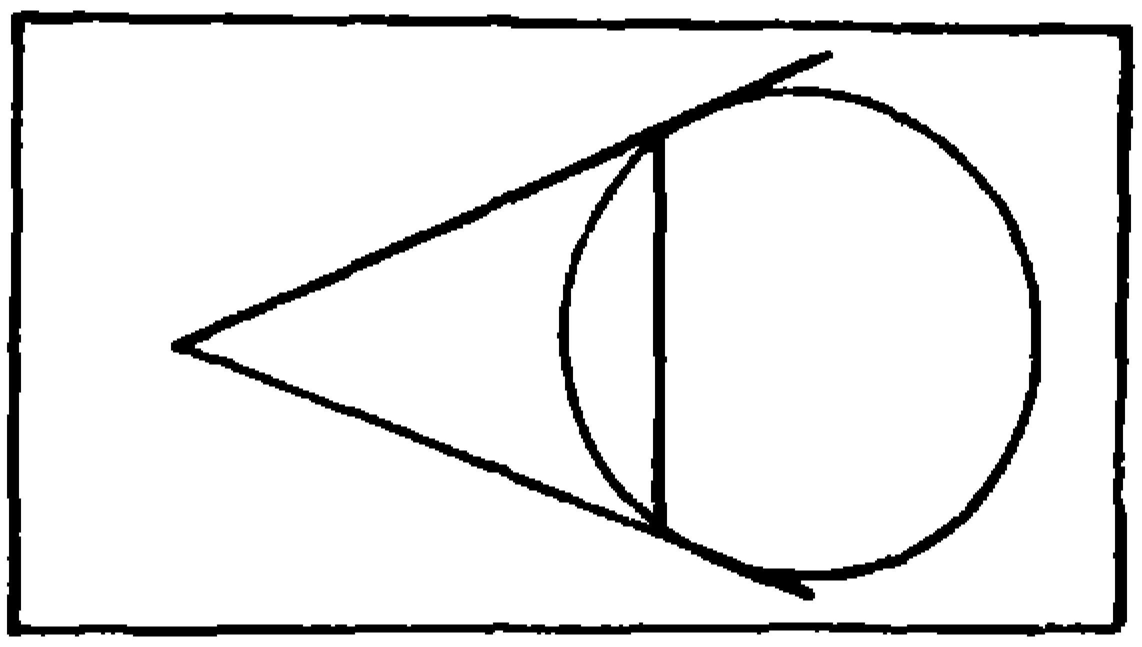
انظر بؤري.

- أوتار تكميلية أو متكاملة في الدائرة:

انظر تكميلي.

- وتر التلامس بالاستناد إلى نقطة خارج الدائرة:

هو الوتر الذي يصل نقطتي تلامس المماسين للدائرة من النقطة المعطاة. (انظر الشكل).



وتر عمودي بؤري — LATUS RECTUM

انظر قطع مكافىء، قطع ناقص، قطع زائد.

وثوقية (إحصاء) RELIABILITY

يستعمل مصطلح وثوقية بمعان مختلفة لوصف قابلية نظام أو أداة للعمل بدون إخفاق لفترة زمنية محددة أو لوصف دقة طريقة في الاحتساب أو القياس أو التقدير.

(1) في نظرية المعاينة نستخدم انحراف العينة المعياري مقياساً لوثوقية طريقة المعاينة. ونستخدم الانحراف المعياري للمقدر مقياساً لوثوقية المقدر.

(2) وثوقية أداة لمدة زمنية t هي احتمال عمل الأداة بدون إخفاق لمدة t. لو كان X يمثل الزمن للإخفاق فنعرف **دالة الوثوقية** R(t) بأنها:

$$R(t) = Pr(X > t) = 1 - F_x(t)$$

حيث $F_x(t)$ هي دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي X. ونعرف **دالة المجازفة أو معدل المجازفة أو معدل الإخفاق الآني** $\lambda(t)$ بأنها $\lambda(t) = f_x(t)/R(t)$ حيث $f_x(t)$ هي دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير X.

(3) وثوقية الأداة هي احتمال عمل الأداة عندما يجب أن تعمل مثل احتمال انغلاق الصمام عند امتلاء وعاء معين.

وجود EXISTENCE

● مبرهنة الوجود:

هي أية مبرهنة تنص على وجود كائن واحد على الأقل من نوع معين. ونورد هنا بعض الأمثلة على هذا النوع من المبرهنات:

(1) المبرهنة الأساسية في الجبر: وتنص هذه المبرهنة على أنه لكل كثير حدود p درجته 1 على الأقل وذي معاملات عقدية يوجد على الأقل عدد عقدي z بحيث تكون $P(z) = 0$.

(2) «يوجد حل لكل مجموعة من n من المعادلات الخطية في n من المجاهيل إذا كان معين المعاملات لا يساوي الصفر».

(3) إذا كانت كل من الدوال f و g و h مستمرة على الفترة المغلقة [a,b] وكان y_0 و y_1 أي عددين حقيقيين فإنه يوجد حل y للمعادلة التفاضلية:

$$y'' + f(x)\, y' + g(x)\, y = h(x)$$

بحيث تكون y'' مستمرة على [a,b] و $y(a) = y_0$ و $y'(a) = y_1$ ويسمى البرهان المستخدم في إثبات مبرهنة الوجود ببرهان الوجود.

انظر وحدانية ـ مبرهنة الوحدانية.

وجودي **EXISTENTIAL**

● المسور الوجودي:

انظر مسور.

وجه **FACE**

انظر زاوية ـ زاوية كثير الوجوه وزاوية زوجية.

وجيه **FACET**

انظر كثير الجوانب.

وحدانية **UNIQUENESS**

● مبرهنة الوحدانية:

أية مبرهنة تعني بإثبات وجود شيء واحد على الأكثر من نمط معين، مثلاً:

(1) إذا كانت P نقطة خارج مستوى معين، فإنه يوجد مستوى واحد على الأكثر يحتوي هذه النقطة ويوازي المستوى الأول.

(2) إذا كانت f و g و h دوال مستمرة على الفترة المغلقة [a,b] وكان y_0 و y_1 عددين صحيحين، فإنه يوجد على الأكثر حل واحد y للمعادلة التفاضلية:

$$y'' + f(x)\, y' + g(x)\, y = h(x)$$

حيث أن y'' دالة مستمرة على الفترة [a,b] و $y(a) = y_0$ و $y'(a) = y_1$.

إن البرهان المستخدم لإثبات مبرهنة الوحدانية يسمى **برهان الوحدانية**.
انظر وجود ـ مبرهنة الوجود.

وحدة UNIT

(1) معيار للمقاييس مثل المتر أو القدم لقياس الأطوال أو الكيلوغرام للأوزان أو الدينار للنقود.

(2) عدد يستعمل كقاعدة في العد والحسابات مثلاً: العدد 1 هو **وحدة الأعداد الحقيقية**، **وحدة الأعداد العقدية** هي عدد عقدي قيمته المطلقة تساوي 1 مثل $\cos\theta + i\sin\theta$ **وحدة الأعداد التخيلية** هي العدد $i = \sqrt{-1}$.
أما متجه الوحدة فهو متجه طوله 1.

- **دائرة الوحدة:**

دائرة طول نصف قطرها يساوي وحدة المسافة. الدائرة التي يقع مركزها في نقطة الأصل في المستوى الاحداثي وطول نصف قطرها يساوي الوحدة.

- **كرة الوحدة:**

كرة طول نصف قطرها وحدة المسافة. الكرة التي يقع مركزها في نقطة الأصل للمستوى الاحداثي وطول نصف قطرها يساوي الوحدة.

- **كسر الوحدة:**

انظر كسر.

- **مربع الوحدة ومكعب الوحدة:**

مربع أو مكعب طول ضلعه يساوي وحدة المسافة.

● مصفوفة الوحدة:
انظر مصفوفة.

● وحدة في مجال أو في زمرية أو في حلقة أو في حقل:
انظر زمرية وحلقة.

وحدي — UNITARY

● تحليل الوحديات: انظر تحليل.

● المصفوفة الوحدية: انظر مصفوفة.

● الفضاء الوحدي:
انظر داخلي ـ فضاء الجداء الداخلي.

● التحويل الوحدي:

(1) هو تحويل خطي σ يكون قرينه σ^* مساوياً لمعكوسة σ^{-1} أي أن $\sigma^* = \sigma^{-1}$ أو $\sigma^*\sigma = I$ حيث I التحويل المحايد. وفي حالة الفضاءات المنتهية البعدية فإن التحويل الخطي T الذي يحول $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ إلى $Tx = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ حيث $y_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j (i = 1,2,\ldots,n)$.

يكون تحويلاً وحدياً إذا وفقط إذا كانت المصفوفة (a_{ij}) وحدية أو إذا وفقط إذا أبقى التحويل T على الشكل الهرميتي $x_1\bar{x}_1 + x_2\bar{x}_2 + \ldots + x_n\bar{x}_n$ لامتغيراً. أما إذا كان T تحويلاً من فضاء هيلبرت H إلى نفسه فإن T يكون وحدياً إذا كان $(Tx,Ty) = (x,y)$ حيث ترمز (x,y) للجداء الداخلي لعناصر H) أو إذا كان T تطبيقاً متقايساً من H إلى H أي أن $(Tx, Tx) = (x,x)$ لكل $x \epsilon H$.

(2) ويعرف التحويل الوحدي للمصفوفة A بأنه تحويل على الشكل $P^{-1} AP$ حيث P مصفوفة وحدية. وبإمكاننا دائماً اختزال أية مصفوفة هرميتية إلى الشكل القطري باستخدام تحويل وحدي وبالتالي فإن كل شكل هرميتي يمكن اختزاله إلى الصورة $\sum_{i=1}^{\infty} p_i x_i \bar{x}_i$ وذلك باستخدام تحويل وحدي.
انظر متعامد ـ تحويل متعامد، وطيفي ـ مبرهنة الطيف.

وحدية **MONOID**

● **الوحدية:**

هي مثيل زمرة لها عنصر محايد.

وحيد **SINGLE**

● **دالة وحيدة القيمة:**

انظر دالة.

● **نظام العنوان الوحيد:**

طريقة لتشفير المسائل لغرض حلها بواسطة المكائن الحاسبة حيث تعطي تعليمات منفصلة لعمل شيء وحيد عند موقع معين في الذاكرة.

انظر عنوان متعدد.

وحيد **UNIQUE**

يؤدي إلى نتيجة واحدة أو هو واحد لا غيره. مثلاً: حاصل ضرب عددين هو عدد وحيد ولكن الجذر التربيعي لعدد ليس وحيداً إلا إذا كان ذلك العدد صفراً.

● **تحليل وحيد:**

انظر مجال ـ مجال صحيح و أساسي ـ مبرهنة الحساب الأساسية؛ وانظر لامختزل ـ كثير حدود لا مختزل.

● **حل وحيد:**

حل واحد فقط لا يوجد غيره.

وحيد الـ **UNIQUELY**

● **وحيد التعريف:**

مفهوم معين يعرف بشكل واحد لا يوجد غيره ليلائم تعريفاً ما.

وحيد الحد MONOMIAL

هو عبارة جبرية تتألف من حد واحد هو ناتج ضرب بعض الأعداد والمتغيرات.

● **عامل وحيد الحد:**

هو الحد الوحيد الذي يمكن أن نقسم عليه أي حد من عبارة جبرية، مثلاً $3x$ هو عامل وحيد الحد للعبارة $6x^3 - 18x^2 + 9x$.

ودربورن، جوزيف هنري ماك لاغان

WEDDERBURN, JOSEPH HENRY MACLAGAN (1882-1948)

رياضي اسكتلندي ــ أميركي اختص بالجبر. اشتغل بالمصفوفات وبالأعداد فوعقدية وبالبنى الجبرية.

● **مبرهنة ودربون في حلقات القسمة:**

وهي تنص على أن كل حلقات القسمة المنتهية حقول.

● **مبرهنات البنية لودربورن:**

هي مبرهنات مختلفة في الجبر نورد فيما يلي نصوصها:

(1) إذا كانت A جبرية بسيطة على حقل F فإنه يوجد عدد صحيح موجب وحيد n ولأجل n توجد جبرية قسمة D على F بحيث تكون A متماثلاً مع جبرية المصفوفات المربعة $n \times n$ التي عناصرها في D.

(2) إن الحلقة R تحقق شرط السلسلة التنازلية على مثاليات يمينية وأن R لا تحتوي على أي مثالية عدا مثالية الصفر (التي تتكون كلها من عناصر متلاشية) إذا وفقط إذا كانت R المجموع المباشر لعدد منته من مثاليات كل منها متماثلة مع حلقة المصفوفات التي تكون عناصر في حلقة قسمة ما.

WEDDLE, THOMAS (1817-1853) ودل، توماس

رياضي إنجليزي اختص بالتحليل والهندسة.

● **قاعدة ودل:**

هي قاعدة بديلة لقاعدة سمبسون لتقريب التكاملات المحددة. فلتقريب قيمة التكامل $_a\int^b f(x)dx$ نقسم الفترة (a,b) إلى 6n من الفترات الجزئية المتساوية الطول بالنقاط $a = x_0, x_1, x_2, \ldots, x_{6n} = b$، ويكون:

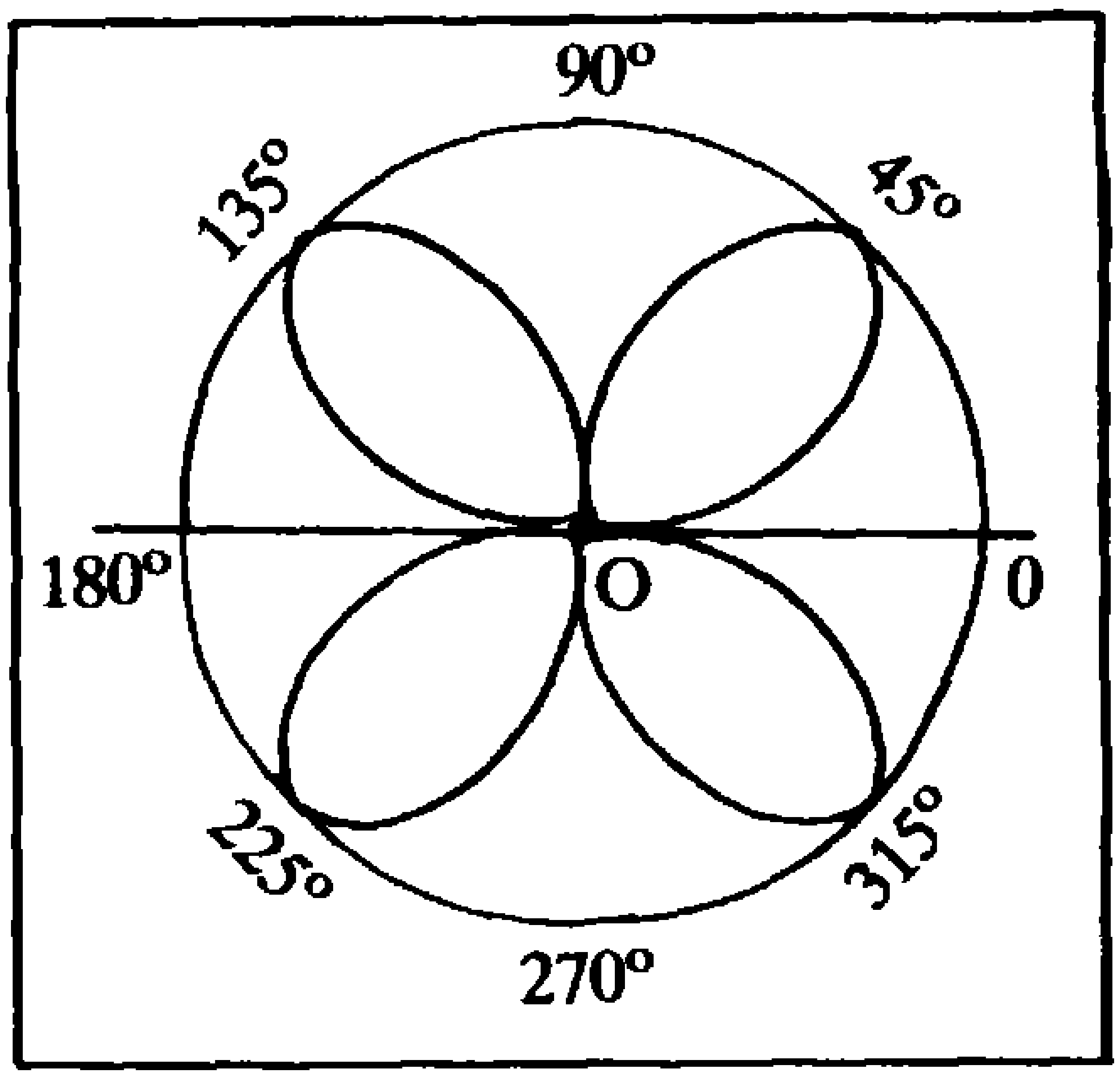
$$_a\int^b f(x)dx = [\frac{b-a}{20\,n} y_a + 5y_1 + y_2 + 6y_3 + y_4 + 5y_5 + y_6 + \ldots + 5y_{6n-1} + y_{6n}]$$

حيث $y_i = f(x),\ y_a = f(a)$.

انظر نيوتن وسمبسون.

ROSE وردة

بيان بالاحداثيات القطبية للمعادلة $r = a \sin n\theta$ أو المعادلة $r = a \cos n\theta$ حيث n عدد صحيح موجب. ويتألف هذا البيان من عدة عروات مشتركة المركز وكل واحدة بشكل بتلة وردة. وإذا كان n عدداً فردياً فإن عدد العروات يساوي n. أما إذا كان n عدداً زوجياً فإن عدد العروات يساوي 2n. مثلاً الوردة ثلاثية الأوراق هي بيان المعادلة $r = a \sin 3\theta$ أو المعادلة $r = a \cos 3\theta$ حيث يتكون المنحنى من ثلاث عروات تقع رؤوسها في القطب. والوردة رباعية الأوراق هي بيان المعادلة $r = a \sin 2\theta$ أو المعادلة $r = a \cos 2\theta$. ويتكون بيان المعادلة $r = a \sin 2\theta$ من أربع بتلات كل زوج منها متناظر حول كل من المستقيمات $\theta = 45°$ و $\theta = 135°$



(كما يظهر في الشكل) وتكون هذه البتلات مماسة للمحاور الاحداثية في كل ربع.

أما بيان المعادلة $r = \cos 2\theta$ فيشابه بيان المعادلة السابقة عدا كـون البتـلات متناظـرة حول المحـاور الاحداثيـة ومماسـة للمستقيمـين $\theta = 45^\circ$ $\theta = 135^\circ$.

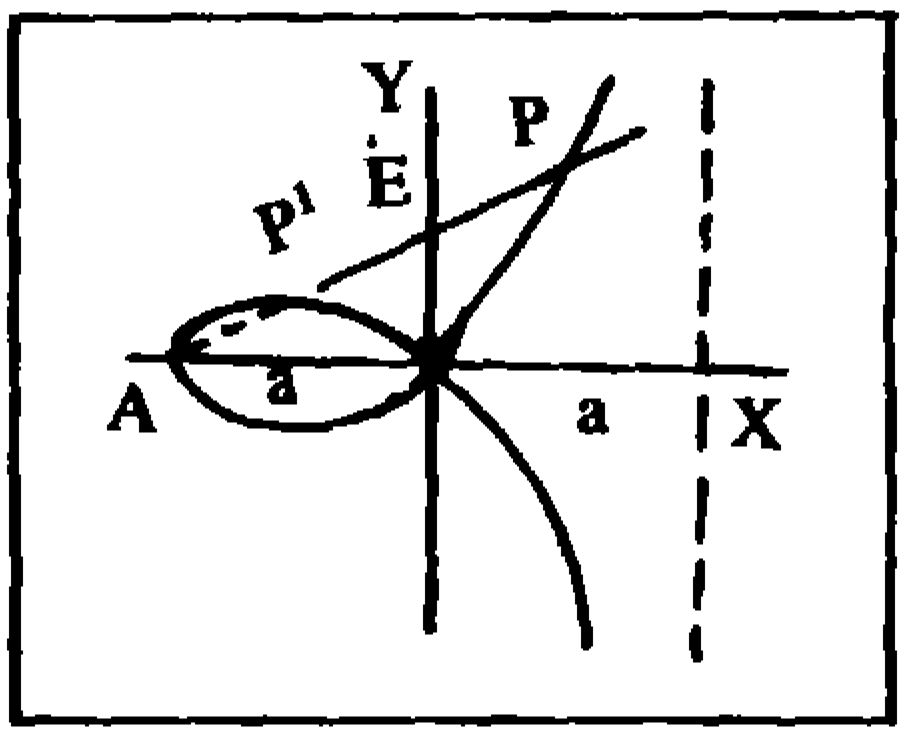
ورقة

إذا كان $\mathfrak{J} = \{L\alpha | \alpha \epsilon A\}$ توزيعاً على منطوى تفاضلي M فإن كل عنصر $L\alpha$ في $\mathfrak{J}$ يسمى ورقة.

انظر توريق.

وريقة الفا **STROPHOID**

هو المحل الهندسي P يتحرك على امتداد المستقيم متغير يمر دائماً خلال نقطة ثابتة A بشرط أن تكون المسافة بين y ونقطة تقاطع المستقيم مع محور y مساوية إلى مقطع y. إذا كانت $(-a,0)$ هي إحداثيات النقطة الثابتة A فإن معادلة وريقة ألفا هي $y^2 = x^2(x+a)/(a-x)$.



وفي الشكـل أدناه نجـد أن $P'E = EP = OE$.

أمـا المستقيم المنقط فهو خط مقارب للمنحنى.

وزن **WEIGHT**

هو قوة السحب التجاذبي على جسم معين.

انظر باوند.

● وزن صيدلاني:

نظام للأوزان يستخدم من قبل الصيادلة في مزج العقاقير. وفي هذا النظام فإن الباوند يساوي 12 أونسا أي 373.24 غراماً تقريباً.

● وزن افوارد وبوا:

نظام أوزان يستخدم في بريطانية وأميركا ويستخدم الباوند مجزءاً إلى 16 أونسا كوحدة أساسية.

● وزن ترويسي:

نظام أوزان يستخدم الباوند المجـزأ إلى 12 أونسا كـوحدة أسـاسية، ويستعمل هذا النظام لوزن المعادن على الأكثر.

وسط MEAN

● وسط:

مجموعة أعداد بشكل عام هو عدد واحد يعطينا فكرة عامة عن هذه المجموعة. ويعرّف الوسط رياضياً على ضوء المصادرات التالية:

(A_1) لتكن (a,b) فترة على المحور الحقيقي فإنه يوجد لكل عدد طبيعي n ومجموعة من الأعداد $x_1,x_2,\ldots,x_n$ المنتمية إلى (a,b)، عـدد آخر $A(x_1,x_2,\ldots x_n)$ ينتمي إلى (a,b) ويسمى وسط هذه الأعداد.

(A_2) الدالة $A(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ مستمرة ومتناظرة في عمدها و متزايدة قطعاً في كل عمدة.

(A_3) $A(x,x,\ldots,x) = x$.

(A_4) ليكن $y = A(x_1,x_2,\ldots x_k)$ عندئذ:

$$A(x_1,x_2,\ldots,x_k,x_{k+1},\ldots,x_n) = A(y,y,\ldots,y,x_{k+1},\ldots,x_n)$$

من أجل أي n وأي $k < n$ عندما تكون y مكررة k مرة في الطرف الأيمن للمساواة السابقة.

وينتج من هذا التعريف والمصادرات للوسط ما يلي:

(C_1) إذا لم تكن جميع الأعداد $x_1,x_2,\ldots,x_n$ متساوية فإن:

$$\min\{x\} < A(x_1,x_2,\ldots,x_n) < \max\{x_j\},\ j = 1,\ldots,n$$

(C_2) إن وسط k مجموعة من الأعداد $x_1,x_2,\ldots,x_n$ يساوي وسط مجموعة واحدة أي:

$$A(x_1,\ldots,x_n,x_1,\ldots,x_n,\ldots,x_1,\ldots,x_n) = A(x_1,x_2,\ldots,x_n)$$

(C_3) إذا اخترنا من مجموعة الأعداد $x_1,x_2,\ldots,x_n$ المنتمية إلى $\kappa(a,b)$ عدداً وأخذنا الوسط لهذه الأعداد (التي عددها k) فإن وسط المجموعة الأصلية يساوي وسط جميع المتوسطات (الأوساط) للمجموعات التي عدد عناصر كل منها ثابت ويساوي k.

نشير هنا إلى أن عدد المجموعات التي يمكن تشكيلها من n عنصراً بحيث تحتوي كل مجموعة على k عنصراً هو:

$$\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}$$

ومن أشهر أنواع الوسط لمجموعة أعداد والتي تحقق $A_1 - A_4$ هي الوسط الهندسي و الحسابي و التوافقي ونورد هنا نوعين آخرين يحققان $A_1 - A_4$.

- **انحراف الوسط التربيعي:**

انظر انحراف.

- **انحراف وسطي:**

انظر انحراف.

- **ترتيب الوسط التربيعي:**

لمنحن $y = f(x)$ في الفترة (a,b) هي القيمة الوسطى للدالة y^2 في هذه الفترة أي: $\frac{1}{b-a}\int_a^b y^2dx$.

انظر توقع ـ قيمة التوقع.

● تقوس وسطي لسطح:
انظر تقوس.

● خطأ الوسط التربيعي:
انظر خطأ.

● العلاقة بين الوسط الحسابي والهندسي والتوافقي:

إذا كانت $x_1, x_2, \ldots, x_n$ أعداداً موجبة ليست جميعها متساوية فإن $H < G < A$ أي:

$$\frac{1}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_n}} < \sqrt[n]{x_1\, x_2 \ldots x_n} < \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{1}$$

● القيمة الوسطى لدالة:

f لمتغير حقيقي x في الفترة (a,b) هي بالتعريف:

$$\mu(f) = \frac{1}{b - a} \int_a^b f(x)dx$$

وتمثل القيمة الوسطى لدالة f هندسياً بأنها طول الضلع الثاني في مستطيل طول ضلعه الأول b − a ومساحته تساوي المساحة المحصورة بين المنحنى الممثل للدالة f(x) وبين المحور ox والمستقيمين x = b, x = a على أن نرفق إشارة (−) مع المساحات الواقعة تحت المحور ox وبشكل عام فإن القيمة الوسطى لدالة f معرفة على مجموعة S بالنسبة للقياس m تعطى بالعلاقة:

$$\mu(f) = \frac{1}{m(S)} \int_S f dm$$

مثال: القيمة الوسطى للدالة xy المعرفة على المستطيل الذي رؤوسه:

(0,0), (2,0), (2,3), (0,3)

$$\frac{1}{s} \int_S xy ds = \frac{1}{6} \int_0^3 \int_0^2 xy dx dy = \frac{3}{2}$$

• مبرهنات القيمة الوسطى من أجل التكاملات:

ــ مبرهنة القيمة الوسطى الأولى: إذا كانت الدالة f(x) مستمرة على [a,b] فإنه توجد في (a,b) قيمة c بحيث يكون $\int_a^b f(x)dx = (b-a)f(c)$ ويعني ذلك هندسياً أن المساحة المحصورة بين المنحنى f(x) والمستقيمين x = a, x = b والمحور ox تساوي مساحة مستطيل ضلعه الأول (b − a) وضلعه الثاني قيمة الدالة f(x) من أجل قيمة c ∈ (a,b) على أن نرفق إشارة (−) لأجزاء المساحة الواقعة تحت المحور ox.

ــ مبرهنة القيمة الوسطى الثانية (I): إذا كانت الدالتان f(x) و g(x) قابلتين للمكاملة في (a,b) وكان f(x) يحافظ على إشارة ثابتة في الفترة [a,b] فإنه يوجد عدد K بحيث يكون $\int_a^b f(x)g(x)dx = K\int_a^b f(x)dx$، حيث $m \leqslant K \leqslant M$ أما M,m فهما أصغر وأكبر قيمة للدالة g(x) في [a,b]. في الحالة الخاصة التي تكون فيها g(x) مستمرة على (a,b) و f(x) ثابتة الإشارة على [a,b] فإن K يمكن أن تستبدل بـ g(α) حيث α ∈ (a,b).

ــ مبرهنة القيمة الوسطى الثانية II: لنفرض أن الدالتين f(x) و g(x) قابلتان للمكاملة في (a,b) وأن للدالة f(x) إشارة ثابتة على [a,b]. فإذا كانت g(x) دالة موجبة ومتناقصة بشكل رتيب فإنه يوجد عدد λ ينتمي إلى [a,b] بحيث يكون:

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = g(a)\int_a^\lambda f(x)dx$$

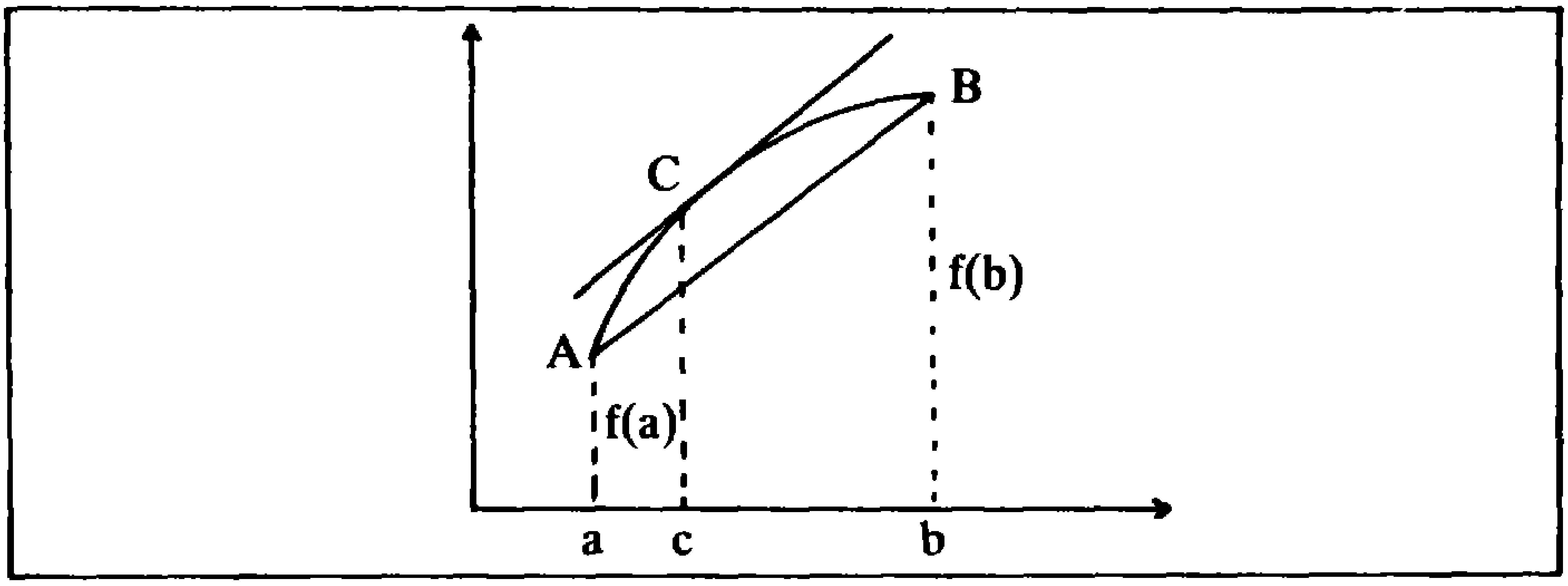
أما إذا كانت g(x) رتيبة بغض النظر عن كونها موجبة أم لا، فإنه يوجد عدد ξ ∈ [a,b] بحيث يكون:

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = g(a)\int_a^\xi f(x)dx + g(b)\int_\xi^b f(x)dx$$

• مبرهنات القيمة الوسطى من أجل المشتقات:

(أ) لتكن f(x) دالة مستمرة في الفترة [a,b] وقابلة للمفاضلة في الفترة (a,b) فإنه يوجد عدد حقيقي c ∈ (a,b) بحيث يكون $f(b) - f(a) = (b-a)f'(c)$. ويعني ذلك هندسياً وجود نقطة C على المنحنى

الممثل للمعادلة $y = f(x)$، بحيث يكون المماس للمنحنى عندها موازياً للقاطع AB. (انظر الشكل).



ونشير هنا إلى أن العدد c يمكن أن يكتب بالشكل $c = a + \theta(b - a) \quad (0 < \theta < 1)$ عندما يكون $f(a) = f(b) = 0$ تعرف هذه المبرهنة بـ مبرهنة رول.

(ب) إذا كانت الدالة $f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ مستمرة من أجل $a_i \leq x_i \leq b_i$ وقابلة للمفاضلة من أجل $a_i < x_i < b_i$ $(i = 1,2,\dots,n)$ فإنه توجد مجموعة من الأعداد الحقيقية $c_1,c_2,\dots,c_n$ بحيث يكون:

$$f(b_1,b_2,\dots,b_n) - f(a_1,a_2,\dots,a_n) = \sum_{i=1}^{n} \left.\frac{\partial f}{\partial x_i}\right]_{(c_1,c_2,\dots,c_n)} (b_i - a_i)$$

حيث $c_i = a_i + \theta_i(b_i - a_i), (0 < \theta_i < 1), (i = 1,2,\dots,n)$

(ج) بفرض أن $f(x), g(x)$ دالتان مستمرتان على $[a,b]$ وأن $g(b) \neq g(a)$ وأن $f'(x), g'(x)$. موجودان ولا ينعدمان بآن واحد على (a,b)، عندئذ يوجد في (a,b) عدد حقيقي x_1 بحيث $a < x_1 < b$، وبحيث يكون:

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(x_1)}{g'(x_1)}$$

تسمى هذه المبرهنة عادة مبرهنة القيمة الوسطى لكوشي أو القانون المضاعف للوسط.

● محور وسطي لمجسم قطع ناقص: انظر مجسم قطع ناقص.

● وسطا تناسب:

انظر تناسب.

● وسط توافقي (متوسط توافقي):

لمجموعة أعداد مغايرة للصفر يعطى بالعلاقة:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_n}}$$

● وسط حسابي معمم:

ليكن m عدداً موجباً فردياً، فإن الوسط الحسابي المعمم لمجموعة الأعداد $x_1,x_2,\ldots,x_n$ يعرف بالعلاقة:

$$A(x_1,x_2,\ldots,x_n) = \left[\frac{x_1^m + x_2^m + \ldots + x_n^m}{n}\right]^{\frac{1}{m}}$$

● وسط حسابي هندسي:

لعددين موجبين b,a هو النهاية المشتركة للمتتاليتين $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ والمعرفتين بالعلاقتين:

$$a_n = \frac{1}{2}(a_{n-1} + b_{n-1})$$

$$b_n = \sqrt{a_{n-1} b_{n-1}}$$

حيث $b_1 = b, a_1 = a$ ويستخدم هذا الوسط عادة عندما يتم تعيين كمون سلك دائري متجانس بطريقة غاوس.

● وسط متناسب:

انظر تناسب.

● وسط متغير عشوائي:

هو نفس قيمة متوقعة (انظر متوقع ـ قيمة متوقعة). ويتطابق وسط متغير عشوائي في بعض الحالات الخاصة مع الوسط المرجح (الموزّن) حيث تمثل الأعداد $a_1,a_2,\ldots,a_n$ عندئذ الاحتمالات الموافقة للأعداد $x_1,x_2,\ldots,x_n$.

● وسط مثلثي:

ليكن $(a,b) = (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ فإن الوسط المثلثي يعرف بالعلاقة:

$$A(x_1,x_2,\ldots,x_n) = \arc \sin [\frac{1}{n} (\sin x_1 + \ldots + \sin x_n)]$$

حيث $-\frac{\pi}{2} < \arc \sin y < \frac{\pi}{2}$, $\arc \sin y = \sin^{-1} y$

● وسط مرجّح (موزّن):

لمجموعة أعداد $x_1,x_2,\ldots,x_n$ هو العدد:

$$x = \frac{a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n}{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}$$

ويسمى العدد كذلك متوسط مرجّح (موزّن). فإذا كانت الأوزان $a_1,a_2,\ldots,a_n$ متساوية فالوسط يصبح $A = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$. وهذا ما يسمى عادة الوسط الحسابي أو المتوسط الحسابي.

مثال (1): الوسط الحسابي للأعداد 60,70,80,90 هو 75، أي حاصل جمع هذه الأعداد مقسوماً على 4.

مثال (2): إذا كانت الأعداد السابقة تمثل علامات لطالب في أربعة مقررات وأردنا إعطاء أهمية لبعض المقررات أكثر من غيرها عند حساب الوسط فإننا نعطي وزناً لكل مقرر ونمثل هذا الوزن بعدد ما. لتكن 1,2,3,4 هي الأوزان التي نريدها بالنسبة للمقررات الأربعة على الترتيب فإن الوسط يعطى عندئذ على الشكل:

$$\bar{x} = \frac{1.60 + 2.70 + 3.80 + 4.90}{10} = 10$$

● وسط هندسي (متوسط هندسي):

لمجموعة أعداد موجبة $x_1,x_2,\ldots,x_n$ $G = \sqrt[n]{x_1x_2\ldots x_n}$

ومن السهل التحقق من أن الوسط الحسابي للوغاريتمات مجموعة من الأعداد يساوي لوغاريتم الوسط الهندسي لهذه الأعداد.

INTERMEDIATE وسطي

● التفاضل الوسطي:

انظر تفاضل.

● مبرهنة القيمة الوسطية:

وتنص على أنه إذا كانت الدالة f مستمرة على الفترة المغلقة [a,b] بحيث $f(a) \neq f(b)$ وكان k عدداً بين f(a) و f(b) فإنه يوجد عدد ξ بين a و b بحيث يكون $f(\xi) = k$.

PARAMETER وسيط

هو ثابت أو متغير يظهر في العبارات الرياضية لتمييز حالات معينة فمثلاً b,a وسيطان في معادلة الخط المستقيم العامة $y = a + bx$ وبتعويض قيم معينة عن a,b نحصل على خط مستقيم معين. وإذا كتبنا المعادلات الوسيطية لخط مستقيم في الفضاء بشكل $x = at + x_o$, $y = bt + y_o$, $z = ct + z_o$ فنعتبر المتغير t وسيطاً تعين قيمته نقطة على المستقيم. ويعتبر كل من a و b و c وسيطاً أيضاً حيث تعين قيم a و b و c مستقيمًا معيناً. وفي الإحصاء يكون الوسيط ثابتاً يظهر في دالة التوزيع ويميز توزيعاً معيناً ضمن عائلة من التوزيعات.

مثال: n و p في دالة توزيع ذي الحدين $\binom{n}{x}p^x q^{n-x}$ وسيطان تعين قيمتاهما توزيعاً معيناً ضمن عائلة توزيعات ذي الحدين.

● وسيطات متزاوية: انظر متزاو.

● وسيطات تفاضلية: انظر تفاضل.

● عائلة أحادية الوسيط: انظر عائلة.

● وسيط توزيع السطح المسطر:

ليكن L تسطيراً ثابتاً و L′ تسطيراً متغيراً على السطح المسطر S. نعرف وسيط التوزيع بأنه القيمة b المعرفة بالقاعدة $b = \lim_{L' \to L} (d/\theta)$، حيث d

هي المسافة الصغرى بين L و L′ و θ هي الزاوية بين L و L′. وتكون إشارة b موجبة إذا كانت حركة المستوى المماسي يسارية عندما تتحرك نقطة التماس وتكون الإشارة سالبة إذا كانت الحركة يمينية.

● تغير الوسطاء:

انظر تغير.

وسِيطي **PARAMETRIC**

● نظام متساوي المسافات لمنحنيات وسيطية على سطح:

هو نظام منحنيات وسيطية للسطح بحيث يمكن اختزال الشكل التربيعي الأساسي الأول إلى الصورة:

$$ds^2 = du^2 + 2Fdudv + dv^2$$

انظر سطح ـ الشكل التربيعي الأساسي الأول. المرادف: شبكة تشيبيشيف للمنحنيات الوسيطية على سطح.

● معادلات وسيطية:

معادلات يتم فيها التعبير عن الاحداثيات بدلالة كميات تسمى وسائط.

● معادلات المنحنى الوسيطية:

تعبر عن كل احداثي (للمنحنى احداثيان في المستوى وثلاثة احداثيات في الفضاء) بدلالة وسيط واحد فقط (انظر منحنى). وبإعطاء قيم معينة لهذا الوسيط يمكن رسم المنحنى نقطة نقطة. ويمكن كتابة كل معادلة وسيطية بعدد لامنته من الأشكال لأنه يمكن التعويض عن الوسيط بعدد لامنته من الدوال المعتمدة عليه. ولكن مصطلح **معادلات وسيطية** يرجع غالباً إلى كتابة المعادلات بدلالة وسيط معين يكون مرتبطاً بالمنحنى بصورة أصيلة. فمثلاً المعادلات الوسيطية للدائرة هي $x = r\cos\theta$ و $y = r\sin\theta$ حيث تمثل θ الزاوية المركزية (انظر خط، قطع ناقص، قطع مكافىء). تتألف المعادلات الوسيطية للسطح من ثلاث معادلات تعبر كل من x و y و z بشكل دالة في وسيطين (انظر

سطح). وإذا حذفنا الوسيطين بين المعادلات الثلاث تنتج معادلة السطح بالاحداثيات الديكارتية. وإذا ثبتنا أحد الوسيطين وجعلنا الآخر يتغير فإن النقاط الناتجة تشكل منحنى يسمى منحنى وسيطياً. وتسمى مثل هذه الوسائط إحداثيات انحنائية لأنه يمكن تعيين النقطة على السطح بصورة مفردة بتقاطع منحنيين وسيطين.

● مفاضلة المعادلات الوسيطية:

إيجاد المشتق من المعادلات الوسيطية. إذا كانت $x = g(t)$ و $y = h(t)$ هي المعادلات الوسيطية فإن المشتق هو $dy/dx = (dy/dt) \div (dx/dt)$، على شرط كون $dx/dt \neq 0$.

مثال: ليكن $x = \sin t$ و $y = \cos^2 t$ فإن $dx/dt = \cos t$ و $dy/dt = -2\sin t \cos t$ وينتج منه $dy/dx = -2 \sin t$. أما إذا كان $dx/dt = 0$ فإن dy/dx قد تكون غير موجودة بالنسبة لقيمة x أو قد يكون بالإمكان استخدام معادلات وسيطية أخرى لإيجاد dy/dx.

● منحنيات وسيطية على سطح:

لتكن $x = x(u,v)$ و $y = y(u,v)$ و $z = z(u,v)$ المعادلات الوسيطية لسطح معين S نسمي منحنيات العوائل $u = k_1$ و $v = k_2$ (حيث k_1 و k_2 ثوابت) منحنيات وسيطية على السطح S.

وصلي SYNDETIC

لتكن T زمرة طوبولوجية و A مجموعة جزئية من T. نقول أن A مجموعة وصلية في T إذا كان $T = SK$ حيث K مجموعة جزئية متراصة ما من T. وتستخدم المجموعة الوصلية في تعريف فكرة الدورية تقريباً وغيرها من الأفكار في الطوبولوجيا الديناميكية.

ونورد فيما يلي بعض خواص المجموعات الوصلية:

(1) إذا كان A زمرة جزئية وصلية من T فإن فضاءات الخارج من اليمين ومن اليسار T\A و T/A تكون متراصة.

انظر فضاء الخارج اليميني.

(2) إذا كانت T متقطعة وكانت A زمرة جزئية من T فإن A تكون وصلية في T إذا وفقط إذا كان لها دليل منته في T.
أنظر دليل ــ دليل الزمرة.

(3) إذا كانت A مثيلة زمرة وصلية في T فإنها تكون زمرة جزئية في T.
مثال: إذا كانت T = R مجموعة الأعداد الحقيقية فإن المجموعات الوصلية تتطابق مع المجموعات الكثيفة نسبياً.
انظر كثيفة نسبياً.

وفيات — MORTALITY

● جدول وفيات (أو جدول حياة):

جدول يبين عدد (أو معدل) الوفيات المحتملة خلال سنة واحدة لمجموعة معينة عند كل سن. ويبدأ الجدول عند سن معينة x_o (اعتيادياً سن الصغر للمواليد) ويدون عدد الأحياء η_{xo} عند تلك السن. ويؤخذ η_{xo} اعتيادياً مساوياً أي 100,000 ويسمى دليل جدول الوفيات. وعند كل سن x يدون الجدول معدل الوفيات (خلال سنة واحدة $q_x = dx/\eta_x$ حيث يمثل η_x عدد الأحياء البالغين. عمر x ويمثل x عدد الوفيات الحاصل في فترة العمر $[x, x + 1)$ بين هؤلاء الأحياء. وغالباً ما تدون معدلات الوفيات بشكل نسبة في الألف أي بشكل $1000q_x$. وهناك مقياس آخر للوفيات يسمى قوة الوفيات يأخذ في الاعتبار أن شدة الوفيات تتأثر بزيادة العمر. لذلك يجب اعتبار أن الوفيات في نهاية الفترة $[x, x + 1)$ تكون أشد منها في بداية تلك الفترة. تعرف قوة الوفيات عند العمر بشكل $\mu_x = -\frac{d}{dx} \ln \eta_x$. وهناك عدة صيغ تقريبية لقوة الوفيات μ_x منها $\mu_x = \eta_{x-1}\, \eta_{x+1}/2\eta_x$.

● جدول وفيات منتقى:

هو جدول وفيات يخص مجموعة من الأشخاص المنتقين طبقاً لفحوص

طبية أو شروط معينة مما يجعل المجموعة أفضل من عامة الناس بالنسبة لخطر الوفيات.

وقوع

● موضوعات الوقوع:

تعرف المجموعة الأولى من موضوعات هيلبرت للهندسة الإقليدية بموضوعات الوجود والوقوع وهذه الموضوعات هي:

(1) يوجد خط واحد على الأقل.

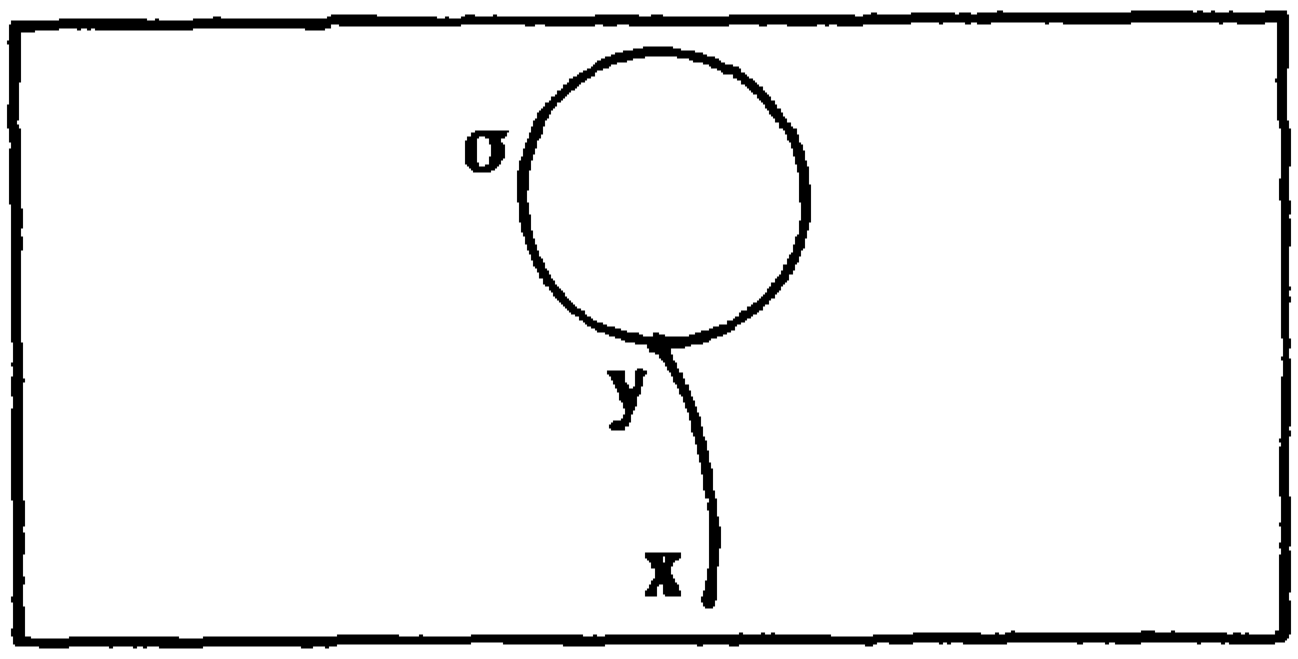
(2) على كل خط يوجد نقطتان على الأقل.

(3) النقاط لا تقع على خط واحد.

(4) من كل نقطتين مختلفتين يمر خط واحد فقط.

وهق

الوهق عند نقطة x في منطو تفاضلي هو منحنى π مغلق عند x ويمكن تجزئته إلى ثلاثة منحنيات $\pi = \mu^{-1} o \sigma o \mu$ حيث أن μ هو منحنى من x إلى نقطة أخرى y، (وبذلك يكون μ^{-1} منحنى من y إلى x) و σ هي منحنى مغلق عند y.



ويلسون، جون WILSON, JOHN (1741-1793)

رياضي انجليزي اختص بنظرية الأعداد.

● مبرهنة ويلسون:

وتنص على أن العدد $[(n - 1)! + 1]$ يقبل القسمة على n إذا وفقط إذا كان n عدداً أولياً. مثال: $721 = [(7 - 1)! + 1]$ يقبل القسمة على 7، ولكن $121 = [(6 - 1)! + 1]$ لا يقبل القسمة على 6.

عالم أميركي كان كيميائياً متميزاً ولكنه اشتهر بإسهاماته الكبيرة في الإحصاء وخاصة الإحصاء اللاوسيطي أوجد عام 1945 اختبار الرتبة المؤشرة لعينة واحدة و اختبار مجموع الرتب لعينتين.

● اختبار الرتبة المؤشرة لويلكوكسون:

لتكن $z_1, z_2, \ldots, z_n$ عينة عشوائية مسحوبة من توزيع احتمالي مستمر $F(z)$ ومتناظر حول الوسيط المجهول θ. المطلوب هو اختبار فرض العدم $H_o: \theta = \theta_o$ لأجل θ_o عدد معلوم ضد الفرض البديل $H_1: \theta \neq \theta_o$ (أو $H_1: \theta > \theta_o$ أو $H_1: \theta < \theta_o$) نحسب القيم $D_i = Z_i - \theta_o$ لأجل $i = 1,2,\ldots,n$ ونعرف r_i بأنها رتبة $|D_i|$ في المجموعة $\{|D_1|, |D_2|, \ldots, |D_n|\}$ وكذلك نعرف دالة الإشارة $\phi_i = 1$ إذا كان $D_i > 0$ و $\phi_i = 0$ إذا كان $D_i < 0$.

إن إحصاءة الرتبة المؤشرة لويلكوكسون هي: $T^+ = \sum_{i=1}^{n} \phi_i r_i$

أي مجموع رتب القيم المطلقة التي تقابل مشاهدات موجبة. أي توزيع T^+ الاحتمالي عندما تكون H_o صحيحة (ويسمى توزيع العدم) لا يعتمد بتاتاً على نوع التوزيع الاحتمالي الأصلي $F(z)$ الذي سحبت منه العينة بل كل ما يشترط هو كون $F(z)$ مستمرة ومتناظرة حول θ_o. وتوجد جداول خاصة للتوزيع الاحتمالي للإحصاءة T^+ نستخدمها لتنفيذ الاختبار. فلاختبار $H_0: \theta = \theta_o$ ضد $H_1: \theta \neq \theta_o$ بمستوى معنوية α نرفض H_o إذا كان $T^+ \leq t_1(\alpha_1; n)$ أو $T^+ \geq t_2(1 - \alpha_2, n)$ حيث $t(\alpha, n)$ هو المئين 100α لتوزيع العدم للإحصاءة T^+ والمعتمد على عينة حجمها n. وحيث $\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha$. ولاختبار $H_o: \theta = \theta_o$ ضد $H_1: \theta > \theta_1$ بمستوى معنوية α نرفض H_o إذا كان $T^+ \geq t(1 - \alpha, n)$. أما عند اختبار $H_o: \theta\ \theta = \theta_o$ ضد $H_1: \theta < \theta_1$ بمستوى معنوية α فنرفض H_o إذا كان $T^+ \leq t(\alpha, n)$.

● اختبار مجموع الرتب لويلكوكسن:

لتكن $X_1, X_2, \ldots, X_m$ عينة عشوائية مسحوبة من توزيع احتمالي مستمر $F(t)$ ولتكن $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ عينة عشوائية أخرى مسحوبة بصورة مستقلة

عن العينة الأولى من توزيع احتمالي مستمر $G(t)$. المطلوب هو اختبار فرض العدم $H_0:G(t) = F(t)$ لأجل كل $-\infty<t<\infty$ مقابل الفرض البديل $H_1:G(t) = F(t-\theta)$ لأجل $-\infty<t<\infty$. وحيث $\theta\neq0$ وسيط مجهول. نعرف r_i و s_j بأنها رتب X_i و Y_j على التوالي في المجموعة:

$$\{X_1, X_2, \ldots, X_m, Y_1, Y_2, \ldots, Y_n\}$$

إن إحصاءة مجموع الرتب لويلكوكس هي $W_x = \sum_{i=1}^{n} r_i$ أي مجموع رتب X أو ما يكافىء ذلك $W_y = \sum_{j=1}^{n} s_j$ وهو مجموع رتب Y. إن توزيع W_x الاحتمالي عندما تكون H_0 صحيحة (أي توزيع العدم) لا يعتمد بتاتاً على نوع التوزيعين الاحتماليين F و G. ولاختبار H_0 مقابل H_1 بمستوى معنوية α نرفض H_0 إذا كان $W_x\leq w(\alpha_1,m,n)$ أو $W_x\geq w(1 - \alpha_2;m,n)$ حيث $w(\alpha;m,n)$ المئين 100α لتوزيع العدم للإحصاءة W_x المعتمد على عينتين حجمهما m و n وحيث $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$. ولاختبار H_0 مقابل $H_1:\theta>0$ بمستوى معنوية α نرفض H_0 إذا كان $W_x\geq w(1 - \alpha;m,n)$ أما عند اختبار H_0 مقابل $H_1:\theta<0$ بمستوى معنوية α فترفض H_0 إذا كان $W_x\leq w(\alpha;m,n)$.

WIENER, NORBERT (1894-1946) وينر، نوربرت

رياضي أميركي اختص بالتحليل والرياضيات التطبيقية. له مساهمات مهمة في: نظرية الاحتمال ونظرية الكمون، تكاملات وتحويلات فورير، الحاسبات. أوجد علم الضبط.

انظر علم الضبط.

- **عملية وينر:**

هي عملية تصادفية $\{X(t);t\geq0\}$ تحقق الشروط التالية:

(1) $X(0) = 0$ باحتمال واحد، أي $P(X(0) = 0) = 1$.

(2) $X(t)$ متغير عشوائي طبيعي بوسط يساوي صفراً لجميع قيم t.

(3) لأجل كل $t_1<t_2<t_3<t_4$ يكون المتغيران العشوائيان $X(t_2) - X(t_1)$ و $X(t_4) - X(t_3)$، مستقلين إحصائياً، ويكون لهما نفس التوزيع إذا كان $t_2-t_1 = t_4-t_3$ وتشكل عملية وينر حكمة (انظر حكمة). كذلك فإن المتغير العشوائي $X(t_2) - X(t_1)$ (لأجل $t_1<t_2$) يتبع توزيعاً طبيعياً بوسط يساوي صفراً وتباين يساوي $\sigma(t_2 - t_1)$ حيث σ ثابتاً. هناك كثير من التطبيقات في الحركة البروانية والميكانيكا الكم وحركة أسعار الأسهم. مرادف: **عملية الحركة البراونية**.

ي

يارده **YARD**

وحدة إنجليزية لقياس الطول وتساوي ثلاثة أقدام. وهي مسافة محددة بين مستقيمين مؤشرين على قضيب معد خصيصاً وموضوع بدرجة 62° فهرنهايت.

يبرهن **PROVE**

ينطلق من أساسيات ويعتمد على مناقشة منطقية مقنعة للتوصل إلى حقائق أخرى.

انظر برهان.

يتغير

- يتغير طردياً أو يتغير عكسياً:

انظر تغير.

يتقارب **CONVERGE**

(1) نقول عن متسلسلة انها تتقارب إذا كان مجموع أول n حداً الأولى من حدودها يقترب من نهاية عندما يتزايد n إلى ∞.

انظر نهاية.

(2) نقول عن منحنى أنه يتقارب إلى خطه المقارب أو إلى نقطة إذا كانت المسافة بين المنحنى والمقارب أو بين المنحنى والنقطة تقترب من الصفر. مثلاً: الحلزون القطبي $r = 1/\theta$ يتقارب إلى نقطة الأصل. المنحنى $xy = 1$ يتقارب إلى محور x عندما يتزايد x وإلى محور y عندما يتزايد y.

(3) يقال أحياناً عن متغير انه يتقارب إلى نهايته.
انظر تقارب.

يحسب **CALCULATE**

يقوم ببعض العمليات الرياضية. يستخدم النظريات والصيغ ليحصل على النتائج. كأن نقول مثلاً: «يحسب حجم اسطوانة نصفها قطرها 4 بوصات وارتفاعها 5 بوصات». كما نقول أيضاً: «يحسب» مشتق $\sin(2x + 6)$ أي أن النتائج المرجوة قد تكون عددية وقد لا تكون، وكلمة «يحسب» غير مقتصرة على الحساب العدد بمفهومه الشائع.

يحسب **COMPUTE**

أن يقوم بعمليات الحساب.

يحسب بالأرقام **CIPHER**

أن يقوم بعمليات حسابية.

يحشو معيناً **BORDERING a DETERMINANT**

أن نحشو معيناً أي أن نضم له عموداً وصفاً، ويقصد به غالباً ضم عمود وصف يكون العنصر المشترك فيهما هو العدد 1 أما بقية عناصرهما فأصفار وذلك يزيد مرتبة المعين واحداً دون أن يغير في قيمته.

SATISFY يحقق

(1) يفي بشروط معينة. مثلاً يحقق مبرهنة أي يفي بشروطها أو يحقق مجموعة من الافتراضات.

(2) إذا نتج من تعويض مجموعة من قيم المتغيرات في معادلة ما (أو مجموعة من المعادلات) متطابقة (أو مجموعة من المتطابقات) فنقول إن هذه القيم تحقق المعادلة (أو المعادلات). مثلاً: $x = 1$, $x = -2$ يحققان المعادلة $x^2 + x - 2 = 0$.

$x = 2$ و $y = 3$ يحققان المعادلتين الآنيتين:

$$x + 2y - 8 = 0$$
$$x - 2y + 4 = 0$$

CANCEL يختصر

(1) أن يقسم صورة الكسر ومخرجه بعدد، مثلاً $\frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{2 \times 4} = \frac{6}{8}$ أي أننا اختصرنا العدد 2.

(2) كميتان متساويتان عددياً ولكن إشارتيهما مختلفتان، يتم «اختصارهما» عندما نجمع، مثلاً $4x + 7y - 4x = 7y$ ونختصر الكميتين $4x, -4x$ وتسمى كل من العمليتين في (1) و (2) أعلاه اختصاراً.

REVOLVE يدور

يدور حول محور أو نقطة، مثل تدوير شكل هندسي حول نقطة الأصل في المستوى وبزاوية معينة. أو تدوير منحنى في الفضاء حول محور x وبزاوية قدرها 360°.

انظر سطح ــ سطح دوراني.

SUPERPOSE **يراكب**

وضع تشكل معين على تشكل آخر بحيث تنطبق الأجزاء المتناظرة على بعضها. فمثلاً إذا أردنا أن نراكب مثلثين تتساوى فيهما الأضلاع المتناظرة فإننا نقوم بوضع أحد المثلثين فوق الآخر بوضع تنطبق فيه الأضلاع المتناظرة للمثلثين.

EQUATE **يساوي**

- **يساوي عبارة أخرى:**

هي عملية صنع عبارة جبرية تنص على أن العبارتين متساويتان. وهذه العبارة إما أن تكون متطابقة أو أن تكون معادلة (أي معادلة مشروطة). فمثلاً بالإمكان أن نساوي $(x + 1)^2$ و $x^2 + 2x + 1$ لنحصل على المتطابقة $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ وعندما نساوي sinx بالعدد 1 فإننا نحصل على المعادلة $\sin x = 1$ وحلولها $x = 2k\pi + \pi/2$.

EXTRACT **يستخرج**

- **يستخرج جذر العدد:**

أي يوجد هذا الجذر. وفي العادة يستخدم هذا التعبير لإيجاد الجذر الحقيقي الموجب أو الجذر الحقيقي السالب إذا كان جذراً فردياً لعدد سالب. مثلاً لنستخرج الجذر التربيعي للعدد 2 فإننا نأخذ الجذر الحقيقي الموجب ...1.4142. وباستخراج الجذر التكعيبي للعدد 8− نحصل على 2−.

MULTIPLY **يضرب**

أي ينجز عملية الضرب.

انظر ضرب.

يطمر IMBED

انظر فضاء ـ الفضاء المغلف.

يَعُدّ COUNT

يسمي عناصر مجموعة من الأعداد الصحيحة المتعاقبة بالاستفادة من الترتيب الطبيعي لهذه العناصر بدءاً بالعدد 1.

● يعد مثنى مثنى:

يسمي وبالترتيب عناصر مجموعة من الأعداد الصحيحة بحيث يكون الفرق بين كل عنصر وسابقه 2. مثلاً عندما نعد مثنى مثنى نقول ...,2,4,6,8 وبطريقة مشابهة عندما نعد ثلاثاً ثلاثاً نقول ...,3,6,9 وهكذا.

يعزل ISOLATE

● يعزل جذراً:

أي يوجد عددان يقع بينهما الجذر (وعادة لا يوجد غير جذر واحد بين هذين العددين).

انظر جذر ـ جذر المعادلة.

يعقوبـي، كارل جوستاف يعقوب

JACOBI, KARL GUSTAV JACOB (1804-1851)

● كثيرات حدود يعقوبـي:

هي كثيرات حدود من الشكل $J_n(p, q;x) = F(-n, p+n;q,x)$ حيث $F(a,b;c;x)$ هي دالة فوهندسية، n عدد صحيح موجب ويمكن أن نستنتج مباشرة أن $J_n[1,1, \frac{1}{2}(1-x)] = P_n(x)$ وأن $2^{1-n}J_n[0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}(1-x)] = T_n(x)$ حيث T_n, P_n هما كثيرا حدود لوجاندر وتشيبيشيف على الترتيب.

● الدوال الناقصة اليعقوبية: انظر ناقصي.

● يعقوبي لدالتين أو عدة دوال في متغير أو عدة متغيرات:

نعرف اليعقوبي من أجل n دالة $f_i(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ حيث $i = 1,2,\ldots,n$ بأنه المعين:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \frac{\partial f_n}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{vmatrix}$$

الذي يرمز له باختصار عادة بأحد الشكلين:

$$\frac{D(f_1, f_2, f_3, \ldots, f_n)}{D(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)} \qquad \frac{\partial(f_1, f_2, f_3, \ldots, f_n)}{\partial(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)}$$

PFAFF, JOHANN FRIEDRICH (1765-1825) يفاف، جوهان فريدرنج

عالم ألماني في التحليل وهو أستاذ العالم الكبير غاوس.

● عبارة بفاف:

هي الشكل التفاضلي $w = u_1dx_1 + u_2dx_2 + \ldots + u_ndx_n$ حيث $u_1, \ldots, u_n$ هي دوال في المتغيرات $x_1, \ldots, x_n$.

● معادلة بفاف التفاضلية:

هي المعادلة التفاضلية:

$$w \equiv u_1dx_1 + u_2dx_2 + \ldots + u_ndx_n = 0$$

ويتم حل هذه المعادلة إذا أمكن إيجاد دالة $U = U(x_1, \ldots, x_n)$ بحيث $\frac{\partial U}{\partial x_i} = u_i \quad (i = 1,2,\ldots,n)$.

يفصل

لتكن A,B,C,D نقاطاً متسامتة في المستوى الإسقاطي الحقيقي. نقول إن A,B تفصل C,D (ونرمز لذلك بالرمز AB//CD ويرجع سبب ذلك أن النسبة المتصالبة في هذه الحالة هي 1−.

انظر نسبة ـ نسبة متصالبة.

يقبل معكوساً INVERTIBLE

نقول إن العنصر x (في زمرية (أوحلقة) لها عنصر الوحدة e) يقبل معكوساً أيمن إذا كان هناك عنصر *x بحيث x.x*= e. كما نقول إن x يقبل معكوساً أيسر إذا كان عنصر x′ بحيث x′.x = e ونقول أن x يقبل معكوساً إذا وجد عنصر *x بحيث x.x*= x*.x = e. وتقبل المصفوفة معكوساً إذا وفقط إذا كانت لامنفردة أو إذا وفقط إذا كان معينها لا يساوي الصفر. ويقبل التحويل معكوساً إذا وفقط إذا كان متبايناً. كما يقبل التحويل الخطي (الفضاء منتهي البعدية) معكوساً إذا وفقط إذا كانت مصفوفته لامنفردة.

انظر معاكس ـ معكوس الدالة.

يقبل مقاساً METRIZABLE

● الفضاء الذي يقبل مقاساً:

انظر مقاس، مقاسي.

يقترب من APPROACH

● يقترب من نهاية:

انظر نهاية.

يقرب APPROXIMATE

يحسب بطريقة يصبح معها أقرب أكثر فأكثر من القيمة الصحيحة، ونستعمل ذلك غالباً في الحسابات العددية. مثلاً نقول إننا نقرب الجذر التربيعي للعدد 2 إذا نحن وجدنا على التوالي القيم 1.414 ,1.41 ,1.4 التي تقترب مربعاتها أكثر وأكثر من 2. وقد نعني بكلمة «يقرب» شيئين:

الأول: هو إيجاد قيمة قريبة من القيمة المرجوة.

والثاني: هو إيجاد قيم متتالية تقترب من القيمة المرجوة.

- **نتيجة تقريبية:**

(قيمة تقريبية، إجابة تقريبية، جذر تقريبي إلخ . .).

ويقصد بها نتيجة صحيحة على وجه التقريب ولكن ليس بالضبط، وقد يعني بها البعض النتيجة الصحيحة إما على وجه التقريب أو بالضبط.

يقطع (مقطوع) INTERCEPT

ويعرف المقطوع من الخط المستقيم أو المنحنى أو السطح على أحد محاور الاحداثيات بأنه المسافة بين نقطة الأصل ونقطة تقاطع الخط أو المنحنى أو السطح مع هذا المحور.

والمقطوع من المحور x يسمى بمقطوع x والمقطوع من المحور y يسمى بمقطوع y وهكذا.

مثال: لدينا المستقيم $2x + 3y = 6$ لإيجاد مقطوع x نضع $y = 0$ في المعادلة لنحصل على $x = 3$ وبالتالي فمقطوع x يساوي 3. ولإيجاد مقطوع y نضع $x = 0$ في المعادلة لنحصل على $y = 2$ وبالتالي فمقطوع y يساوي 2.

- **صيغة المقطوع لمعادلة المستوى:** انظر مستوى ــ معادلة المستوى.
- **صيغة المقطوع لمعادلة الخط المستقيم:** انظر خط ــ معادلة الخط المستقيم.

يقيّم EVALUATE

أي يوجد القيمة. فتقييم 4 − 3 + 8 يعني إيجاد القيمة 7. ولتقييم $x^2 + 2x + 2$ عندما تكون $x = 3$ نعوض عن x بالعدد 3 في الكمية $x^2 + 2x + 2$ لنحصل على 17. ولتقييم التكامل نقوم بعملية المكاملة وإذا كان التكامل محدداً فإننا نعوض عن نهايتي التكامل.

انظر معين ـ تقييم المعين.

يكرر ITERATE

- التكامل المكرر:

انظر تكامل ـ تكامل مكرر.

يلتحم

ليكن X فضاءً طوبولوجياً و A مجموعة جزئية فيه. نقول عن نقطة $x \epsilon X$ بأنها تلتحم في A إذا كان كل جوار من جوارات x يحتوي على نقاط من A. ويقال أيضاً عن x إنها نقطة تراكم للمجموعة A ومن المرادفات المستعملة أيضاً نقطة نهاية ونقطة عنقودية ونقطة ملاصقة.

يمتص

ليكن E فضاء متجهات على حقل F ولنأخذ B, A مجموعتين جزئيتين في E. نقول إن A تمتص B إذا كان هناك $\alpha>0$ بحيث $B \subset \lambda A$ وذلك لكل $\lambda \epsilon F$ بحيث $|\lambda| \geq \alpha$.

ملاحظة: الحقل F هو إما حقل الأعداد الحقيقية R أو الأعداد العقدية C.

يناقل TRANSPOSE

نقل حد معين من أحد طرفي المعادلة إلى الطرف الآخر مع تغيير إشارته وتكافؤ هذه العملية طرح الحد من طرفي المعادلة.

● **منقول مصفوفة:**

لتكن $A_{m\times n} = (a_{ij})$ مصفوفة عدد صفوفها m وعدد أعمدتها n، حيث a_{ij} هو العنصر الواقع في الصف i والعمود j. إن منقول المصفوفة A هو المصفوفة الناتجة من إحلال الصفوف محل الأعمدة المناظرة في المصفوفة A. أي إحلال الصف الأول محل العمود الأول والصف الثاني محل العمود الثاني وهكذا. ونرمز لمنقول المصفوفة A عادة بالرمز A^T حيث $A^T_{n\times m} = (a_{ji})$.

انظر مصفوفة.

ينشيء CONSTRUCT

يرسم شكلاً يحقق متطلبات معينة. ويقصد به عادة رسم الشكل ثم إثبات أنه يحقق تلك الشروط أو المتطلبات. مثلاً: أن ننشيء مستقيمًا عمودياً على مستقيم آخر. أو أن ننشيء مثلثاً أطوال أضلاعه معطاة.

ينصّف BISECT

أي يقسم إلى نصفين. أن **ينصف زاوية** هو أن نرسم خطاً ــ يمر برأس الزاوية ويقسمها إلى زاويتين متساويتين. أن **ينصف قطعة مستقيمة**، هو أن نجد نقطة على القطعة متساوية البعد عن طرفي القطعة. تحليلياً إذا كانت القطعة P_1P_2 وإذا كانت الاحداثيات الديكارتية للنقطة P_1 هي (x_1,y_1) والاحداثيات للنقطة P_2 هي (x_2,y_2) فإن إحداثيات نقطة المنتصف (x,y) تعطى بالعلاقتين:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

RATIONALIZE **ينطق**

يزيل الجذور بدون تغيير قيمة العبارة أو تغيير جذور المعادلة. ولكي ننطق معادلة جبرية فإنه يكفي في بعض الأحيان أن نعزل الجذر أو الجذور في أحد طرفي المعادلة ومن ثم نرفع طرفي المعادلة إلى قوة مساوية إلى دليل الجذر أو دليل أحد الجذور مع إعادة هذا الأسلوب إذا كان ذلك ضرورياً. وقد ينتج عن هذا الأسلوب جذور غريبة للمعادلة. فمثلاً، المعادلة $\sqrt{x-1}+2 = \sqrt{x+1}$، يمكن أن تنطق بالأسلوب التالي:

$$\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1} = 2$$

$$x - 1 - 2\sqrt{x^2 - 1} + x + 1 = 4$$

$$\sqrt{x^2 - 1} = x - 2$$

$$x^2 - 1 = x^2 - 4x + 2$$

$$4x - 5 = 0$$

ولكي ننطق مخرج كسر نضرب الصورة والمخرج بكمية مناسبة بحيث يكون المخرج في العبارة الناتجة خالياً من أي جذر. فمثلاً يمكن أن ينطق الكسر $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ بضرب صورته ومخرجه بالعامل المنطق $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ للحصول على $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$ وانطاق تكامل يعني إجراء التعويض (أي تبديل المتغير بالتعويض) بحيث تختفي الجذور من المكامل، فمثلاً التكامل $\int \frac{x^{1/2}}{1+x^{3/4}} dx$ ينطق إلى $\int \frac{4z^5}{1+z^3} dz$ بإجراء التعويض $x = z^4$ ومنه $dx = 4z^3 dz$ وتستخدم عادة كلمة «يؤول إلى» بدلاً من ينطق إلى وذلك لأنها أدل على المعنى.

VANISH **ينعدم**

يصبح صفراً.

يُنَقِّط PLOT

● ينقط منحنيًا:

أي يرسم منحنياً ما بالنقط نقطة بعد نقطة.

● يُنَقِّط نقطة:

أي يرسم نقطة ويحدد موقعها بعد معرفة احداثياتها.

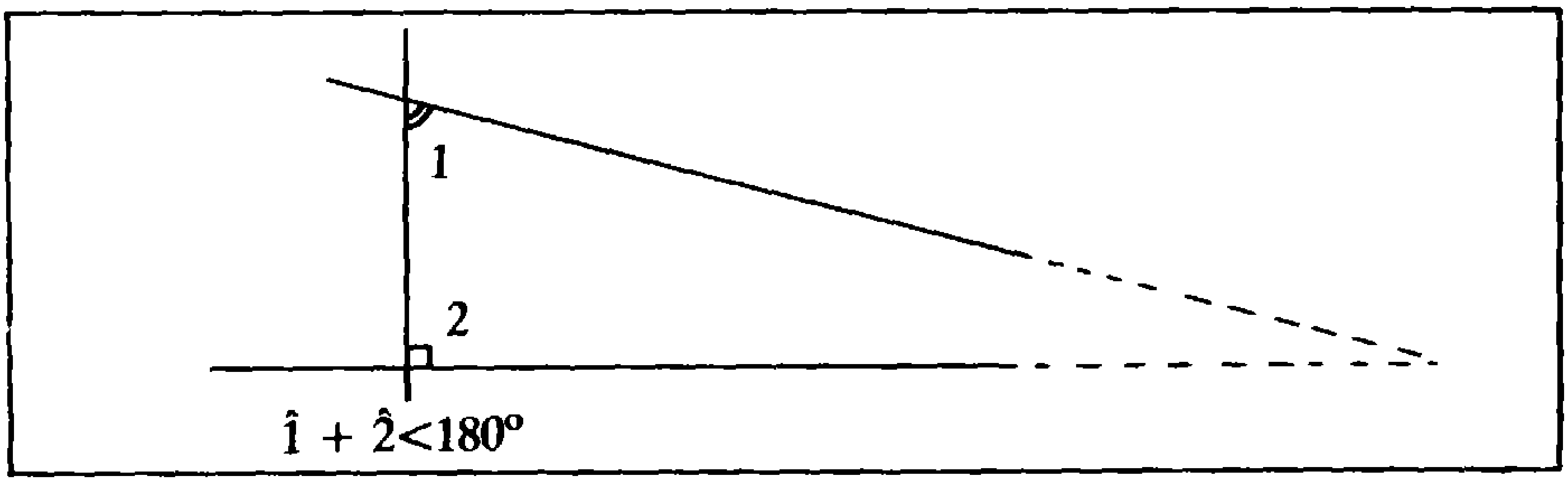
يواجه SUBTEND

يكون مواجهاً أو مقابلاً لشيء معين. مثلاً ضلع المثلث يواجه الزاوية المقابلة، وقوس الدائرة يواجه الزاوية المركزية للقوس..

يوازي PARALLEL

● مصادرة التوازي لإقليدس:

إذا قطع خطان بقاطع بحيث يكون مجموع الزوايا الداخلية على أحد جانبي القاطع مساوياً لزاوية مستقيمة (أي زاويتين قائمتين) فإن هذان الخطان سيتلاقيان على ذلك الجانب من القاطع إذا مدا بدرجة كافية (انظر الشكل).



ومصادرة التوازي تكافىء منطقياً المصادرة التالية:

ليكن لدينا خط ونقطة ليست على هذا الخط، فإنه يمكن رسم خط واحد فقط يمر بالنقطة المعطاة ويوازي الخط المعطى.

● **مبرهنة المحاور المتوازية:**

إذا كان I هو عزم العطالة حول الخط L_o المار بمركز الكتلة لجسم كتلته M وكان L_1 خطاً موازياً L_o فإن عزم العطالة حول L_1 يساوي $I + h^2M$ حيث h هي المسافة بين الخطين L_o و L_1. وبالنسبة للمتغير العشوائي X ذي التباين σ^2 والوسط $\overline{X}$ فإن هذه المبرهنة تعطي القيمة المتوقعة $(X - a)^2$ بالقانون $\sigma^2 + (\overline{X} - a)^2$.

● **الدائرة الموازية:**

انظر سطح ـ سطح الدوران.

● **المنحنيات المتوازية:**

انظر منحنى ـ المنحنيات المتوازية (في المستوى).

● **الإزاحة المتوازية لمتجه على منحنى:**

ليكن C منحنيًا معطى بالمعادلات الوسيطية $(t_o \leq t \leq t_1)$ $x^i = f^i(t)$. وليكن ξ متجهاً مخالفاً التغير عند النقطة $x^i(t_o)$ على المنحنى C وتحت شروط مناسبة على الموتر المقاسي g_{ij} وعلى المنحنى C فإن جملة المعادلات التفاضلية $\frac{d\xi^i(t)}{dt} + \Gamma^i_{\alpha\beta}(x^1(t), \ldots, x^n(t))\xi^\alpha(t)\frac{dx(t)}{dt} = 0$ الخاضعة للشروط الابتدائية $\xi^i(r_o) = \xi^i_o$ تعرف متجهاً وحيداً مخالفاً للتغير $\xi^i(t)$ عند كل نقطة $x^i(t)$ على المنحنى المعطى C. وفي هذه الحالة نقول إن المتجه $\xi^i(t)$ عند النقطة $x^i(t)$ على المنحنى C يوازي المتجه المعطى ξ^i_o بالنسبة للمنحنى المعطى C. كما نقول إننا حصلنا على المتجه $\xi^i(t)$ من المتجه ξ^i_o بواسطة إزاحة متوازية.

وتشكل مجموعة المتجهات $\xi^i(t)$ المرتبطة بالنقاط $x^i(t)$ على المنحنى c فضاء متجهات متوازية ومخالفة التغير بالنسبة للمنحنى المعطى C. فمثلاً يشكل فضاء المتجهات المماسة $\frac{dx^i(s)}{ds}$ لجيوديزة ما فضاء متجهات متوازية ومخالفة للتغير بالنسبة لهذه الجيوديزة.

● **خطوط أو مستويات متوازية:**

نقول ان الخطين L_1 و L_2 متوازيان إذا وقعا على مستوى واحد ولا يتلاقيا أبداً مهما مدا.

(أ) في المستوى: لتكن $L_1: a_1x+b_1y+c_1=0$, $L_2: a_2x+b_2y+c_2=0$ معادلتي خطين في المستوى. يكون L_1 موازياً لـ L_2 أي $L_1//L_2$ إذا كان لهما نفس الميل أي إذا كان $\frac{-a_1}{b_1} = \frac{-a_2}{b_2}$ أي $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$ أو $\frac{b_2}{b_1} = \frac{a_2}{a_1}$ أو $a_2b_1 - a_1b_2 = 0$ وهذا الشرط الأخير يطابق القول بأن معين معاملات المعادلتين يساوي صفراً.

(ب) في الفضاء: لتكن $L_1 : \frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{b_1} = \frac{z-z_0}{c_1}$ و $L_2: \frac{x-x_0}{a_2} = \frac{y-y_0}{b_2} = \frac{z-z_0}{c_2}$ معادلتي خطين في الفضاء. فإن L_1 يوازي L_2 إذا كان $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ نقول إن المستويين P_1 و P_2 متوازيان إذا كانا غير متقاطعين مهما مدا. وإذا كانت معادلة P_1 هي $A_1x + B_1y + C_1z = D_1$ ومعادلة P_2 هي $A_2x + B_2y + C_2z = D_2$ فإن $P_1//P_2$ إذا كان $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ ويكون المستقيم L موازياً للمستوى P إذا لم يتلاقيا مهما مدا. والشرط اللازم والكافي لأن يكون L/P هو أن يكون L عمودياً على ناظم المستوى. لاحظ أنه إذا كانت معادلة المستوى P هي $Ax + By + Cz = D$ فإن أعداد اتجاه ناظم المستوى تكون A و B و C. فإذا كانت معادلة L هي $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ فإن L//P إذا وفقط إذا كان $aA + bB + cC = 0$.

● **السطوح المتوازية:**

هي سطوح لها نفس النواظم. والسطوح الوحيدة الموازية للسطح:

$$S: x = x(u,v),\ y = y(u,v),\ z = z(u,v)$$

هي السطوح التي إحداثياتها هي:

$$(x + aX, y + aY, z + aZ)$$

حيث X و Y و Z هي جيوب تمام الاتجاه لناظم S وحيث a ثابت.

● **المتجهات المتوازية:**

نقول إن المتجهين $\overline{u}$ و $\overline{v}$ متوازيان إذا كان هناك سلمي غير صفري k

بحيث $\vec{u} = k\,\vec{v}$. وبالنسبة للمتجهات الثلاثية البعدية فإن المتجهين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ يكونا متوازيين إذا كان الجداء المتجهي $\vec{u} \times \vec{v}$ يساوي صفراً.

وببساطة فإن $\vec{u} \,//\, \vec{v}$ إذا وقعا على نفس الخط عند تمثيلهما بأسهم تبدأ من نفس النقطة. وفي بعض الأحيان يعطي تعريف أكثر تقييداً للمتجهات المتوازية. فيقال إن $\vec{u}$ يوازي $\vec{v}$ إذا كان هناك ثابت موجب k بحيث $\vec{u} = k\,\vec{v}$.

وطبقاً لهذا التعريف فإن $\vec{v} \,//\, \vec{u}$ إذا وقعا على نفس الخط وأشارا إلى نفس الاتجاه. وفي هذه الحالة فإن $\vec{v} \times \vec{u} = 0$ و $\vec{v} . \vec{u} > 0$ ($\vec{v} . \vec{u}$ يمثل الجداء السلمي).

● متوازيات خطوط العرض:

هي دوائر على سطح الأرض مستوياتها توازي مستوى خط الاستواء.

يوشيمستهال، فرديناند — JOACHIMSTHAL, FERDINAND (1818-1861)

عالم ألماني في التحليل والهندسة.

● سطح يوشمستهال:

انظر سطح.

يونغ، توماس — YOUNG, THOMAS (1773-1829)

طبيب وفيزيائي انجليزي، اشتغل في حل الرموز الهيروغليفية في حجر رشيد الذي اكتشف عام 1799 في رشيد بمصر. وقد وجدت على هذا الحجر كتابات بالهيروغليفية وما يقابلها باليونانية.

● مقياس يونغ:

انظر مقياس.

يونغ، وليم هنري YOUNG, WILLIAM HENRY (1863-1942)

رياضي انجليزي اختص بالتحليل. اشتغل في نظرية المكاملة وفي المتسلسلات المتعامدة.

● **متباينة يونغ:**

لتكن f دالة مستمرة ومتزايدة قطعاً لأجل $x \geq 0$ حيث $f(0) = 0$، ولتكن g الدالة المعاكسة للدالة f. فإذا كان $a \geq 0$ عدداً في مجال f وكان $b \geq 0$ عدداً في مجال g فإن متباينة يونغ هي:

$$ab \leq \int_0^a f(x)\,dx + \int_0^b g(y)\,dy$$

وتتحقق المساواة إذاً وفقط إذا كان $f(a) = b$ ولهذه المتباينة تطبيقات مختلفة في نظرية المتباينات.

ييتس، فرانك YATES, FRANK (1902-)

إحصائي إنكليزي أسهم في موضوع المعاينة، وموضوع التصميم التجريبي وموضوع الإحصاء اللاوسيطي. كذلك أسهم في تطبيقات الحاسب.

● **تصحيح ييتس للاستمرارية:**

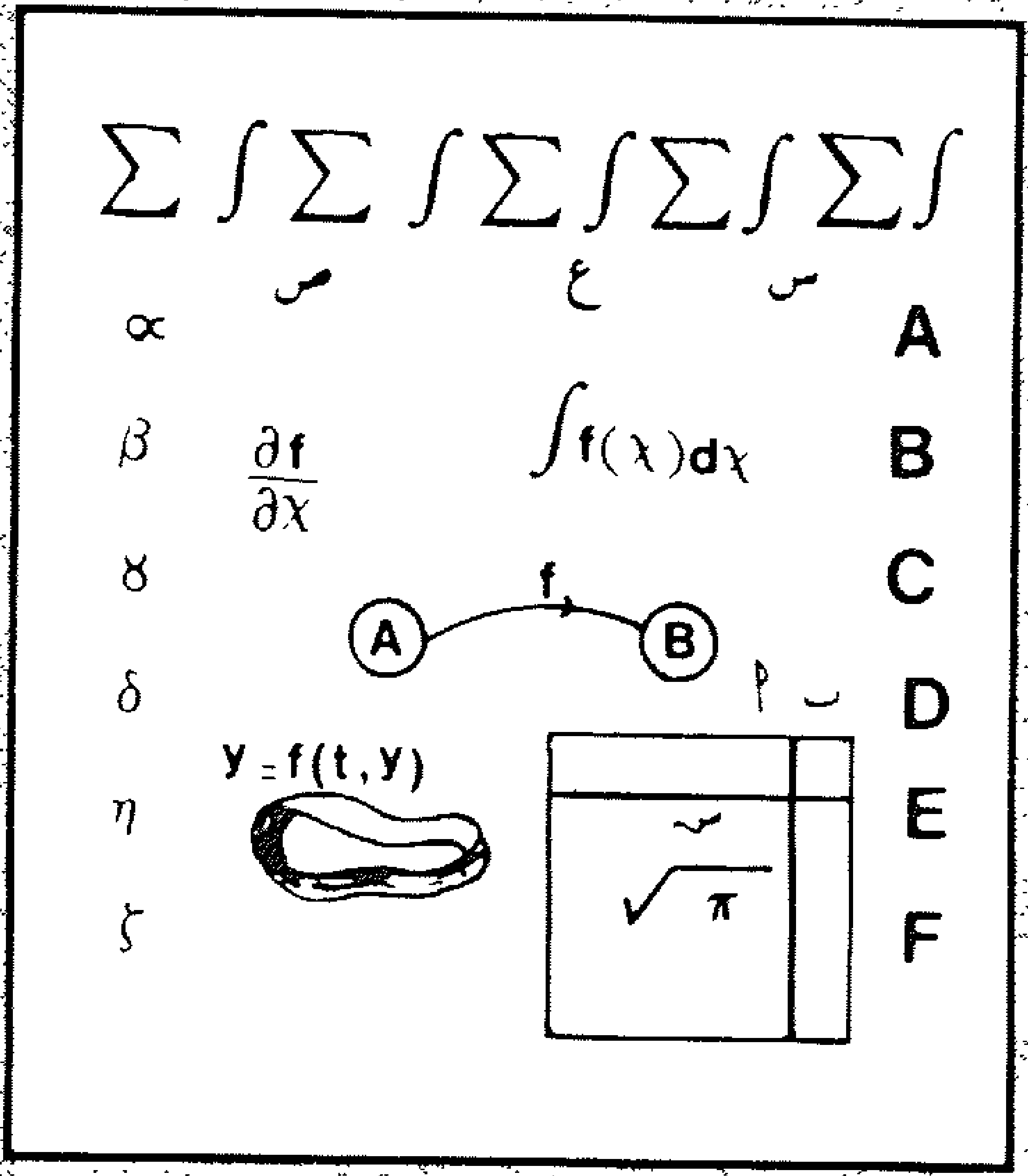
إذا كان عدد التكرارات صغيراً في جدول توافق من 2×2 فإن توزيع مربع كاي سوف لا يكون تقريباً جيداً لتوزيع إحصاءة مربع كاي (إحصاء مربع كاي هو $X^2 = \sum_{i=1}^{4} (O_i - E_i)^2/E_i$) حيث O_i و E_i يمثلان التكرار المشاهد والتكرار المتوقع في الخلية i. ولقد اقترح ييتس استخدام إحصاءة مربع كاي المصححة:

$$X = \sum_{i=1}^{4} \left(|O_i - E_i| - \tfrac{1}{2} \right)^2 / E_i$$

انظر كاي ــ اختبار مربع كاي.

KUWAIT FOUNDATION
FOR THE ADVANCEMENT OF SCIENCES

Authorship and Translation Directorate



Volume Four

Kuwait Science Encyclopedia
MATHEMATICS

Authors Committee

Head:

Dr. Fozi Mustafa Dannan
B.Sc. Ph.D.

Members:

Dr. Saad Taha Bakir
B.Sc. Ph.D

Dr. Saber Nasr Elaydi
B.Sc. M.Sc. Ph.D

Dr. Hani Reda Farran
Licence C.A.P.E.S. Ph.D.

Consultant:

Dr. Adnan A. Al-Aqeel
B.Sc. Ph.D.

Bibliotheca Alexandrina
0399626

Book and Author Programme
First Edition, 1984
Kuwait